

Werk

Titel: Journal für die reine und angewandte Mathematik

Verlag: de Gruyter

Jahr: 1857

Kollektion: Mathematica

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN243919689_0053

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN243919689_0053

LOG Id: LOG_0025

LOG Titel: Sur une formule d'Analyse.

LOG Typ: article

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN243919689

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN243919689>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

21. Sur une formule d'Analyse.

(Par M. P. Tchebichev.)

(Lu à l'académie de St. Pétersbourg le $\frac{20 \text{ octobre}}{1 \text{ novembre}}$ 1854.)

Si l'on représente par $f(x)$ une fonction entière du degré n , et que l'on connaisse ses $n+1$ valeurs

$$f(x^0), f(x'), f(x''), \dots, f(x^n).$$

la formule de *Lagrange* donne cette expression de $f(x)$

$$\frac{(x-x')(x-x'')\dots}{(x^0-x')(x^0-x'')\dots} f(x^0) + \frac{(x-x^0)(x-x'')\dots}{(x'-x^0)(x'-x'')\dots} f(x') + \dots$$

Cette valeur de $f(x)$ peut être représentée sous différentes formes; l'une des plus remarquables est la suivante:

$$A' \sum_{i=0}^{i=n} f(x^i) - A'' \psi_1(x) \sum_{i=0}^{i=n} \psi_1(x^i) f(x^i) + A''' \psi_2(x) \sum_{i=0}^{i=n} \psi_2(x^i) f(x^i) - \dots;$$

où A' , A'' , A''' , ... désignent les coefficients de x dans les quotients de la fraction continue

$$\frac{1}{q_1} + \frac{1}{q_2} + \frac{1}{q_3} + \dots$$

résultante du développement de

$$\frac{1}{x-x^0} + \frac{1}{x-x'} + \dots + \frac{1}{x-x^{(n)}},$$

et $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$, ... les dénominateurs des fractions convergentes qu'on en tire.

Cette formule a l'avantage de donner $f(x)$ sous la forme d'une fonction entière, dont les termes, en général, présentent une série sensiblement décroissante. Dans le cas particulier de $x^0 = \frac{n}{n}$, $x' = \frac{n-2}{n}$, $x'' = \frac{n-4}{n}$, ...

$x^{(n)} = \frac{-n}{n}$, et n infiniment grand, cette formule fournit le développement de $f(x)$ suivant les valeurs de certaines fonctions, que *Legendre* a désignées par X^m (Exer. Partie V, §. 10), et qui sont déterminées ici par la réduction de l'expression $\log \frac{x+1}{x-1}$ en fraction continue.

Mais la propriété la plus précieuse de cette formule est celle-ci:

Si l'on ne prend dans cette formule que les premiers termes en nombre quelconque m , on trouve une valeur approchée de $f(x)$ sous la forme d'un polynôme du degré $m-1$ et avec les coefficients indiqués par la *méthode des moindres carrés*, dans la supposition que les valeurs données de $f(x^0)$, $f(x')$, $f(x'')$, ... $f(x^n)$ sont affectées d'erreurs de même nature.

Dans peu de temps, j'aurai l'honneur de présenter à l'Académie un Mémoire, où l'on verra, en outre, le parti qu'on peut tirer de cette formule pour l'Analyse.