

Werk

Titel: Vorlesungen über Zahlentheorie

Autor: Dirichlet, Peter

Verlag: Vieweg

Ort: Braunschweig

Jahr: 1871

Kollektion: Mathematica

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN30976923X

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN30976923X>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=30976923X>

LOG Id: LOG_0046

LOG Titel: S. 38. Der verallgemeinerte Wilson'sche Satz

LOG Typ: chapter

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Mit Hülfe dieses allgemeinen Resultates sind wir im Stande zu beurtheilen, ob die Congruenz

$$x^2 \equiv D \pmod{k},$$

in welcher D und k relative Primzahlen sind, möglich, und wie gross die Anzahl σ ihrer incongruenten Wurzeln ist. Bedeutet p jede beliebige in dem Modul k (also nicht in D) aufgehende ungerade Primzahl, so ist erforderlich, dass

$$\left(\frac{D}{p}\right) = +1$$

sei; ist diese Bedingung erfüllt, so hat die Congruenz $x^2 \equiv D$ in Bezug auf jeden Modul von der Form p^π genau zwei incongruente Wurzeln. Ist daher der Modul k ungerade, und μ die Anzahl der von einander verschiedenen in k aufgehenden Primzahlen p , so ist

$$\sigma = 2^\mu.$$

Dasselbe ist der Fall, wenn der Modul k das Doppelte einer ungeraden Zahl ist; denn die Congruenz $x^2 \equiv D \pmod{2}$ hat stets eine und nur eine Wurzel.

Ist aber k das Vierfache einer ungeraden Zahl, so ist ausser den früheren μ Bedingungen noch erforderlich, dass $D \equiv 1 \pmod{4}$ sei; da alsdann die Congruenz $x^2 \equiv D \pmod{4}$ zwei Wurzeln besitzt, so ist

$$\sigma = 2^{\mu+1}.$$

Ist endlich $k \equiv 0 \pmod{8}$, so ist ausser den früheren μ Bedingungen noch erforderlich, dass $D \equiv 1 \pmod{8}$ sei; da dann die Congruenz $x^2 \equiv D \pmod{2^\pi}$, wo $\pi \geq 3$, stets vier Wurzeln hat, so ist in diesem Fall

$$\sigma = 2^{\mu+2}.$$

§. 38.

Bevor wir diesen Gegenstand verlassen, wollen wir noch eine Anwendung von dem soeben gewonnenen Resultate auf eine Verallgemeinerung des Wilson'schen Satzes (§. 27) machen. Setzen wir $D = 1$, so ergibt sich, dass die Congruenz

$$x^2 \equiv 1 \pmod{k} \tag{1}$$