Werk

Titel: Vorlesungen über Zahlentheorie
Autor: Dirichlet, Peter
Verlag: Vieweg
Ort: Braunschweig
Jahr: 1871
Kollektion: Mathematica
Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Werk Id: PPN30976923X
PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN30976923X
OPAC: http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=30976923X

LOG Id: LOG_0105
LOG Titel: §. 96. Ausdruck der Classenanzahl für eine negative Determinante als Grenzwerth einer unendlichen Reihe.
LOG Typ: chapter

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

terminante $D = -\Delta$, so wird der Grenzwerth der ganzen linken Seite gleich

$$\frac{\omega\pi\varphi(2\Delta)}{4\Delta\sqrt{\Delta}}h.$$

§. 96.

Gehen wir nun zur rechten Seite der Gleichung über, so haben wir wieder mit Hülfe der in den Supplementen (II. §. 117) aufgestellten Principien den Grenzwerth des Productes

$$\varrho\,\Sigma\,\frac{1}{n^{1+\varrho}}$$

zu ermitteln, wo das Summenzeichen sich auf alle positiven ganzen Zahlen n bezieht, die relative Primzahlen gegen 2Δ sind. Bezeichnet man nun mit ν, ν', ν''... die $\varphi(2\Delta)$ ersten dieser Zahlen, nämlich diejenigen, welche $< 2\Delta$ sind, so kann man die vorstehende Summe in $\varphi(2\Delta)$ Partialsummen von der Form

$$\varrho\left\{\frac{1}{\nu^{1+\varrho}}+\frac{1}{(\nu+2\Delta)^{1+\varrho}}+\frac{1}{(\nu+4\Delta)^{1+\varrho}}+\frac{1}{(\nu+6\Delta)^{1+\varrho}}+\cdots\right\}$$

zerlegen, in welcher die unter dem Exponenten $(1+\varrho)$ stehenden Zahlen jedesmal eine arithmetische Reihe von der Differenz 2Δ bilden; da nun nach dem in den Supplementen behandelten speciellen Fall der Grenzwerth einer solchen Partialreihe

$$=\frac{1}{2\Delta}$$

und also unabhängig von ν ist, so wird der Grenzwerth der ganzen Summe

$$=\frac{\varphi(2\Delta)}{2\Delta},$$

und mithin wird der Grenzwerth der ganzen rechten Seite der Hauptgleichung

$$\frac{\varkappa\varphi(2\Delta)}{\sigma.2\Delta}\lim\Sigma\left(\frac{D}{n}\right)\frac{1}{n^{1+\varrho}}.$$

Da aber beide Seiten für jeden Werth von $s > 1$, d. h. für jeden positiven Werth von ϱ identisch sind, und da sie folglich, wenn überhaupt einen, nothwendig denselben Grenzwerth haben müssen,