Werk

Titel: Vorlesungen über Zahlentheorie
Autor: Dirichlet, Peter
Verlag: Vieweg
Ort: Braunschweig
Jahr: 1871
Kollektion: Mathematica
Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Werk Id: PPN30976923X
PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN30976923X
OPAC: http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=30976923X

LOG Id: LOG_0028
LOG Titel: §. 21. Congruenzen mit unbekannten Grossen; Grad derselben
LOG Typ: chapter

$$h = (p-1)p^{\pi-1} \cdot (r-1)r^{\varrho-1} \cdot (s-1)s^{\sigma-1} \ldots$$

und berücksichtigen wir, dass aus jeder Congruenz von der Form

$$a^\alpha \equiv 1 \pmod{m}$$

auch die Congruenz

$$a^h \equiv 1 \pmod{m}$$

folgt, sobald h ein Multiplum von α ist, so ergiebt sich, dass die Congruenz

$$a^h \equiv 1$$

für jeden der Moduln p^π, r^ϱ, $s^\sigma \ldots$ und folglich, da dieselben relative Primzahlen sind, auch für den Modul

$$k = p^\pi r^\varrho s^\sigma \ldots$$

gilt. Hiermit ist also von Neuem der verallgemeinerte Fermat'sche Satz erwiesen.

§. 21.

Es kommt häufig vor, dass eine oder beide Seiten einer Congruenz eine oder mehrere unbestimmte Zahlen x, $y \ldots$ enthalten, und es wird dann die Aufgabe gestellt, alle ganzzahligen Werthe von x, $y \ldots$ zu suchen, durch welche die beiden Seiten der Congruenz wirklich einander congruent werden. Je nach der Anzahl der Unbestimmten x, $y \ldots$ heisst dann eine solche Congruenz eine Congruenz mit einer, zwei oder mehreren *Unbekannten*, ähnlich wie dies bei Gleichungen zu geschehen pflegt. Auch hier nennt man dann solche specielle Werthe von x, $y \ldots$, welche die Congruenz zu einer identischen machen, *Wurzeln* der Congruenz, und das Problem der Auflösung einer Congruenz besteht in der Auffindung ihrer sämmtlichen Wurzeln. Wir werden im Folgenden nur solche Congruenzen betrachten, welche eine einzige Unbekannte x enthalten und ausserdem sich auf die Form

$$ax^m + bx^{m-1} + \cdots + gx + h \equiv 0 \pmod{k}$$

bringen lassen, worin m eine positive ganze Zahl und a, $b \ldots g$, h ebenfalls gegebene ganze Zahlen bedeuten. Jeder Werth von x, der, in die linke Seite eingesetzt, dieselbe durch den Modul k theilbar macht, heisst also eine Wurzel dieser Congruenz. Kennt man irgend eine solche Wurzel x, so sind offenbar nach §. 17, 5. alle ihr nach dem Modul k congruenten Zahlen, d. h. alle Individuen der Classe, welcher diese Zahl x angehört, ebenfalls Wurzeln der-