

Werk

Titel: Vorlesungen über Zahlentheorie

Autor: Dirichlet, Peter

Verlag: Vieweg

Ort: Braunschweig

Jahr: 1871

Kollektion: Mathematica

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN30976923X

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN30976923X>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=30976923X>

LOG Id: LOG_0136

LOG Titel: S. 123. Beweiss, dass der einen Hälfte der angebbaren Totalcharaktere keine wirklich existirenden Formen entsprechen.

LOG Typ: chapter

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

$$(-1)^{\frac{1}{2}(n-1)} = -1, \quad (-1)^{\frac{1}{6}(n^2-1)} = -1, \quad \left(\frac{n}{3}\right) = +1;$$

und der vierten

$$(-1)^{\frac{1}{2}(n-1)} = +1, \quad (-1)^{\frac{1}{6}(n^2-1)} = -1, \quad \left(\frac{n}{3}\right) = -1.$$

Auch hier zeigt sich also, dass die Anzahl der wirklich vorhandenen Geschlechter nicht $= 2^\lambda$, sondern nur $= 2^{\lambda-1}$ ist.

§. 123.

Mit Hülfe des Reciprocitätssatzes lässt sich nun in der That nachweisen, dass die Anzahl der verschiedenen Geschlechter *höchstens* $= 2^{\lambda-1}$ ist. Wir setzen $D = D' S^2$, wo S^2 das grösste in D aufgehende Quadrat bezeichnet, und legen den Buchstaben δ, ε, P dieselbe Bedeutung in Bezug auf D' bei, welche sie in §. 52 in Bezug auf die dort mit D bezeichnete Zahl erhalten haben. Dann wird

$$\left(\frac{D}{n}\right) = \left(\frac{D'}{n}\right) = \delta^{\frac{1}{2}(n-1)} \varepsilon^{\frac{1}{6}(n^2-1)} \left(\frac{n}{P}\right),$$

wo n jede beliebige positive ganze Zahl bedeutet, die relative Primzahl zu $2D$ ist. Da nun die Determinante D keine Quadratzahl, also D' nicht $= 1$ ist, so kann auch nicht gleichzeitig $\delta = +1, \varepsilon = +1$ und $P = 1$ sein, und es folgt leicht, dass der Ausdruck

$$\delta^{\frac{1}{2}(n-1)} \varepsilon^{\frac{1}{6}(n^2-1)} \left(\frac{n}{P}\right)$$

entweder mit einem der Charaktere C , oder mit dem Producte aus mehreren dieser Charaktere identisch ist; bezeichnen wir diese Charaktere mit C' und ihr Product mit $\Pi C'$, so ist also stets

$$\Pi C' = \left(\frac{D}{n}\right),$$

sobald n positiv und relative Primzahl zu $2D$ ist. Da nun durch jede ursprüngliche Form der σ ten Art stets Zahlen σn dargestellt werden können, in welchen n dieser Bedingung genügt (§. 93), und zwar solche Zahlen σn , von welchen D quadratischer Rest ist