

Werk

Titel: Vorlesungen über Zahlentheorie

Autor: Dirichlet, Peter

Verlag: Vieweg

Ort: Braunschweig

Jahr: 1871

Kollektion: Mathematica

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN30976923X

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN30976923X>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=30976923X>

LOG Id: LOG_0056

LOG Titel: S. 48. Zweiter Beweis des Reciprocitätssatzes; Vorbereitungen

LOG Typ: chapter

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

$$\left(\frac{37}{101}\right) = \left(\frac{101}{37}\right) = \left(\frac{-10}{37}\right) = \left(\frac{10}{37}\right)$$

und, weil 37 von der Form $8n + 5$ ist,

$$\left(\frac{10}{37}\right) = \left(\frac{2}{37}\right) \left(\frac{5}{37}\right) = - \left(\frac{5}{37}\right);$$

endlich ist wieder nach dem Reciprocitätssatze

$$\left(\frac{5}{37}\right) = \left(\frac{37}{5}\right) = \left(\frac{2}{5}\right) = -1$$

und folglich

$$\left(\frac{74}{101}\right) = -1.$$

Kürzer gelangt man durch folgende Kette zum Ziele:

$$\begin{aligned} \left(\frac{74}{101}\right) &= \left(\frac{-27}{101}\right) = \left(\frac{101}{-27}\right) = \left(\frac{-7}{27}\right) = \left(\frac{27}{-7}\right) = \left(\frac{-1}{7}\right) \\ &= -1. \end{aligned}$$

§. 48.

Wegen der Wichtigkeit des Reciprocitätssatzes theilen wir hier noch einen andern Beweis desselben mit, nämlich den *ersten* der von *Gauss* gegebenen sechs Beweise*); dies kann hier um so eher geschehen, als durch die im Vorhergehenden erörterte Verallgemeinerung des Legendre'schen Symbols mehrere der von *Gauss* unterschiedenen acht Fälle sich zusammenziehen lassen, wodurch der Beweis an Kürze und Uebersichtlichkeit bedeutend gewinnt**).

Das Wesen dieses Beweises besteht in der sogenannten vollständigen Induction; wenn nämlich der Satz für je zwei Primzahlen p, p' richtig ist, welche kleiner sind, als eine bestimmte Primzahl q , so lässt sich zeigen, dass er auch für jede Combination einer solchen Primzahl p mit der Primzahl q selbst gelten muss; hieraus und weil der Satz für die beiden kleinsten ungeraden

*) *Disquisitiones Arithmeticae* artt. 135 — 144.

**) *Dirichlet: Ueber den ersten der von Gauss gegebenen Beweise des Reciprocitätsgesetzes in der Theorie der quadratischen Reste* (Crelle's Journal XLVII).