Werk

Titel: Journal für die reine und angewandte Mathematik

Verlag: de Gruyter

Jahr: 1891

Kollektion: Mathematica

Werk Id: PPN243919689_0108

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN243919689_0108|LOG_0023

Bemerkung zur vollständigen Darstellung algebraischer Raumcurven.

(Von Herrn *K. Th. Vahlen.*)

Herr *Kronecker* pflegte in seinen Vorlesungen über die Theorie der algebraischen Gleichungen zu zeigen, dass eine ν-fache, einer n-fachen entnommene algebraische Mannigfaltigkeit im Allgemeinen erst durch $n+1$ algebraische Gleichungen vollständig dargestellt werde (vgl. *Kronecker*, Festschrift § 10). Dass eine solche Darstellung zuweilen wirklich nothwendig wird, wenn man nicht zur Parameterdarstellung greifen oder Ungleichungen hinzunehmen will, geht in folgender Weise aus bekannten Sätzen hervor.

Die Schnittcurve zweier Flächen F_μ und F_ν, resp. μter und νter Ordnung, zerfalle in zwei Raumcurven R_m^p und $R_{m'}^{p'}$, deren Ordnungen m, m' und deren Geschlechter p und p' seien. Durch Gleichsetzung der Anzahlen der scheinbaren Doppelpunkte der ganzen Schnittcurve und derjenigen der zerfallenden erhält man die Anzahl der wirklichen Schnittpunkte der R_m^p und der $R_{m'}^{p'}$, nämlich $s = m(\mu+\nu-4)-2(p-1)$. Legt man noch eine dritte Fläche F_ϱ, ϱ-ter Ordnung, durch die R_m^p allein, so wird dieselbe von der $R_{m'}^{p'}$ in $m'\varrho-s$ oder in $S=\mu\nu\varrho-m(\mu+\nu+\varrho-4)+2(p-1)$ Punkten geschnitten, die auf allen drei Flächen F_μ, F_ν, F_ϱ, aber nicht auf der R_m^p liegen.

Für eine gegebene R_m^p können im Allgemeinen nicht drei Flächen so bestimmt werden, dass die Anzahl S verschwindet. Es ergiebt sich dies aus dem einfachsten Beispiele der R_5^0 mit nur einer Quadrisecante. Sollte die Anzahl

$$\mu\nu\varrho-5(\mu+\nu+\varrho-4)-2,$$

oder

$$(\mu-3)(\nu-3)(\varrho-3)+3((\mu-3)(\nu-3)+(\mu-3)(\varrho-3)+(\nu-3)(\varrho-3)) \\ +4(\mu+\nu+\varrho-9)$$

verschwinden, so müsste, da keine Fläche zweiter Ordnung durch diese R_5^0 geht (s. *Noether*, Zur Grundlegung der Theorie der algebraischen Raumcurven § 14 u. 15, Bd. 93 dieses Journals), $\mu = \nu = \varrho = 3$ sein. Aber durch drei Flächen dritter Ordnung wird diese R_5^0 nicht isolirt dargestellt, weil jede F_3 vier Punkte der Quadrisecante, also diese selbst enthält. Nimmt man nun zu zwei Flächen dritter Ordnung eine dritte von der Ordnung $\varrho > 3$ hinzu, so entstehen $4(\varrho - 3)$ ausserhalb der R_5^0 gelegene Schnittpunkte; diese R_5^0 wird daher erst durch vier Flächen vollständig dargestellt.