A. EINLEITENDE ARTIKEL.

V 1. MAASS UND MESSEN.

Von

C. RUNGE

IN HANNOVER.

Inhaltsübersicht.

Litteratur.

C. F. Gauss, Intensitas vis magneticae ad mensuram absolutam revocata. Göttingen 1832, Werke 5, p. 81—118 u. Erdmagnetismus und Magnetometer, 1836; ibid., p. 313—344, insbes. p. 325.

J. Clerk Maxwell, Treatise on Electricity and Magnetism 1, Art. 1 bis 6; 2, Art. 620 bis 629. 2. Aufl. Cambridge 1881.

F. W. Bessel, Darstellung der Untersuchungen und Maassregeln, welche in den Jahren 1835 bis 1838 durch die Einheit des preussischen Längenmaasses veranlasst worden sind, Berlin 1839.

Mechain et *Deslambre,* Base du système métrique décimal, Paris 1806, 1807, 1810, 3 Bde.

J. D. Everett, Units and physical Constants, London 1879.

G. Bigourdan, Le système métrique des poids et mesures, Paris 1901, 2 Bde.

F. Kohlrausch, Leitfaden der praktischen Physik, 9. Aufl. Leipzig 1900.

C. E. Guillaume, Les unités de mesure: Rapports présentés au congrès international de physique, p. 78—100. Paris 1900.

J. R. Benoît, De la précision dans la détermination des longueurs en métrologie. Rapports présentés au congrès international de physique, p. 30—77, Paris 1900.

B. Weinstein, Handbuch der physikalischen Maassbestimmungen, Berlin 1886, 1888, 2 Bde.

Die folgenden Zeitschriften sind der Hauptsache nach dem Gegenstande dieses Artikels gewidmet:

Comité international des Poids et Mesures. Procès-Verbaux des séances de 1875/76—1900, Paris, 22 Bde.

Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures, 11 Bde, 1. Bd. Paris 1881.

Metronomische Beiträge, herausg. von der kaiserlichen Normal-Aichungs-Kommission, Heft 1—7, Berlin 1870—1875.

Wissenschaftliche Abhandlungen der kaiserlichen Normal-Aichungs-Kommission (Fortsetzung der metronomischen Beiträge). Berlin, in zwanglosen Bdn.

Mitteilungen der kaiserlichen Normal-Aichungs-Kommission. 1886—1902. Berlin.

Verhandlungen der allgemeinen Konferenzen der internationalen Erdmessung, Berlin von 1884 an.

Veröffentlichungen des kgl. preussischen Geodätischen Institutes, Berlin.

1. Die Messungsskalen. Die Beschreibung wenig bekannter Erscheinungen besteht in ihrer Vergleichung mit besser bekannten. Wenn der Grad einer Eigenschaft mitgeteilt werden soll, so geschieht es dadurch, dass man einen bekannten Fall angiebt, bei dem die Eigenschaft in demselben oder nahezu demselben Grade auftritt oder besser zwei bekannte Fälle, wo die Eigenschaft das eine Mal in geringerem, das andere Mal in stärkerem Grade auftritt. Dazu müssen zwei Voraussetzungen erfüllt sein. Erstens muss man entscheiden können, in welchem von zwei gegebenen Fällen die Eigenschaft in höherem Grade vorhanden ist, und zweitens muss in den zum Vergleich herangezogenen Fällen der Grad der Eigenschaft unverändert festgehalten werden. Im allgemeinen wird keine der beiden Voraussetzungen in aller Strenge zutreffen. Die Unvollkommenheit unserer Sinne wird es verhindern, sehr geringe Unterschiede noch zu erkennen, und wir werden uns keine Sicherheit verschaffen können, dass bei dem Vergleichsobjekt eine Eigenschaft in unverändertem Grade beibehalten wird.

