Werk

Titel: Vorlesungen über Zahlentheorie
Autor: Dirichlet, Peter
Verlag: Vieweg
Ort: Braunschweig
Jahr: 1871
Kollektion: Mathematica
Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Werk Id: PPN30976923X
PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN30976923X
OPAC: http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=30976923X

LOG Id: LOG_0136
LOG Titel: §. 123. Beweiss, dass der einen Hälfte der angebbaren Totalcharaktere keine wirklich existirenden Formen entsprechen.
LOG Typ: chapter

Terms and Conditions

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

$$(-1)^{\frac{1}{2}(n-1)} = -1,\quad (-1)^{\frac{1}{8}(n^2-1)} = -1,\quad \left(\frac{n}{3}\right) = +1;$$

und der vierten

$$(-1)^{\frac{1}{2}(n-1)} = +1,\quad (-1)^{\frac{1}{8}(n^2-1)} = -1,\quad \left(\frac{n}{3}\right) = -1.$$

Auch hier zeigt sich also, dass die Anzahl der wirklich vorhandenen Geschlechter nicht $= 2^\lambda$, sondern nur $= 2^{\lambda-1}$ ist.

§. 123.

Mit Hülfe des Reciprocitätssatzes lässt sich nun in der That nachweisen, dass die Anzahl der verschiedenen Geschlechter *höchstens* $= 2^{\lambda-1}$ ist. Wir setzen $D = D'S^2$, wo S^2 das grösste in D aufgehende Quadrat bezeichnet, und legen den Buchstaben δ, ε, P dieselbe Bedeutung in Bezug auf D' bei, welche sie in §. 52 in Bezug auf die dort mit D bezeichnete Zahl erhalten haben. Dann wird

$$\left(\frac{D}{n}\right) = \left(\frac{D'}{n}\right) = \delta^{\frac{1}{2}(n-1)}\ \varepsilon^{\frac{1}{8}(n^2-1)} \left(\frac{n}{P}\right),$$

wo n jede beliebige positive ganze Zahl bedeutet, die relative Primzahl zu $2D$ ist. Da nun die Determinante D keine Quadratzahl, also D' nicht $= 1$ ist, so kann auch nicht gleichzeitig $\delta = +1$, $\varepsilon = +1$ und $P = 1$ sein, und [illegible]us folgt leicht, dass der Ausdruck

$$\delta^{\frac{1}{2}(n-1)}\ \varepsilon^{\frac{1}{8}(n^2-1)} \left(\frac{n}{P}\right)$$

entweder mit einem der Charaktere C, oder mit dem Producte aus mehreren dieser Charaktere identisch ist; bezeichnen wir diese Charaktere mit C' und ihr Product mit $\Pi\, C'$, so ist also stets

$$\Pi\, C' = \left(\frac{D}{n}\right),$$

sobald n positiv und relative Primzahl zu $2D$ ist. Da nun durch jede ursprüngliche Form der σten Art stets Zahlen σn dargestellt werden können, in welchen n dieser Bedingung genügt (§. 93), und zwar solche Zahlen σn, von welchen D quadratischer Rest ist