eine — Zahl m von der Beschaffenheit, dass jede gleichzeitig in a, in b, in c, in d u. s. w. aufgehende Zahl auch in m aufgeht, und umgekehrt jeder Divisor von m auch Divisor jeder einzelnen der Zahlen $a, b, c, d \ldots$ ist. Diese vollkommen bestimmte Zahl m heisst deshalb wieder der *grösste gemeinschaftliche Divisor* der gegebenen Zahlen. (Eine Ausnahme hiervon tritt nur dann ein, wenn die gegebenen Zahlen *alle* $= 0$ sind.) Setzt man ferner $a = ma'$, $b = mb'$, $c = mc'$, $d = md' \ldots$, so sind a', b', c', $d' \ldots$ ganze Zahlen, deren grösster gemeinschaftlicher Theiler $= 1$ ist, oder, wie man kurz sagt, *Zahlen ohne gemeinschaftlichen Theiler.* Umgekehrt, wenn a', b', c', $d' \ldots$ Zahlen ohne gemeinschaftlichen Theiler sind, so leuchtet ein, dass m der grösste gemeinschaftliche Theiler der Zahlen ma', mb', mc', $md' \ldots$ ist.

Dagegen bemerken wir an dieser Stelle ein- für allemal, dass, wenn Zahlen $a, b, c, d \ldots$ *relative Primzahlen* genannt werden, darunter stets zu verstehen ist, dass *je zwei* von ihnen relative Primzahlen sind; solche Zahlen sind daher stets zugleich Zahlen ohne gemeinschaftlichen Theiler; aber Zahlen ohne gemeinschaftlichen Theiler sind nicht nothwendig relative Primzahlen.

§. 7.

Gewissermaassen das Umgekehrte der vorhergehenden ist die folgende Aufgabe: *Wenn eine Reihe von Zahlen $a, b, c, d \ldots$ gegeben ist, so sollen alle gemeinschaftlichen Multipla derselben, d. h. alle Zahlen gefunden werden, welche durch jede einzelne der gegebenen Zahlen theilbar sind.* Da von den gesuchten Zahlen zuerst gefordert wird, dass sie durch a theilbar sein sollen, so sind sie jedenfalls in der Form sa enthalten, wo s irgend eine ganze Zahl bedeutet. Ist nun δ der grösste gemeinschaftliche Divisor der beiden Zahlen $a = \delta a'$ und $b = \delta b'$, so sind a' und b' relative Primzahlen; soll daher $sa = sa'\delta$ theilbar sein durch $b = b'\delta$, so muss sa' durch b' und folglich (§. 5, 2.) auch s durch b' theilbar, also von der Form $s'b'$ sein, wo s' wieder irgend eine ganze Zahl bedeutet. Sämmtliche sowohl durch a als durch b theilbare Zahlen sind daher von der Form $sa = s'.a'b'\delta$, und umgekehrt leuchtet ein, dass alle in dieser Form enthaltenen Zahlen sowohl durch $a = a'\delta$ als durch $b = b'\delta$ theilbar sind.

Es zeigt sich also, dass die sämmtlichen gemeinschaftlichen