Da der Satz von der Vertauschung von Argument und Parameter in den Elementarintegralen dritter Gattung ein ganz allgemeines Theorem der analytischen Theorie der algebraischen Funktionen ist, möchte ich auf Grund der vorstehenden beiden Bemerkungen glauben, daß seine rein-algebraische Formulierung und Ausdeutung zu einem ganz allgemeinen Reziprozitätsgesetz ARTINscher Art für abelsche Erweiterungen algebraischer Funktionenkörper führen wird, von dem das hier mitgeteilte Ergebnis nur ein einfacher Spezialfall ist (Geschlecht 1, unverzweigte Erweiterung). Ein weiterer Spezialfall, der ebenfalls in diese Richtung weist, liegt in der bereits in allen Einzelheiten bekannten Klassenkörpertheorie der abelschen Erweiterungen von K/Ω bei endlichem Ω vor.

§ 4.

Der Mordell-Weilsche Endlichkeitssatz.

Es sei jetzt Ω ein endlich-algebraischer Zahlkörper. Der zu beweisende Satz lautet:

Die rationale Nullklassengruppe D von K/Ω hat endlichen Rang.

1. Aus dem in § 3 bewiesenen Zerlegungsgesetz für den n-Teilungskörper folgern wir mittels der in A, § 9 gegebenen Darstellung der Distributionslehre zunächst die folgende schwächere Endlichkeitsaussage:

Besitzt K/Ω einen rationalen Punkt und sind die n-Teilungsklassen von K/Ω rational, so ist die Faktorgruppe D/D^n endlich.

Beweis. Nach dem Klassenkörper-Zerlegungsgesetz für $K/K\,n$ ist D/D^n isomorph zur Multiplikationsgruppe der n-Klassensysteme der $z_J(\mathfrak{p})$ in Ω, wo $\mathfrak{p}$ die rationalen Punkte von K/Ω durchläuft. Es genügt demnach zu zeigen, daß die $z_J(\mathfrak{p})$ nur endlich viele n-Klassen in Ω durchlaufen. Dabei können wir die ursprüngliche Normierung:

$$z_J \cong \left(\frac{\mathfrak{i}}{\mathfrak{o}}\right)^n$$

aus § 2 zugrunde legen, weil es auf die endlich vielen $\mathfrak{p} = \mathfrak{i}$ (zu denen auch $\mathfrak{o}$ gehört) nicht ankommt. Für $\mathfrak{p} \neq \mathfrak{i}$ folgt aus dem Hauptsatz der Distributionslehre (A, § 9, 7):

$$z_J(\mathfrak{p}) \doteq \left(\frac{\mathfrak{i}(\mathfrak{p})}{\mathfrak{o}(\mathfrak{p})}\right)^n.$$

Dabei seien die Distributionen $\mathfrak{i}(\mathfrak{p})$ [zu denen auch $\mathfrak{o}(\mathfrak{p})$ gehört] auf Grund der Endlichkeit der Divisorenklassenanzahl von Ω zahlnormiert. Dann bedeutet dieses System von Distributionsgleichungen ein System von Zahlgleichungen:

$$z_J(\mathfrak{p}) = \varepsilon_{J,\mathfrak{p}}\, \gamma_{J,\mathfrak{p}} \left(\frac{\mathfrak{i}(\mathfrak{p})}{\mathfrak{o}(\mathfrak{p})}\right)^n,$$

mit Zahlfaktoren $\gamma_{J,\mathfrak{p}} \neq 0$ aus Ω, die einem endlichen Vorrat angehören, und Einheitsfaktoren $\varepsilon_{J,\mathfrak{p}}$ aus Ω. Wegen der Endlichkeit des Einheitenranges von Ω ist auch die Anzahl der durch Einheiten gelieferten n-Klassen in Ω endlich. Daher durchlaufen die $z_J(\mathfrak{p})$ in der Tat nur endlich viele n-Klassen in Ω.

