

Werk

Titel: Vorlesungen über Zahlentheorie

Autor: Dirichlet, Peter

Verlag: Vieweg

Ort: Braunschweig

Jahr: 1871

Kollektion: Mathematica

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN30976923X

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN30976923X>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=30976923X>

LOG Id: LOG_0106

LOG Titel: S. 97. Beziehung zwischen der Classenanzahl der Formen der ersten Art und der Classenanzahl der Formen der zweiten Art für eine negative Determinante.

LOG Typ: chapter

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

so ergibt sich aus der Vergleichung, indem wir $D = -A$ restituiren,

$$h = \frac{2\kappa}{\sigma\omega\pi} \sqrt{-D} \cdot \lim \sum \left(\frac{D}{n} \right) \frac{1}{n^{1+\varrho}}$$

als Ausdruck für die Classenanzahl der ursprünglichen Formen σ ter Art (mit positiven äusseren Coefficienten) für eine *negative* Determinante D ; hierin ist ferner (nach §. 88)

$$\kappa = 4, \text{ wenn } D = -1,$$

$$\kappa = 6, \text{ wenn } D = -3 \text{ und } \sigma = 2,$$

$$\kappa = 2 \text{ in den übrigen Fällen;}$$

und (nach §. 94)

$$\omega = 2, \text{ wenn } \sigma = 1,$$

$$\omega = 1, \text{ wenn } \sigma = 2 \text{ und } D \equiv 1 \pmod{8},$$

$$\omega = 3, \text{ wenn } \sigma = 2 \text{ und } D \equiv 5 \pmod{8}.$$

§. 97.

Für Formen der ersten Art erhalten wir daher, indem wir $\sigma = 1$, $\kappa = 2$ und $\omega = 2$ setzen,

$$h = \frac{2}{\pi} \sqrt{-D} \cdot \lim \sum \left(\frac{D}{n} \right) \frac{1}{n^{1+\varrho}},$$

mit Ausnahme des einzigen Falles $D = -1$, in welchem κ nicht $= 2$, sondern $= 4$ ist, und folglich

$$h = \frac{4}{\pi} \lim \sum \frac{(-1)^{\frac{1}{2}(n-1)}}{n^{1+\varrho}}$$

wird; es wird später (§. 101) allgemein gezeigt werden, dass

$$\lim \sum \left(\frac{D}{n} \right) \frac{1}{n^{1+\varrho}} = \sum \left(\frac{D}{n} \right) \frac{1}{n}$$

ist, vorausgesetzt, dass auf der rechten Seite die Glieder ihrer Grösse nach geordnet werden; in dem speciellen Fall $D = -1$ wird daher

$$h = \frac{4}{\pi} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots \right) = 1,$$

da der Werth der in der Parenthese befindlichen unendlichen Reihe von *Leibnitz* bekanntlich $= \frac{1}{4}\pi$ ist; hierin liegt also eine Bestätigung unserer Principien, da in der That für die Determi-