

## Werk

**Titel:** Vorlesungen über Zahlentheorie

**Autor:** Dirichlet, Peter

**Verlag:** Vieweg

**Ort:** Braunschweig

**Jahr:** 1871

**Kollektion:** Mathematica

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN30976923X

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN30976923X>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=30976923X>

**LOG Id:** LOG\_0118

**LOG Titel:** S. 109. Umformung für den Fall  $D=2 \pmod{8}$

**LOG Typ:** chapter

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

genügen; hieraus folgt weiter, dass man

$$(y + z\sqrt{P})^{1+\kappa} = 2(t + u\sqrt{P})$$

setzen kann, wo  $t, u$  ganze Zahlen bedeuten, welche der Gleichung  $t^2 - Pu^2 = 1$  genügen. Zugleich wird

$$B(i)^{1+\kappa} = \left(\frac{2}{P^\kappa}\right) i^\kappa (t + u\sqrt{P}),$$

und folglich

$$(T + U\sqrt{P})^h = (t + u\sqrt{P})^{4-2\kappa}.$$

Wir erwähnen, dass  $h \equiv 2\kappa \pmod{4}$  ist, und dass die Zahlen  $y, z$  stets dasselbe Vorzeichen haben.

In dem bisher ausgeschlossenen Fall  $P = 3$  ist  $T = 2, U = 1, c = \theta, B(i) = i - \theta^2$ , woraus leicht folgt, dass

$$\frac{1}{cF(i)^2} = c^2(-1)^\kappa B(i)^4 = (2 + \sqrt{3})^2,$$

also  $h = 2$  ist.

### §. 109.

Für den dritten Fall  $D = 2P \equiv 2 \pmod{8}$  haben wir oben

$$h \log(T + U\sqrt{2P}) = \log \left\{ \frac{F(j^3)^2}{F(j)^2} \right\}$$

gefunden. Berücksichtigt man nun, dass, wenn  $m$  irgend eine ungerade Zahl bedeutet,

$$\frac{(j^m - 1)(j^{3m} - 1)}{(j - 1)(j^3 - 1)} = \left(\frac{-2}{m}\right)$$

ist, so findet man

$$A(j)B(j)A(j^3)B(j^3) = \frac{\prod (j^{u_1} - 1)(j^{3u_1} - 1)}{\prod (j^{u_2} - 1)(j^{3u_2} - 1)} = \left(\frac{-2}{P^\kappa}\right),$$

und folglich

$$(T + U\sqrt{2P})^h = A(j^3)^4 B(j)^4,$$

wo  $\kappa$  wieder  $= 1$  oder  $= 0$ , je nachdem  $P$  eine Primzahl oder zusammengesetzt ist. Da nun  $P \equiv 1 \pmod{4}$ , und also  $Y(j) = j^\kappa Y(j^{-1}), Z(j) = j^\kappa Z(j^{-1})$  ist (§. 140), so kann man