

Werk

Titel: Journal für die reine und angewandte Mathematik

Verlag: de Gruyter

Jahr: 1857

Kollektion: Mathematica

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN243919689_0053

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN243919689_0053

LOG Id: LOG_0032

LOG Titel: Note sur la méthode d'élimination de Bezout.

LOG Typ: article

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN243919689

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN243919689>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

28.

Note sur la méthode d'élimination de *Bezout*.

(Par M. A. Cayley.)

Voici la forme la plus simple sous laquelle on peut présenter cette méthode. Pour éliminer les variables x, y entre deux équations du $n^{\text{ième}}$ degré

$$(a, \dots)(x, y)^n = 0$$

$$(a', \dots)(x, y)^n = 0,$$

on n'a qu'à former l'équation identique

$$\frac{(a, \dots)(x, y)^n (a', \dots)(\lambda, \mu)^n - (a', \dots)(x, y)^n (a, \dots)(\lambda, \mu)^n}{\mu x - \lambda y} =$$

$$\begin{vmatrix} a_{0,0} & a_{1,0} & \dots & a_{n-1,0} \\ a_{0,1} & a_{1,1} & \dots & a_{n-1,1} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{0,n-1} & a_{1,n-1} & \dots & a_{n-1,n-1} \end{vmatrix} (x, y)^{n-1} (\lambda, \mu)^{n-1}$$

où l'expression qui forme le second membre représente la fonction suivante

$$\begin{aligned} & (a_{0,0} x^{n-1} + a_{1,0} x^{n-2} y \dots + a_{n-1,0} y^{n-1}) \lambda^{n-1} \\ & + (a_{0,1} x^{n-1} + a_{1,1} x^{n-2} y \dots + a_{n-1,1} y^{n-1}) \lambda^{n-2} \mu \\ & \vdots \\ & + (a_{0,n-1} x^{n-1} + a_{1,n-1} x^{n-2} y \dots + a_{n-1,n-1} y^{n-1}) \mu^{n-1}. \end{aligned}$$

Le résultat de l'élimination sera

$$\begin{vmatrix} a_{0,0} & a_{1,0} & \dots & a_{n-1,0} \\ a_{0,1} & a_{1,1} & \dots & a_{n-1,1} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{0,n-1} & a_{1,n-1} & \dots & a_{n-1,n-1} \end{vmatrix} = 0.$$

Par exemple on trouve

$$\frac{(a, b, c)(x, y)^2 (a', b', c')(\lambda, \mu)^2 - (a', b', c')(x, y)^2 (a, b, c)(\lambda, \mu)^2}{\mu x - \lambda y} =$$

$$\begin{vmatrix} 2(ab' - a'b), & ac' - a'c \\ ac' - a'c, & 2(bc' - b'c) \end{vmatrix} (x, y)(\lambda, \mu)$$

$$\frac{(a, b, c, d)(x, y)^3 (a', b', c', d')(\lambda, \mu)^3 - (a', b', c', d')(x, y)^3 (a, b, c, d)(\lambda, \mu)^3}{\mu x - \lambda y} =$$

$$\begin{vmatrix} 3(ab' - a'b), & 3(ac' - a'c), & (ad' - a'd)(x^2, xy, y^2)(\lambda^2, \lambda\mu, \mu^2) \\ 3(ac' - a'c), & (ad' - a'd) + 9(bc' - b'c), & 3(bd' - b'd) \\ (ad' - a'd), & 3(bd' - b'd), & 3(cd' - c'd) \end{vmatrix}$$

d'où l'on tire immédiatement les résultats de l'élimination entre deux équations quadratiques ou cubiques.

Londres, 2 Stone Buildings, Avril 1855.

29.

Remarque relative à la note précédente.

(Par M. C. W. Borchardt.)

Comme la forme élégante sous laquelle M. *Cayley* présente la méthode abrégée de *Bezout* pourrait être inintelligible aux mathématiciens qui ne sont pas familiarisés avec les notations nouvelles du géomètre distingué de Londres, je crois faire une chose utile en traduisant comme l'a déjà fait M. *Sylvester* (Phil. Trans. 1853 pag. 516) en signes algébriques ordinaires l'énoncé de M. *Cayley*:

„Etant proposées deux équations du $n^{\text{ième}}$ degré

$$fx = 0, \quad \varphi x = 0$$

divisez l'expression

$$fx \varphi y - fy \varphi x$$

par la différence

$$x - y,$$

le quotient sera une fonction entière en x et y , du degré $n-1$ par rapport à chacune des deux variables, c. à d. une fonction de la forme

$$\sum_{i=0}^{i=n-1} \sum_{k=0}^{k=n-1} a_{i,k} x^i y^k$$

et le déterminant

$$\Sigma \pm a_{0,0} a_{1,1} \dots a_{n-1,n-1}$$