Werk

Titel: Vorlesungen über Zahlentheorie
Autor: Dirichlet, Peter
Verlag: Vieweg
Ort: Braunschweig
Jahr: 1871
Kollektion: Mathematica
Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Werk Id: PPN30976923X
PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN30976923X
OPAC: http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=30976923X

LOG Id: LOG_0106
LOG Titel: §. 97. Beziehung zwischen der Classenanzahl der Formen der ersten Art und der Classenanzahl der Formen der zweiten Art für eine negative Determinante.
LOG Typ: chapter

so ergiebt sich aus der Vergleichung, indem wir $D = -\Delta$ restituiren,

$$h = \frac{2\varkappa}{\sigma\omega\pi}\sqrt{-D}\,.\,\lim \Sigma \left(\frac{D}{n}\right)\frac{1}{n^{1+\varrho}}$$

als Ausdruck für die Classenanzahl der ursprünglichen Formen σter Art (mit positiven äusseren Coefficienten) für eine *negative* Determinante D; hierin ist ferner (nach §. 88)

$\varkappa = 4$, wenn $D = -1$,
$\varkappa = 6$, wenn $D = -3$ und $\sigma = 2$,
$\varkappa = 2$ in den übrigen Fällen;

und (nach §. 94)

$\omega = 2$, wenn $\sigma = 1$,
$\omega = 1$, wenn $\sigma = 2$ und $D \equiv 1 \pmod{8}$,
$\omega = 3$, wenn $\sigma = 2$ und $D \equiv 5 \pmod{8}$.

§. 97.

Für Formen der ersten Art erhalten wir daher, indem wir $\sigma = 1$, $\varkappa = 2$ und $\omega = 2$ setzen,

$$h = \frac{2}{\pi}\sqrt{-D}\,.\,\lim \Sigma \left(\frac{D}{n}\right)\frac{1}{n^{1+\varrho}},$$

mit Ausnahme des einzigen Falles $D = -1$, in welchem $\varkappa$ nicht $= 2$, sondern $= 4$ ist, und folglich

$$h = \frac{4}{\pi}\lim \Sigma \frac{(-1)^{\frac{1}{2}(n-1)}}{n^{1+\varrho}}$$

wird; es wird später (§. 101) allgemein gezeigt werden, dass

$$\lim \Sigma \left(\frac{D}{n}\right)\frac{1}{n^{1+\varrho}} = \Sigma \left(\frac{D}{n}\right)\frac{1}{n}$$

ist, vorausgesetzt, dass auf der rechten Seite die Glieder ihrer Grösse nach geordnet werden; in dem speciellen Fall $D = -1$ wird daher

$$h = \frac{4}{\pi}\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots\right) = 1,$$

da der Werth der in der Parenthese befindlichen unendlichen Reihe von *Leibnitz* bekanntlich $= \frac{1}{4}\pi$ ist; hierin liegt also eine Bestätigung unserer Principien, da in der That für die Determi-