$$\left(\frac{37}{101}\right) = \left(\frac{101}{37}\right) = \left(\frac{-10}{37}\right) = \left(\frac{10}{37}\right)$$

und, weil 37 von der Form $8n + 5$ ist,

$$\left(\frac{10}{37}\right) = \left(\frac{2}{37}\right)\left(\frac{5}{37}\right) = -\left(\frac{5}{37}\right);$$

endlich ist wieder nach dem Reciprocitätssatze

$$\left(\frac{5}{37}\right) = \left(\frac{37}{5}\right) = \left(\frac{2}{5}\right) = -1$$

und folglich

$$\left(\frac{74}{101}\right) = -1.$$

Kürzer gelangt man durch folgende Kette zum Ziele:

$$\left(\frac{74}{101}\right) = \left(\frac{-27}{101}\right) = \left(\frac{101}{-27}\right) = \left(\frac{-7}{27}\right) = \left(\frac{27}{-7}\right) = \left(\frac{-1}{7}\right)$$
$$= -1.$$

## §. 48.

Wegen der Wichtigkeit des Reciprocitätssatzes theilen wir hier noch einen andern Beweis desselben mit, nämlich den *ersten* der von *Gauss* gegebenen sechs Beweise*); dies kann hier um so eher geschehen, als durch die im Vorhergehenden erörterte Verallgemeinerung des Legendre'schen Symbols mehrere der von *Gauss* unterschiedenen acht Fälle sich zusammenziehen lassen, wodurch der Beweis an Kürze und Uebersichtlichkeit bedeutend gewinnt**).

Das Wesen dieses Beweises besteht in der sogenannten vollständigen Induction; wenn nämlich der Satz für je zwei Primzahlen $p, p'$ richig ist, welche kleiner sind, als eine bestimmte Primzahl $q$, so lässt sich zeigen, dass er auch für jede Combination einer solchen Primzahl $p$ mit der Primzahl $q$ selbst gelten muss; hieraus und weil der Satz für die beiden kleinsten ungeraden

---

*) *Disquisitiones Arithmeticae* artt. 135 — 144.

**) *Dirichlet: Ueber den ersten der von Gauss gegebenen Beweise des Reciprocitätsgesetzes in der Theorie der quadratischen Reste* (Crelle's Journal XLVII).