2. Gestützt auf die damit bewiesene schwächere Endlichkeitsaussage wird der Beweis des Endlichkeitssatzes selbst nach dem klassischen Verfahren der descente infinie geführt. Da mit einer abelschen Gruppe auch jede Untergruppe endlichen Rang hat, können wir für diesen Beweis, auf Grund einer endlich-algebraischen Konstantenerweiterung von K/Ω, ohne Einschränkung voraussetzen, daß K/Ω einen rationalen Punkt $\mathfrak{o}$ besitzt, und daß für eine feste natürliche Zahl $n > 1$ (es genügt $n = 2$) die n-Teilungsklassen von K/Ω rational sind, so daß also D/D^n endlich ist. Es gibt dann ein endliches System R von rationalen Punkten $\mathfrak{r}$ von K/Ω derart, daß die Brüche $\frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{o}}$ die endlich vielen Klassen von D/D^n repräsentieren. Wir denken R so gewählt, daß die n-Hauptklasse D^n durch $\frac{\mathfrak{o}}{\mathfrak{o}} = 1$ und zueinander reziproke n-Klassen durch Paare $\frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{o}}, \frac{\bar{\mathfrak{r}}}{\mathfrak{o}}$ mit $\frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{o}}\,\frac{\bar{\mathfrak{r}}}{\mathfrak{o}} \sim 1$ repräsentiert werden. Zu jedem rationalen Punkt $\mathfrak{p} = \mathfrak{p}_0$ von K/Ω gibt es dann eine unendliche Folge rationaler Punkte $\mathfrak{p}_i$ von K/Ω derart, daß

$$\mathfrak{p}_{i-1} \sim \left(\frac{\mathfrak{p}_i}{\mathfrak{o}}\right)^n \mathfrak{r}_{i-1} \qquad (i = 1, 2, \ldots) \tag{1}$$

mit $\mathfrak{r}_i$ aus R gilt. Dabei ist $\mathfrak{p}_i$ durch $\mathfrak{p}_{i-1}$ nur bis auf eine Translation um eine willkürliche n-Teilungsklasse festgelegt; wir arbeiten mit irgendeiner festen Wahl der $\mathfrak{p}_i$ zu $\mathfrak{p}$. Zusammengezogen hat man

$$\frac{\mathfrak{p}}{\mathfrak{o}} \sim \left(\frac{\mathfrak{p}_k}{\mathfrak{o}}\right)^{n^k} \left(\frac{\mathfrak{r}_{k-1}}{\mathfrak{o}}\right)^{n^{k-1}} \cdots \left(\frac{\mathfrak{r}_1}{\mathfrak{o}}\right)^n \frac{\mathfrak{r}_0}{\mathfrak{o}} \qquad (k = 1, 2, \ldots). \tag{2}$$

Entweder ist nun einmal $\left(\frac{\mathfrak{p}_k}{\mathfrak{o}}\right)^n \sim 1$. In diesem Falle gehört die Klasse von $\frac{\mathfrak{p}}{\mathfrak{o}}$ zu der aus $\frac{R}{\mathfrak{o}}$ erzeugten Gruppe. Oder aber es sind alle $\left(\frac{\mathfrak{p}_i}{\mathfrak{o}}\right)^n \not\sim 1$, so daß kein $\mathfrak{p}_{i-1}$ zu R gehört; wegen der besonderen Wahl von R sind dann alle $\mathfrak{p}_{i-1} \neq \mathfrak{o}, \mathfrak{r}_{i-1}, \bar{\mathfrak{r}}_{i-1}$. In diesem Falle zeigen wir, daß es ein (von $\mathfrak{p}$ abhängiges) $k_0(\mathfrak{p})$ derart gibt, daß $\mathfrak{p}_k$ mit $k \geqq k_0(\mathfrak{p})$ einem von $\mathfrak{p}$ unabhängigen endlichen Vorrat P angehört. In jedem Falle gehört demnach die Klasse von $\frac{\mathfrak{p}}{\mathfrak{o}}$ zu der aus $\frac{R}{\mathfrak{o}}$ und $\frac{P}{\mathfrak{o}}$ erzeugten Gruppe, d. h. die Gruppe D wird durch die endlich vielen Repräsentanten aus $\frac{R}{\mathfrak{o}}$ und $\frac{P}{\mathfrak{o}}$ erzeugt, hat also endlichen Rang.

