

Werk

Titel: Vorlesungen über Zahlentheorie

Autor: Dirichlet, Peter

Verlag: Vieweg

Ort: Braunschweig

Jahr: 1871

Kollektion: Mathematica

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN30976923X

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN30976923X>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=30976923X>

LOG Id: LOG_0016

LOG Titel: S. 10. Bildung des grössten gemeinschaftlichen Theilers und des kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen von beliebig vielen Zahlen aus den in diesen enthaltenen Primzahlen

LOG Typ: chapter

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

und ihre Summe

$$\frac{2^3 - 1}{2 - 1} \cdot \frac{3^2 - 1}{3 - 1} \cdot \frac{5^2 - 1}{5 - 1} = 7 \cdot 4 \cdot 6 = 168.$$

§. 10.

Wir kehren nun zu einigen früheren Aufgaben zurück, zunächst zu derjenigen (§. 6), den grössten gemeinschaftlichen Divisor einer Reihe von Zahlen zu bilden, jetzt unter der Voraussetzung, dass ihre Zerlegungen in Primfactoren gegeben sind. Man betrachte alle Primzahlen, welche in diesen Zerlegungen vorkommen, und scheidet zunächst diejenigen unter ihnen aus, welche in einer oder mehreren der gegebenen Zahlen gar nicht als Primfactoren enthalten sind. Bleibt auf diese Weise gar keine Primzahl übrig, so ist die Einheit der gesuchte grösste gemeinschaftliche Divisor. Im entgegengesetzten Fall sei a eine Primzahl, welche bei dieser vorläufigen Ausscheidung zurückgeblieben ist und also in jeder der gegebenen Zahlen mindestens einmal enthalten ist; man zähle, wie oft a als Primfactor in jeder einzelnen der gegebenen Zahlen vorkommt, und nehme die kleinste dieser Anzahlen, die wir mit α bezeichnen, so dass a in mindestens einer der gegebenen Zahlen genau α mal, in allen übrigen aber mindestens ebenso oft als Primfactor vorkommt. Aehnlich verfähre man mit den übrigen Primzahlen $b, c \dots$, sofern diese noch nicht erschöpft sind, und bilde für jede, für b die Anzahl β , für c die Anzahl γ u. s. w. nach derselben Regel, nach welcher für die Primzahl a die Anzahl α gebildet wurde. Dann ist

$$a^\alpha b^\beta c^\gamma \dots$$

der gesuchte grösste gemeinschaftliche Divisor. Der Beweis für diese Regel leuchtet unmittelbar dadurch ein, dass der grösste gemeinschaftliche Divisor keine anderen Primfactoren enthalten kann, als solche, welche in jeder der gegebenen Zahlen enthalten sind, und dass er keinen Primfactor öfter enthalten kann, als irgend eine der gegebenen Zahlen.

Aehnlich gestaltet sich die Lösung der anderen Aufgabe, das kleinste gemeinschaftliche Multiplum einer Reihe von gegebenen Zahlen zu bilden (§. 7). Jetzt betrachte man jede Primzahl, die in irgend einer der gegebenen Zahlen als Factor enthalten ist, und sehe nach, in welcher sie am häufigsten vorkommt; ebenso oft