gilt er nach dem Vorstehenden auch für alle Systeme von Zahlen, deren Anzahl = 4, 5, 6 u. s. w. ist. Das Endresultat heisst auch jetzt wieder das Product aus den gegebenen Zahlen, diese letzteren heissen die Factoren des Productes, und man bezeichnet das Product durch das Nebeneinanderschreiben sämmtlicher in beliebiger Ordnung folgenden Factoren.

Ein besonderer Fall dieses Satzes ist der, dass man bei der Bildung des Productes aus beliebig vielen Zahlen oder Factoren dieselben nach Belieben in Gruppen vertheilen und alle in einer Gruppe enthaltenen Factoren zu ihrem Product vereinigen darf; das Product aus diesen den einzelnen Gruppen entsprechenden Producten wird immer mit dem Producte aller gegebenen Zahlen übereinstimmen; denn offenbar ist diese Bildung selbst eine der verschiedenen möglichen Anordnungen des Processes. So ist z. B.

$$abcde = (ab)c(de) = (abcd)e = (abe)(cd).$$

Es ist nicht schwierig, dieselben Sätze auch für den Fall zu beweisen, dass unter den Factoren eines Productes beliebig viele *negative* sind; das Vorzeichen des Productes wird das positive oder negative sein, je nachdem die Anzahl der negativen Factoren gerade oder ungerade ist. Endlich mag noch daran erinnert werden, dass auch die ganze Zahl *Null* als Factor auftreten kann, in welchem Falle das Product stets = 0 sein wird.

§. 3.

Wenn die Zahl*) a das Product aus der Zahl b und einer zweiten ganzen Zahl m, also $a = mb$ ist, so nennt man a ein *Vielfaches* oder *Multiplum* von b; statt dessen sagt man auch: a ist *theilbar* durch b, oder: b ist ein *Theiler* oder *Divisor* von a, oder endlich: b *geht in* a *auf*. Alle diese Benennungen sind gleich gebräuchlich, und da es in der Zahlentheorie ausserordentlich oft vorkommt, diese Beziehung zwischen zwei Zahlen auszudrücken, so ist es angenehm, dafür eine Reihe verschiedener Ausdrücke zu besitzen. Aus der Definition des Vielfachen leuchten nun sogleich folgende Sätze ein, von denen später sehr häufig Gebrauch gemacht werden wird.

*) Unter *Zahlen* schlechthin sind hier und im Folgenden immer *ganze* Zahlen zu verstehen.