

## Werk

**Titel:** Journal für die reine und angewandte Mathematik

**Verlag:** de Gruyter

**Jahr:** 1847

**Kollektion:** Mathematica

**Werk Id:** PPN243919689\_0035

**PURL:** [http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN243919689\\_0035|LOG\\_0020](http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN243919689_0035|LOG_0020)

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

## 12.

## Aufgaben und Lehrsätze.

(Von Herrn Dr. phil. G. Eisenstein, Privatdocent zu Berlin.)

1. **E**s sei  $F$  eine homogene ganze Function  $n$ ten Grades mit 2 Variabeln; ihre Coëfficienten seien  $a, b, c, \dots$  und ihre beiden Variabeln  $x, y$ . Setzt man  $x = \alpha\xi + \beta\eta$  und  $y = \gamma\xi + \delta\eta$ , wo  $\alpha\delta - \beta\gamma = 1$ , so geht  $F$  in eine transformirte Function  $F'$  mit den Variabeln  $\xi, \eta$  über, deren Coëfficienten ich durch  $a', b', c', \dots$  bezeichne;  $a', b', c', \dots$  sind homogene Verbindungen aus  $a, b, c, \dots$  vom ersten, und sie sind zugleich homogen in  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  vom  $n$ ten Grade. Jede homogene ganze Function  $\varphi(a, b, c, \dots)$  der Coëfficienten, welche der Relation

$$\varphi(a', b', c', \dots) = \varphi(a, b, c, \dots)$$

genügt, heiße eine *Determinante* der Form  $F$ . Es läßt sich nun immer eine Anzahl von *Fundamental-Determinanten* aufstellen, aus welchen alle andern Determinanten algebraisch zusammengesetzt werden können, welche zugleich die einfachsten ihrer Art sind und selbst aus einander nicht zusammengesetzt werden können. Wie groß ist die Anzahl dieser Fundamental-Determinanten für ein gegebenes  $n$ , und wie werden sie gebildet? Herr *Cayley* aus Cambridge, der Erste, welcher so viel ich weiß, dieses Problem in Anregung gebracht hat, vermuthet, daß diese Anzahl entweder  $\frac{1}{2}n$  oder  $\frac{1}{2}(n-1)$  sei, je nachdem  $n$  gerade oder ungerade ist, ohne jedoch einen strengen Beweis dieses Satzes gefunden zu haben. — Wenn man ferner alle Coëfficienten der Formen, so wie die Transformations-Coëfficienten  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  als ganze Zahlen annimmt, so behalten die Fundamental-Determinanten für alle untereinander äquivalente Formen, also für eine ganze Classe von Formen, sämmtlich dieselben Werthe: es soll nun bewiesen werden, daß die Anzahl der Classen homogener Formen  $n$ ten Grades mit 2 Variabeln, welche zu demselben System gegebener Werthe der sämmtlichen Fundamental-Determinanten gehören, endlich ist, und es soll die Art der Abhängigkeit der Anzahl der Classen von den Werthen der Fundamental-Determinanten erforscht werden. — Endlich sollen alle homogenen Verbindungen  $f(a, b, c, \dots, x, y)$  von  $x, y$ , deren Coëfficienten von  $a, b, c, \dots$  abhängen, aufgestellt werden, welche in ihre correspondirenden  $f(a', b', c', \dots, \xi, \eta)$  durch die Transformation über-

gehen, und welche ich determinirende Verbindungen der Form  $F$  nenne. Ich habe gezeigt, dafs für  $n=3$  eine determinirende Verbindung zweiten Grades existirt; *Cayley's* fruchtbare Principien liefern eine Menge von determinirenden Verbindungen.

2. Dieselben Untersuchungen in Bezug auf homogene Functionen von mehr als 2 Variabeln.

3. Wenn  $m = a + bi$  eine ungerade complexe ganze Zahl ist, und  $x_1, x_2$  irgend zwei der  $a^2 + b^2 - 1$  von Null verschiedenen Wurzeln der Gleichung

$$m \int_0^x \frac{\partial x}{\sqrt{(1-x^4)}} = 4 \int_0^1 \frac{\partial y}{\sqrt{(1-y^4)}}$$

bezeichnen, so läßt sich bekanntlich  $x_1$  als rationale gebrochene Function von  $x_2$  mit ganzen complexen Coëfficienten darstellen; es läßt sich aber auch, wie noch nicht bekannt zu sein scheint,  $x_1$  als *ganze* Function von  $x_2$  darstellen, deren Coëfficienten, wenn sie auch nicht ganze Zahlen sind, doch nur Potenzen von 2 zu Nennern haben, d. h. es läßt sich immer ein ganzer Exponent  $\mu$  finden, so dafs  $2^\mu \cdot x_1$  einer *ganzen Function* von  $x_2$  mit *ganzen complexen Coëfficienten* gleich ist; der Grad dieser ganzen Function kann immer  $\leq a^2 + b^2 - 2$  gemacht werden. Jede ganze Function mit ganzen complexen Coëfficienten der sämtlichen  $a^2 + b^2 - 1$  Wurzeln der obigen Gleichung läßt sich daher, wenn man sie zuvor mit einer geeigneten Potenz von 2 multiplicirt, als ganze Function einer einzigen dieser Wurzeln mit *ganzen* complexen Coëfficienten darstellen; und zwar kann dies nur auf eine Art geschehen, wenn der Grad der letzteren ganzen Function  $\leq a^2 + b^2 - 2$  angenommen wird.

4. Wenn ein und dieselbe Function zweien verschiedenen Differentialgleichungen genügt: die einfachste Differentialgleichung für diese Function zu finden.

#### Druckfehler in diesem Bande.

- S. 127 Z. 6 v. o. st. Factoren l. Primfactoren
- 154 — 2 v. u. st. reelle Theil l. Coëfficient von  $i$
- 181 — 9 v. u. st. führen, sind l. führen
- 182 — 2 v. u. st. vierte l. dritte
- 186 — 8 v. u. st. Determinate l. Determinante
- 189 — 12 v. o. st. das Folgende l. die folgende
- 221 — 6 v. u. st.  $\frac{1}{(x-\alpha)^s}$  l.  $\frac{1}{(x-c)^s}$
- 240 — 12 v. u. fehlt in der Formel der Factor  $\varphi(x)$
- 251 — 17 v. o. st. Acht hat l. berücksichtigt