Werk

Titel: Vorlesungen über Zahlentheorie
Autor: Dirichlet, Peter
Verlag: Vieweg
Ort: Braunschweig
Jahr: 1871
Kollektion: Mathematica
Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Werk Id: PPN30976923X
PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN30976923X
OPAC: http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=30976923X

LOG Id: LOG_0141
LOG Titel: §. 127. Dritter Beweis des verallgemeinerten Fermat'schen Satzes (§. 19)
LOG Typ: chapter

Terms and Conditions

Contact

V. Theorie der Potenzreste für zusammengesetzte Moduli.

§. 127.

Es ist in §. 28 gezeigt, dass wenn die Zahl a relative Primzahl gegen den Modul k ist, stets positive ganze Exponenten n von der Beschaffenheit existiren, dass $a^n \equiv 1 \pmod{k}$ ist; diese Exponenten n sind die sämmtlichen Vielfachen des kleinsten unter ihnen; bezeichnet man diesen mit δ, so sagt man, die Zahl a *gehöre* zum Exponenten δ; und die δ Zahlen

$$1,\ a,\ a^2 \ldots a^{\delta-1} \tag{A}$$

sind sämmtlich incongruent. Mit Hülfe des verallgemeinerten Fermat'schen Satzes ist dort ebenfalls gezeigt, dass δ immer ein Divisor von $\varphi(k)$ ist; dies Resultat lässt sich aber auch ohne Hülfe des Fermat'schen Satzes ableiten durch eine eigenthümliche Methode, welche sehr häufig zum Nachweise der Theilbarkeit einer Zahl durch eine andere gebraucht werden kann. In unserm Falle gestaltet dieselbe sich folgendermaassen.

Ist a' irgend eine relative Primzahl zu k, so sind (nach §. 18) die δ Zahlen

$$a',\ a'a,\ a'a^2 \ldots a'a^{\delta-1} \tag{A'}$$

sämmtlich incongruent; dasselbe gilt von den δ Zahlen

$$a'',\ a''a,\ a''a^2 \ldots a''a^{\delta-1} \tag{A''}$$

sobald a'' ebenfalls relative Primzahl zu k ist. Jeder solche Complex, wie A' oder A'', enthält δ unter einander incongruente Zahlen, die sämmtlich relative Primzahlen gegen k sind und also als