gegen das Product $\alpha\beta\gamma$ ... *aller Zahlen der andern Reihe.* Denn soeben ist bewiesen, dass jede der Zahlen α, β, γ ... relative Primzahl gegen das Product $abcd$ ... ist, woraus durch nochmalige Anwendung desselben Satzes auch folgt, dass ihr Product $\alpha\beta\gamma$... ebenfalls relative Primzahl gegen $abcd$ ... ist.

4. Hieraus können wir wieder einen speciellen Fall ableiten, indem wir annehmen, dass die Zahlen b, c, d ... identisch mit a, ferner die Zahlen β, γ ... identisch mit α sind; wir erhalten dann das Resultat: *ist a relative Primzahl gegen* α, *so ist auch jede Potenz der Zahl a relative Primzahl gegen jede Potenz der Zahl* α.

Eine Anwendung hiervon macht man bei dem Beweise des Satzes, dass die $m$te Wurzel aus einer ganzen Zahl A entweder irrational oder selbst eine ganze Zahl ist; denn wenn jene Wurzel rational, d. h. von der Form $r:s$ ist, wo r und s ganze Zahlen bedeuten, die man ohne gemeinschaftlichen Divisor annehmen kann, so ergiebt sich aus $r^m = A s^m$, dass r^m durch s^m theilbar ist; da nun r und s, folglich auch r^m und s^m relative Primzahlen sind, so muss $s^m = 1$, also auch $s = 1$ sein; mithin ist jene Wurzel eine ganze Zahl r.

§. 6.

Die Aufgabe des §. 4 in der Weise verallgemeinert, dass für eine ganze Reihe gegebener Zahlen a, b, c, d ... alle gemeinschaftlichen Divisoren gesucht werden, führt zu einem ganz ähnlichen Resultate. Es sei h der grösste gemeinschaftliche Divisor von a und b, so ist, wie wir früher fanden, jeder gemeinschaftliche Divisor von a und b auch Divisor von h und umgekehrt; jeder gemeinschaftliche Divisor der drei Zahlen a, b, c ist daher auch gemeinschaftlicher Divisor von h, c und umgekehrt; bezeichnet man daher mit k den grössten gemeinschaftlichen Divisor von h und c, so ist jede gleichzeitig in a, b, c aufgehende Zahl Divisor von k, und umgekehrt wird jeder Divisor von k auch Divisor der drei Zahlen a, b, c sein. Bildet man ferner den grössten gemeinschaftlichen Divisor l der beiden Zahlen k und d, so stimmen die gemeinschaftlichen Divisoren der vier Zahlen a, b, c, d vollständig überein mit den sämmtlichen Divisoren der Zahl l u. s. f. Wir haben daher das Resultat: *ist irgend eine Reihe von Zahlen* a, b, c, d ... *gegeben, so giebt es stets eine — und natürlich auch nur*