

Werk

Titel: Vorlesungen über Zahlentheorie

Autor: Dirichlet, Peter

Verlag: Vieweg

Ort: Braunschweig

Jahr: 1871

Kollektion: Mathematica

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN30976923X

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN30976923X>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=30976923X>

LOG Id: LOG_0012

LOG Titel: §. 6. Grösster gemeinschaftlicher Theiler von beliebig vielen Zahlen

LOG Typ: chapter

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

gegen das Product $\alpha\beta\gamma \dots$ aller Zahlen der andern Reihe. Denn soeben ist bewiesen, dass jede der Zahlen $\alpha, \beta, \gamma \dots$ relative Primzahl gegen das Product $abcd \dots$ ist, woraus durch nochmalige Anwendung desselben Satzes auch folgt, dass ihr Product $\alpha\beta\gamma \dots$ ebenfalls relative Primzahl gegen $abcd \dots$ ist.

4. Hieraus können wir wieder einen speciellen Fall ableiten, indem wir annehmen, dass die Zahlen $b, c, d \dots$ identisch mit a , ferner die Zahlen $\beta, \gamma \dots$ identisch mit α sind; wir erhalten dann das Resultat: *ist a relative Primzahl gegen α , so ist auch jede Potenz der Zahl a relative Primzahl gegen jede Potenz der Zahl α .*

Eine Anwendung hiervon macht man bei dem Beweise des Satzes, dass die m te Wurzel aus einer ganzen Zahl A entweder irrational oder selbst eine ganze Zahl ist; denn wenn jene Wurzel rational, d. h. von der Form $r:s$ ist, wo r und s ganze Zahlen bedeuten, die man ohne gemeinschaftlichen Divisor annehmen kann, so ergibt sich aus $r^m = A s^m$, dass r^m durch s^m theilbar ist; da nun r und s , folglich auch r^m und s^m relative Primzahlen sind, so muss $s^m = 1$, also auch $s = 1$ sein; mithin ist jene Wurzel eine ganze Zahl r .

§. 6.

Die Aufgabe des §. 4 in der Weise verallgemeinert, dass für eine ganze Reihe gegebener Zahlen $a, b, c, d \dots$ alle gemeinschaftlichen Divisoren gesucht werden, führt zu einem ganz ähnlichen Resultate. Es sei h der grösste gemeinschaftliche Divisor von a und b , so ist, wie wir früher fanden, jeder gemeinschaftliche Divisor von a und b auch Divisor von h und umgekehrt; jeder gemeinschaftliche Divisor der drei Zahlen a, b, c ist daher auch gemeinschaftlicher Divisor von h, c und umgekehrt; bezeichnet man daher mit k den grössten gemeinschaftlichen Divisor von h und c , so ist jede gleichzeitig in a, b, c aufgehende Zahl Divisor von k , und umgekehrt wird jeder Divisor von k auch Divisor der drei Zahlen a, b, c sein. Bildet man ferner den grössten gemeinschaftlichen Divisor l der beiden Zahlen k und d , so stimmen die gemeinschaftlichen Divisoren der vier Zahlen a, b, c, d vollständig überein mit den sämtlichen Divisoren der Zahl l u. s. f. Wir haben daher das Resultat: *ist irgend eine Reihe von Zahlen $a, b, c, d \dots$ gegeben, so giebt es stets eine — und natürlich auch nur*