Werk

Titel: Journal für die reine und angewandte Mathematik
Verlag: de Gruyter
Jahr: 1891
Kollektion: Mathematica
Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Werk Id: PPN243919689_0107
PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN243919689_0107

LOG Id: LOG_0013
LOG Titel: Reduction der Systeme von n2 ganzzahligen Elementen.
LOG Typ: article

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN243919689
PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN243919689

Terms and Conditions

Contact

Reduction der Systeme von n^2 ganzzahligen Elementen.

(Von *L. Kronecker.*)

Jedes System von n^2 ganzzahligen, in n Horizontalreihen und n Verticalreihen geordneten Elementen lässt sich durch „elementare Transformationen", d. h. Vertauschung von Horizontal- oder Vertical-Reihen mit gleichzeitiger Zeichenänderung der einen Reihe und Addition einer Horizontal- oder Vertical-Reihe zu einer anderen, auf ein solches reduciren, in welchem jedes Element ausserhalb der Diagonale gleich Null und jedes von Null verschiedene Diagonalelement positiv und Divisor des folgenden ist*).

Irgend ein gegebenes System kann nämlich zuvörderst durch Vertauschung von Reihen so eingerichtet werden, dass das *erste* Element positiv und nicht grösser als der absolute Werth irgend eines der von Null verschiedenen Elemente ist. Dieses erste Element kann aber durch elementare Transformationen noch verkleinert werden, wenn in der ersten Horizontal- oder Vertical-Reihe ein Element vorkommt, welches nicht ein ganzes Vielfaches des ersten ist. Hat man nun ein System erlangt, in welchem das erste Element positiv und Divisor aller übrigen Elemente der ersten Horizontal- und Vertical-Reihe ist, so kann man es durch elementare Transformationen so umwandeln, dass alle Elemente der ersten Horizontal- und Vertical-Reihe, mit Ausnahme des ersten, gleich Null werden. Kommt endlich in einem *solchen* Systeme irgend eine, nicht durch das erste Element theilbare Zahl vor, so kann man es dadurch, dass man die betreffende Horizontalreihe zur ersten addirt, in ein System transformiren, in welchem das erste Element positiv und *nicht* Divisor aller übrigen Elemente der ersten Horizontalreihe ist, also noch verkleinert werden kann. Man muss daher auf die angegebene Weise zu einem Systeme gelangen, in welchem das erste Element positiv und Divisor *aller* übrigen ist, und zugleich alle Elemente der ersten Horizontal- und Vertical-Reihe, mit Ausnahme des ersten, gleich Null sind.

---

*) Die erste Methode einer solchen Reduction ist von Herrn *Frobenius* angegeben worden (vgl. Bd. 86, S. 157 dieses Journals).

Nunmehr braucht offenbar nur die Möglichkeit der Reduction für Systeme von $(n-1)^2$ Elementen vorausgesetzt zu werden, um sie aus der vorstehenden Erörterung unmittelbar für Systeme von n^2 Elementen zu erschliessen.

Dass für jedes System nur ein einziges reducirtes existirt, ist ersichtlich. Denn ihrem absoluten Werthe nach sind die Diagonalelemente dadurch vollkommen definirt, dass (für jede Zahl m) das Product der m ersten, als grösster gemeinsamer Theiler aller Subdeterminanten $m$ter Ordnung, einen bei jeder elementaren Transformation unveränderlichen absoluten Werth hat; die Vorzeichen sind, abgesehen von dem des letzten Elements, als positiv bestimmt worden, und für dieses letzte Element bestimmt sich, falls es von Null verschieden ist, das Vorzeichen als dasjenige der Determinante des Systems.