

Werk

Titel: Vorlesungen über Zahlentheorie

Autor: Dirichlet, Peter

Verlag: Vieweg

Ort: Braunschweig

Jahr: 1871

Kollektion: Mathematica

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN30976923X

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN30976923X>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=30976923X>

LOG Id: LOG_0105

LOG Titel: S. 96. Ausdruck der Classenanzahl für eine negative Determinante als Grenzwert einer unendlichen Reihe.

LOG Typ: chapter

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

terminante $D = -\Delta$, so wird der Grenzwert der ganzen linken Seite gleich

$$\frac{\omega \pi \varphi(2\Delta)}{4\Delta\sqrt{\Delta}} h.$$

§. 96.

Gehen wir nun zur rechten Seite der Gleichung über, so haben wir wieder mit Hilfe der in den Supplementen (II. §. 117) aufgeführten Principien den Grenzwert des Productes

$$\varrho \sum \frac{1}{n^{1+\varrho}}$$

zu ermitteln, wo das Summenzeichen sich auf alle positiven ganzen Zahlen n bezieht, die relative Primzahlen gegen 2Δ sind. Bezeichnet man nun mit $\nu, \nu', \nu'' \dots$ die $\varphi(2\Delta)$ ersten dieser Zahlen, nämlich diejenigen, welche $< 2\Delta$ sind, so kann man die vorstehende Summe in $\varphi(2\Delta)$ Partialsummen von der Form

$$\varrho \left\{ \frac{1}{\nu^{1+\varrho}} + \frac{1}{(\nu + 2\Delta)^{1+\varrho}} + \frac{1}{(\nu + 4\Delta)^{1+\varrho}} + \frac{1}{(\nu + 6\Delta)^{1+\varrho}} + \dots \right\}$$

zerlegen, in welcher die unter dem Exponenten $(1 + \varrho)$ stehenden Zahlen jedesmal eine arithmetische Reihe von der Differenz 2Δ bilden; da nun nach dem in den Supplementen behandelten speciellen Fall der Grenzwert einer solchen Partialreihe

$$= \frac{1}{2\Delta}$$

und also unabhängig von ν ist, so wird der Grenzwert der ganzen Summe

$$= \frac{\varphi(2\Delta)}{2\Delta},$$

und mithin wird der Grenzwert der ganzen rechten Seite der Hauptgleichung

$$\frac{\pi \varphi(2\Delta)}{\sigma \cdot 2\Delta} \lim \sum \left(\frac{D}{n} \right) \frac{1}{n^{1+\varrho}}.$$

Da aber beide Seiten für jeden Werth von $s > 1$, d. h. für jeden positiven Werth von ϱ identisch sind, und da sie folglich, wenn überhaupt einen, nothwendig denselben Grenzwert haben müssen,