3. Der Hauptschluß bei dieser descente infinie, nämlich der Nachweis der Endlichkeit des Vorrats P für $\mathfrak{p}_k$ im zweiten Falle, wird dadurch erbracht, daß für eine Beziehung vom Typus (1):

$$\mathfrak{p} \sim \left(\frac{\mathfrak{p}'}{\mathfrak{o}}\right)^n \mathfrak{r} \quad \text{mit} \quad \mathfrak{p} \neq \mathfrak{o}, \mathfrak{r}, \bar{\mathfrak{r}} \tag{3}$$

die homogenen Koordinaten von $\mathfrak{p}'$ ihrer Höhe nach durch die homogenen Koordinaten von $\mathfrak{p}$ abgeschätzt werden. Dieser Teil unseres Beweises unterscheidet sich von dem entsprechenden Teil bei Mordell und Weil durch eine der Sachlage besser angepaßte Wahl der Koordinaten. Wir bilden nämlich die Koordinaten nicht mittels der Weierstrassschen Normalform der Erzeugung von K/Ω, was im Sinne von A, § 3 der Klasse von $\mathfrak{o}^3$ entspricht, sondern mittels der Klasse N von $\mathfrak{o}^{n^2}$. Der Grad n^2 dieser Klasse N erfüllt die in A, § 3, **3** geforderte Ungleichung: $n^2 \geqq 2^2 = 4 = 3g+1$. Eine für unseren Zweck geeignete homogene N-Basis erhalten wir aus der Theorie des n-Teilungskörpers. Eine solche muß aus $\dim N = n^2$ Elementen bestehen. Nach dem Beweis des Kummer-Zerlegungsgesetzes in § 2 sind nun die dortigen n^2 Elemente

$$w_J \cong \frac{\mathfrak{i}\, \mathfrak{n}_0}{\mathfrak{o}\, \mathfrak{n}_0}$$

linear-unabhängig über $K\mathfrak{n}$, also sicher über Ω. Diese Elemente bilden eine N-Basis. Denn nach der Definition von $\mathfrak{n}_0$ sind die $\mathfrak{i}$ die Lösungen von $\mathfrak{n}_0 \mathfrak{i} = \mathfrak{o}$. Daher ist $\mathfrak{o}\,\mathfrak{n}_0 = \prod\limits_{\mathfrak{i}} \mathfrak{i}$. Weil nun die Gruppe D_n der J den Typus (n, n) hat, gilt $\prod\limits_J J = 1$, also $\prod\limits_{\mathfrak{i}} \mathfrak{i} \sim \mathfrak{o}^{n^2}$, und somit in der Tat $\mathfrak{o}\,\mathfrak{n}_0 \sim \mathfrak{o}^{n^2}$. Wegen dieser Äquivalenz gibt es in K ein Element

$$t \cong \frac{\mathfrak{o}\, \mathfrak{n}_0}{\mathfrak{o}^{n^2}}.$$

Wir legen dann für unseren Zweck vorteilhafter folgende Normierung der homogenen N-Basis w_J zugrunde:

$$x_J = t\, w_J \cong \frac{\mathfrak{i}\, \mathfrak{n}_0}{\mathfrak{o}^{n^2}}.$$

Bei ihr ist nämlich die N-Basis x_J primitiv für alle $\mathfrak{p} \neq \mathfrak{o}$. Ist also $\mathfrak{p} \neq \mathfrak{o}$, so gilt nach A, § 9, 8 für die Höhe der homogenen n-Koordinaten von $\mathfrak{p}$ die Formel:

$$H_x(\mathfrak{p}) \doteq |N(\mathfrak{o}(\mathfrak{p}))|^{n^2} \cdot N\big(\operatorname*{Max}_J |x_J(\mathfrak{p})|\big). \tag{4}$$

4. Mittels dieser Formel schätzen wir nunmehr bei Bestehen einer Beziehung (3) die Koordinaten von $\mathfrak{p}'$ durch die von $\mathfrak{p}$ ab. Wir schreiben dazu (3) in der Form:

$$\mathfrak{p} = \varrho\, \mathfrak{n}_0\, \mathfrak{p}' \quad \text{mit} \quad \mathfrak{p} \neq \mathfrak{o}, \mathfrak{r}, \bar{\mathfrak{r}}, \tag{3'}$$

wo ϱ die Translation um die Klasse von $\frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{o}}$ bezeichnet, und zerlegen diese Beziehung in zwei Einzelschritte, die Multiplikation $\mathfrak{n}_0$ und die Translation ϱ.

