

Werk

Titel: Vorlesungen über Zahlentheorie

Autor: Dirichlet, Peter

Verlag: Vieweg

Ort: Braunschweig

Jahr: 1871

Kollektion: Mathematica

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN30976923X

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN30976923X>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=30976923X>

LOG Id: LOG_0053

LOG Titel: S. 45. Anwendung des Reciprocitätssatzes auf die Aufgabe, den Charakter einer gegebenen Zahl in Bezug auf eine gegebene Primzahl zu bestimmen

LOG Typ: chapter

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

§. 45.

Wir betrachten zunächst ein Beispiel, um die Nützlichkeit des Reciprocitätssatzes für die Beurtheilung der Möglichkeit einer Congruenz von der Form

$$x^2 \equiv D \pmod{p}$$

nachzuweisen. Nehmen wir die Congruenz

$$x^2 \equiv 365 \pmod{1847},$$

so ist der Werth des Symbols

$$\left(\frac{365}{1847}\right)$$

zu ermitteln. Zunächst zerlegen wir 365 in Primfactoren, obgleich dies, wie wir später sehen werden, nicht nothwendig ist.

Aus dieser Zerlegung $365 = 5 \cdot 73$ folgt unmittelbar

$$\left(\frac{365}{1847}\right) = \left(\frac{5}{1847}\right) \left(\frac{73}{1847}\right).$$

Da ferner 5 von der Form $4n + 1$ ist, so ergibt sich aus dem Reciprocitätssatze

$$\left(\frac{5}{1847}\right) = \left(\frac{1847}{5}\right);$$

und also, da $1847 \equiv 2 \pmod{5}$ ist,

$$\left(\frac{5}{1847}\right) = \left(\frac{2}{5}\right) = -1$$

nach §. 41; da ferner auch 73 von der Form $4n + 1$ ist, so folgt wieder aus dem Reciprocitätssatze, und weil $1847 \equiv 22 \pmod{73}$ ist,

$$\left(\frac{73}{1847}\right) = \left(\frac{1847}{73}\right) = \left(\frac{22}{73}\right) = \left(\frac{2}{73}\right) \left(\frac{11}{73}\right);$$

nun ist aber $73 \equiv 1 \pmod{8}$, also (nach §. 41)

$$\left(\frac{2}{73}\right) = 1, \text{ folglich } \left(\frac{73}{1847}\right) = \left(\frac{11}{73}\right);$$

nach dem Reciprocitätssatze ist aber wieder

$$\left(\frac{11}{73}\right) = \left(\frac{73}{11}\right) = \left(\frac{7}{11}\right),$$