Zum Hilbertschen Nullstellensatz.

Von

J. L. Rabinowitsch in Moskau.

Satz. *Verschwindet das Polynom* $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ *in allen Nullstellen — im algebraisch abgeschlossenen Körper — eines Polynomideals* $\mathfrak{a}$, *so gibt es eine Potenz* f^ϱ *von* f, *die zu* $\mathfrak{a}$ *gehört.*

Beweis. Es sei $\mathfrak{a} = (f_1, f_2, \ldots, f_r)$, wo f_i die Variablen $x_1, \ldots, x_n$ enthalten. x_0 sei eine Hilfsvariable. Wir bilden das Ideal $\bar{\mathfrak{a}} = (f_1, f_2, \ldots, f_r, x_0 f - 1)$. Da der Voraussetzung nach $f = 0$ ist, sobald alle f_i verschwinden, so hat das Ideal $\bar{\mathfrak{a}}$ keine Nullstellen.

Folglich muß $\bar{\mathfrak{a}}$ mit dem Einheitsideal zusammenfallen. (Vgl. etwa bei K. Hentzelt, „Eigentliche Eliminationstheorie“, § 6, Math. Annalen 88 [1]).) Ist also $1 = \sum_{i=1}^{i=r} F_i(x_0, x_1, \ldots, x_n) f_i + F_0 \cdot (x_0 f - 1)$ und setzen wir in dieser Identität $x_0 = \frac{1}{f}$, so ergibt sich:

$$1 = \sum_{i=1}^{i=r} F_i\left(\frac{1}{f}, x_1, \ldots, x_n\right) f_i = \frac{\sum_{i=1}^{i=r} \bar{F}_i f_i}{f^\varrho}.$$

Folglich ist $f^\varrho \equiv 0\,(\mathfrak{a})$, w. z. b. w.

[1]) Folgt auch schon aus der Kroneckerschen Eliminationstheorie.

(Eingegangen am 8. 5. 1929.)