a) *Koordinatenabschätzung bei der Multiplikation.* Die zu betrachtende Beziehung lautet:

$$\mathfrak{p} = \mathfrak{n}_0\,\mathfrak{p}' \quad \text{mit} \quad \mathfrak{p} \neq \mathfrak{o}. \tag{3a}$$

Wir drücken die Basis x_J von $\left\{\frac{1}{\mathfrak{o}^{n^2}}\right\}$ in K durch die meromorph zugeordnete Basis $x_J\,\mathfrak{n}_0$ von $\left\{\frac{1}{(\mathfrak{o}\,\mathfrak{n}_0)^{n^2}}\right\}$ in $K\mathfrak{n}$ aus. Es ist

$$w_J^n = z_J\,\mathfrak{n}_0 \simeq \left(\frac{\mathfrak{i}\,\mathfrak{n}_0}{\mathfrak{o}\,\mathfrak{n}_0}\right)^n.$$

Hiernach besteht ein Gleichungssystem:

$$w_J^{n^2} = (z_J\,\mathfrak{n}_0)^n = \sum_{J'} \alpha_{J,J'} \cdot x_{J'}\,\mathfrak{n}_0$$

mit Koeffizienten $\alpha_{J,J'}$ aus Ω. Multiplikation mit t^{n^2} liefert das Gleichungssystem:

$$x_J^{n^2} = t^{n^2} \sum_{J'} \alpha_{J,J'} \cdot x_{J'}\,\mathfrak{n}_0,$$

das die N-Basis x_J durch die meromorph zugeordnete $N\mathfrak{n}_0$-Basis $x_J\,\mathfrak{n}_0$ ausdrückt. Dies Gleichungssystem ist auch an sich interessant, als eine algebraisch-durchsichtige homogene Erzeugung des n-Teilungskörpers $K/K\mathfrak{n}$. Wir gehen zu den Resten mod. $\mathfrak{p}'$ über. Nach der Restformel § 1, (2) und nach (3a) ist

$$(x_J\,\mathfrak{n}_0)(\mathfrak{p}') = x_J(\mathfrak{n}_0\,\mathfrak{p}') = x_J(\mathfrak{p}).$$

Damit ergibt sich das Gleichungssystem:

$$x_J(\mathfrak{p}')^{n^2} = t(\mathfrak{p}')^{n^2} \sum_{J'} \alpha_{J,J'}\, x_{J'}(\mathfrak{p}),$$

das die homogenen N-Koordinaten von $\mathfrak{p}'$ durch die von $\mathfrak{p}$ ausdrückt; man beachte dabei, daß wegen $\mathfrak{p} \neq \mathfrak{o}$ auch $\mathfrak{p}' \neq \mathfrak{o}$ ist, so daß die auftretenden Reste $\neq \infty$ sind. Aus diesem Gleichungssystem folgt eine Abschätzung:

$$N\left(\operatorname*{Max}_J |x_J(\mathfrak{p}')|\right)^{n^2} \leqq A \cdot |N(t(\mathfrak{p}'))|^{n^2} \cdot N\left(\operatorname*{Max}_J |x_J(\mathfrak{p})|\right) \tag{5a}$$

mit einer durch die Koeffizienten $\alpha_{J,J'}$ bestimmten, also von $\mathfrak{p}$ unabhängigen positiven Zahl A. Aus $t \simeq \frac{\mathfrak{o}\,\mathfrak{n}_0}{\mathfrak{o}^{n^2}}$ folgt nun nach dem Hauptsatz der Distributionslehre:

$$t(\mathfrak{p}') \doteq \frac{(\mathfrak{o}\,\mathfrak{n}_0)(\mathfrak{p}')}{\mathfrak{o}(\mathfrak{p}')^{n^2}}.$$

Darin ist nach der Restformel § 1, (3) und nach (3a)

$$(\mathfrak{o}\,\mathfrak{n}_0)(\mathfrak{p}') \doteq \mathfrak{o}(\mathfrak{n}_0\,\mathfrak{p}') = \mathfrak{o}(\mathfrak{p}).$$

Demnach ist

$$t(\mathfrak{p}') \doteq \frac{\mathfrak{o}(\mathfrak{p})}{\mathfrak{o}(\mathfrak{p}')^{n^2}},$$

und somit (im Sinne von A, § 9, 8)

$$\text{(6a)} \qquad |N(t(\mathfrak{p}'))| \doteq \frac{|N(\mathfrak{o}(\mathfrak{p}))|}{|N(\mathfrak{o}(\mathfrak{p}'))|^{n^2}}.$$

