

Werk

Titel: Geodäsie. Fortsetzung von Band 4

Jahr: 1903

Kollektion: Mathematica

Werk Id: PPN23601515X

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN23601515X|LOG_0112

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=23601515X>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

[6.]

[Über Stationsausgleichungen.]

GAUSS an GERLING. Göttingen, 26. December 1823.

Mein Brief ist zu spät zur Post gekommen und mir zurückgebracht. Ich erbreche ihn daher wieder, um noch die praktische Anweisung zur Elimination beizufügen. Freilich gibt es dabei vielfache kleine Localvortheile, die sich nur ex usu lernen lassen.

Ich nehme Ihre Messungen auf Orber-Reisig zum Beispiel[*].

Ich mache zuerst

[Richtung nach] $1 = 0,$

nachher aus 1.3

$$3 = 77^{\circ} 57' 53'' 107$$

(ich ziehe dies vor, weil 1.3 mehr Gewicht hat als 1.2);

dann aus

$$\left. \begin{array}{l|l|l} 13 & 1.2 & 2 = 26^{\circ} 44' 7'' 423 \\ 50 & 2.3 & 2 = \quad \quad \quad 6,507 \end{array} \right\} 2 = 26^{\circ} 44' 6'' 696;$$

endlich aus

$$\left. \begin{array}{l|l|l} 26 & 1.4 & 4 = 136^{\circ} 21' 13'' 481 \\ 6 & 2.4 & 4 = \quad \quad \quad 8,529 \\ 78 & 3.4 & 4 = \quad \quad \quad 11,268 \end{array} \right\} 4 = 136^{\circ} 21' 11'' 641.$$

Ich suche, um die Annäherung erst noch zu vergrößern, aus

[*] Die von GERLING mitgetheilten Winkelmessungen waren (nach einem in GAUSS' Nachlass befindlichen Blatte), wenn 1 Berger Warte, 2 Johannisberg, 3 Taufstein und 4 Milseburg bezeichnet:

Rep.	Winkel
13	1.2 = $26^{\circ} 44' 7'' 423$
28	1.3 = $77 57 53, 107$
26	1.4 = $136 21 13, 481$
50	2.3 = $51 13 46, 600$
6	2.4 = $109 37 1, 833$
78	3.4 = $58 23 18, 161.]$

$$\left. \begin{array}{l|l|l} 13 & 1.2 & 1 = -0,727 \\ 28 & 1.3 & 1 = 0 \\ 26 & 1.4 & 1 = -1,840 \end{array} \right\} 1 = -0,855.$$

Da jede gemeinschaftliche Änderung aller Richtungen erlaubt ist, so lange es nur die relative Lage gilt, so ändere ich alle vier um $+0,855$ und setze

$$\begin{aligned} 1 &= 0^0 0' 0,000 + a \\ 2 &= 26 44 7,551 + b \\ 3 &= 77 57 53,962 + c \\ 4 &= 136 21 12,496 + d. \end{aligned}$$

Es ist beim indirecten Verfahren sehr vortheilhaft, jeder Richtung eine Veränderung beizulegen. Sie können sich davon leicht überzeugen, wenn Sie dasselbe Beispiel ohne diesen Kunstgriff durchrechnen, wo Sie überdies die grosse Bequemlichkeit, an der Summe der absoluten Glieder $= 0$ immer eine Controlle zu haben, verlieren. Jetzt formire ich die vier Bedingungsgleichungen und zwar nach diesem Schema (bei eigener Anwendung und wenn die Glieder zahlreicher sind, trenne ich wohl die positiven und negativen Glieder), [wobei die Constanten in Einheiten der dritten Decimalstelle angesetzt sind:]

$$\begin{array}{llll} ab - 1664 & ba + 1664 & ca + 23940 & da - 25610 \\ ac - 23940 & bc + 9450 & cb - 9450 & db + 18672 \\ ad + 25610 & bd - 18672 & cd - 29094 & dc + 29094. \end{array}$$

Die Bedingungsgleichungen sind also:

$$\begin{aligned} 0 &= + 6 + 67a - 13b - 28c - 26d \\ 0 &= - 7558 - 13a + 69b - 50c - 6d \\ 0 &= - 14604 - 28a - 50b + 156c - 78d \\ 0 &= + 22156 - 26a - 6b - 78c + 110d; \\ &\text{Summe} = 0. \end{aligned}$$

Um nun indirect zu eliminiren, bemerke ich, dass, wenn 3 der Grössen a, b, c, d gleich 0 gesetzt werden, die vierte den grössten Werth bekommt, wenn d dafür gewählt wird. Natürlich muss jede Grösse aus ihrer eigenen Gleichung, also d aus der vierten, bestimmt werden. Ich setze also $d = -201$

und substituïre diesen Werth. Die absoluten Theile werden dann: + 5232, - 6352, + 1074, + 46; das Übrige bleibt dasselbe.

Jetzt lasse ich b an die Reihe kommen, finde $b = +92$, substituïre und finde die absoluten Theile: + 4036, - 4, - 3526, - 506. So fahre ich fort, bis nichts mehr zu corrigiren ist. Von dieser ganzen Rechnung schreibe ich aber in der Wirklichkeit bloss folgendes Schema:

	$d = -201$	$b = +92$	$a = -60$	$c = +12$	$a = +5$	$b = -2$	$a = -1$
+ 6	+ 5232	+ 4036	+ 16	- 320	+ 15	+ 41	- 26
- 7558	- 6352	- 4	+ 776	+ 176	+ 111	- 27	- 14
- 14604	+ 1074	- 3526	- 1846	+ 26	- 114	- 14	+ 14
+ 22156	+ 46	- 506	+ 1054	+ 118	- 12	0	+ 26.

Insofern ich die Rechnung nur auf das nächste 2000^{tel} [der] Secunde führe, sehe ich, dass jetzt nichts mehr zu corrigiren ist. Ich sammle daher

$$\begin{array}{r}
 a = -60 \quad b = +92 \quad c = +12 \quad d = -201 \\
 + 5 \quad \quad \quad - 2 \\
 \hline
 - 1 \\
 \hline
 -56 \quad \quad \quad + 90 \quad \quad \quad + 12 \quad \quad \quad - 201
 \end{array}$$

und füge die Correctio communis + 56 bei, wodurch wird:

$$a = 0 \quad b = +146 \quad c = +68 \quad d = -145,$$

also die Werthe [der Richtungen]

1	0° 0' 0",000
2	26 44 7,697
3	77 57 54,030
4	136 21 12,351.

Fast jeden Abend mache ich eine neue Auflage des Tableaus, wo immer leicht nachzuhelfen ist. Bei der Einförmigkeit des Messungsgeschäfts gibt dies immer eine angenehme Unterhaltung; man sieht dann auch immer gleich, ob etwas zweifelhaftes eingeschlichen ist, was noch wünschenswerth bleibt, etc. Ich empfehle Ihnen diesen Modus zur Nachahmung. Schwerlich werden Sie je wieder direct eliminiren, wenigstens nicht, wenn Sie mehr als 2 Unbekannte