Aus (5a) und (6a) folgt nach (4) eine Abschätzung:

$$\text{(7a)} \qquad H_x(\mathfrak{p}') \leqq C \cdot H_x(\mathfrak{p})^{\frac{1}{n^2}}$$

mit einer von $\mathfrak{p}$ unabhängigen positiven Zahl C.

b) *Koordinatenabschätzung bei der Translation.* Die zu betrachtende Beziehung lautet:

$$\text{(3b)} \qquad \mathfrak{p} = \varrho\mathfrak{p}' \quad \text{mit} \quad \mathfrak{p} \neq \mathfrak{o}, \mathfrak{r}, \bar{\mathfrak{r}},$$

wo ϱ die Translation um die Klasse von $\frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{o}}$ ist. Der Beziehung $\mathfrak{o}\,\varrho^{-1} = \varrho\,\mathfrak{o} = \mathfrak{r}$ entsprechend drücken wir hier die durch den Isomorphismus ϱ^{-1} entstehende Basis $x_J\varrho^{-1}$ von $\left\{\frac{1}{\mathfrak{r}^{n^2}}\right\}$ durch die Basis x_J von $\left\{\frac{1}{\mathfrak{o}^{n^2}}\right\}$ aus. Wegen $\frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{o}}\,\frac{\bar{\mathfrak{r}}}{\mathfrak{o}} \sim 1$ gibt es in K ein Element

$$u \cong \frac{\mathfrak{o}^2}{\mathfrak{r}\,\bar{\mathfrak{r}}}.$$

Es ist dann

$$\frac{1}{u^{n^2}}\left\{\frac{1}{\mathfrak{r}^{n^2}}\right\} \leqq \left\{\frac{1}{\mathfrak{o}^{2n^2}}\right\} = \left(\frac{1}{\mathfrak{o}^{n^2}}\right)^2,$$

letzteres nach dem Hilfssatz in A, § 2, 2. Hiernach besteht ein Gleichungssystem:

$$x_J\,\varrho^{-1} = u^{n^2} \sum_{J',\,J''} \alpha_{J,\,J',\,J''}\, x_{J'}\, x_{J''}$$

mit Koeffizienten $\alpha_{J,\,J',\,J''}$ aus Ω, das die durch den Isomorphismus ϱ^{-1} entstehende $N\varrho^{-1}$-Basis $x_J\varrho^{-1}$ durch die N-Basis x_J ausdrückt. Wir gehen zu den Resten mod. $\mathfrak{p}$ über. Nach der Restformel § 1, (2) und nach (3b) ist

$$(x_J\varrho^{-1})(\mathfrak{p}) = x_J(\varrho^{-1}\mathfrak{p}) = x_J(\mathfrak{p}').$$

Damit ergibt sich das Gleichungssystem:

$$x_J(\mathfrak{p}') = u(\mathfrak{p})^{n^2} \sum_{J',\,J''} \alpha_{J,\,J',\,J''}\, x_{J'}(\mathfrak{p})\, x_{J''}(\mathfrak{p}),$$

das die homogenen N-Koordinaten von $\mathfrak{p}'$ durch die von $\mathfrak{p}$ ausdrückt; man beachte dabei, daß wegen $\mathfrak{p} \neq \mathfrak{o}, \mathfrak{r}, \bar{\mathfrak{r}}$ die auftretenden Reste $\neq \infty$ sind. Aus diesem Gleichungssystem folgt eine Abschätzung:

$$\text{(5b)} \qquad N\left(\operatorname*{Max}_J |x_J(\mathfrak{p}')|\right) \leqq A_{\mathfrak{r}} \cdot |N(u(\mathfrak{p}))|^{n^2} \cdot N\left(\operatorname*{Max}_J |x_J(\mathfrak{p})|\right)^2$$

mit einer durch die Koeffizienten $\alpha_{J,J',J''}$ bestimmten, also nur von $\mathfrak{r}$, nicht von $\mathfrak{p}$ abhängigen positiven Zahl $A_{\mathfrak{r}}$. Aus $u \cong \frac{\mathfrak{o}^2}{\mathfrak{r}\bar{\mathfrak{r}}}$ folgt nun nach dem Hauptsatz der Distributionslehre:

$$u(\mathfrak{p}) \doteq \frac{\mathfrak{o}(\mathfrak{p})^2}{\mathfrak{r}(\mathfrak{p})\,\bar{\mathfrak{r}}(\mathfrak{p})}.$$

Darin ist nach der Restformel § 1, (3) und nach (3b)

$$\mathfrak{r}(\mathfrak{p}) = \mathfrak{o}\,\varrho^{-1}(\mathfrak{p}) = \mathfrak{o}(\varrho^{-1}\mathfrak{p}) = \mathfrak{o}(\mathfrak{p}').$$

Demnach ist

$$u(\mathfrak{p}) \doteq \frac{1}{\bar{\mathfrak{r}}(\mathfrak{p})} \cdot \frac{\mathfrak{o}(\mathfrak{p})^2}{\mathfrak{o}(\mathfrak{p}')};$$

da $\bar{\mathfrak{r}}(\mathfrak{p})$ wesentlich ganz ist, also beschränkten Nenner hat (A, § 9, 7), folgt hieraus

(6b) $$|N(u(\mathfrak{p}))| \leqq B_{\mathfrak{r}} \frac{|N(\mathfrak{o}(\mathfrak{p}))|^2}{|N(\mathfrak{o}(\mathfrak{p}'))|}$$

mit einer nur von $\mathfrak{r}$, nicht von $\mathfrak{p}$ abhängigen positiven Zahl $B_{\mathfrak{r}}$. Aus (5b) und (6b) folgt nach (4) eine Abschätzung:

(7b) $$H_x(\mathfrak{p}') \sim C_{\mathfrak{r}} \cdot H_x(\mathfrak{p})^2$$

mit einer nur von $\mathfrak{r}$, nicht von $\mathfrak{p}$ abhängigen positiven Zahl $C_{\mathfrak{r}}$.

Aus den für die speziellen Beziehungen (3a), (3b) gewonnenen Abschätzungen (7a), (7b) ergibt sich für die allgemeine Beziehung (3′), d. h. (3), durch Zusammensetzung:

$$H_x(\mathfrak{p}') \leqq C \cdot H_x(n_0\,\mathfrak{p}')^{\frac{1}{n^2}} \leqq C\,C_{\mathfrak{r}}^{\frac{1}{n^2}} \cdot H_x(\mathfrak{p})^{\frac{2}{n^2}}.$$

Bei der Beziehungskette (1) gilt demnach, weil die $\mathfrak{r}_i$ dem endlichen Repräsentantensystem R entnommen sein sollen, eine Abschätzung:

$$H_x(\mathfrak{p}_i) \leqq C_R \cdot H_x(\mathfrak{p}_{i-1})^{\frac{2}{n^2}}$$

mit einer nur von R, nicht von $\mathfrak{p}$ abhängigen positiven Zahl C_R. Daraus folgt für die Beziehung (2) durch Zusammensetzung:

$$H_x(\mathfrak{p}_k) \leqq C_R^{1+\frac{2}{n^2}+\cdots+\left(\frac{2}{n^2}\right)^{k-1}} \cdot H_x(\mathfrak{p})^{\left(\frac{2}{n^2}\right)^k},$$

also

$$H_x(\mathfrak{p}_k) < C_R^{\frac{n^2}{n^2-2}} \cdot H_x(\mathfrak{p})^{\left(\frac{2}{n^2}\right)^k}.$$

Wegen $n^2 \geqq 2^2 > 2$ gibt es hiernach ein $k_0(\mathfrak{p})$ derart, daß

$$H_x(\mathfrak{p}) \leqq C_R^{\frac{n^2}{n^2-2}} + 1 \text{ für alle } k \geqq k_0(\mathfrak{p}).$$

Für $k \geqq k_0(\mathfrak{p})$ ist demgemäß die Höhe der homogenen N-Koordinaten von $\mathfrak{p}_k$ unabhängig von $\mathfrak{p}$ beschränkt. Die $\mathfrak{p}_k$ in (2) gehören somit für $k \geqq k_0(\mathfrak{p})$ einem von $\mathfrak{p}$ unabhängigen endlichen Vorrat P an. Damit ist nach dem schon Gesagten der Endlichkeitssatz bewiesen.

(Eingegangen am 5. Oktober 1941.)