Ordnet man eine Reihe von Körpern nach dem Grade, in dem bei ihnen eine gewisse Eigenschaft auftritt, und denkt man sich die Unterschiede so gering, dass sie eben noch mit Sicherheit wahrnehmbar sind, so bietet sich für die Unveränderlichheit eine gewisse Gewähr darin, dass ein Körper seine Stellung in der Reihe unverändert beibehält. Ändert sich die Stellung eines Körpers in der Reihe, während alle übrigen sie unverändert beibehalten, so wird man, wenn keine andern Gründe vorliegen, die Annahme vorziehen, dass der eine Körper sich geändert hat.

Durch eine solche als unverändert angesehene Reihe von Körpern oder von Fällen, in denen eine Eigenschaft auftritt, ist es nun möglich, den Grad einer Eigenschaft durch Zahlen zu bezeichnen, indem man jener Reihe die Reihe der ganzen Zahlen zuweist und nun einen beliebig gegebenen Grad dadurch bezeichnet, dass man die beiden Zahlen angiebt, die den beiden benachbarten Fällen entsprechen, oder die Zahl des Falles, dessen Grad von dem gegebenen nicht mehr unterschieden wird.

So geschieht z. B. die Abschätzung der Intensitäten der Linien eines Spektrums, indem man in einem gegebenen Spektrum von der schwächsten zur stärksten Linie eine Reihenfolge von Linien verschiedener Intensitätsgrade auswählt und die übrigen in diese Reihe einordnet. Selbst wenn die Abstufungen nicht zahlreich und die Intensitätsvergleichung unsicher ist, so kann man einer solchen Bestimmung einen gewissen Wert für die Beschreibung der Erscheinungen doch nicht absprechen[1]). Ein anderes Beispiel bietet die *Mohs*'sche Härteskala[2]).

Diese Art den Grad einer Eigenschaft durch eine Zahl zu bezeichnen, ist jeder beliebigen Verfeinerung fähig. Sobald durch verbesserte Methoden noch geringere Abstufungen mit Sicherheit unterschieden werden, so lassen sich in die Reihe andere Fälle einschieben. Werden für die ursprüngliche Reihe die ganzen Zahlen beibehalten, so können wir etwa, wenn durch die neu eingeschobenen Fälle jedes der vorigen Intervalle in zehn kleinere zerlegt wird, diesen die ganzen Zahlen und das betreffende Zehntel zuweisen. Eine unbegrenzte Verfeinerung würde jedem Grade eine und nur eine bestimmte rationale oder irrationale Zahl zuweisen. Diese ein-eindeutige Abbildung ist nur darin nicht willkürlich, dass von zwei Graden dem stärkeren Grade auch die grössere Zahl entsprechen muss. Irgend eine andere Gradskala müsste also eine ein-eindeutige Abbildung der ersten Skala sein, die nur die Voraussetzung zu erfüllen braucht, *dass von zwei Zahlen der grösseren Zahl auch in der Abbildung die grössere entspricht.*

Man wird die Willkürlichkeit der Abbildung einschränken, wenn man nicht nur definieren kann, was darunter verstanden wird, dass ein Körper die Eigenschaft in stärkerem oder schwächerem Grade besitze als ein anderer, sondern auch definiert, was darunter verstanden sein soll, dass der Unterschied in den Graden zweier Fälle grösser oder kleiner sei als der Unterschied in den Graden zweier andern Fälle.

Sobald eine solche Definition vorliegt, kann man die Abbildung

---

1) *H. Kayser,* Handbuch der Spektroskopie. Einleitung, p. XXII. Leipzig 1900.

2) *F. Mohs,* Naturgeschichte des Mineralreiches, p. 331, Wien 1832. Härtegrade: 1. Talk, 2. Steinsalz oder Gyps, 3. Kalkspath, 4. Flussspath, 5. Apatit, 6. Orthoklas, 7. Quarz, 8. Topas, 9. Korund, 10. Diamant.

so einrichten, dass wenn die Unterschiede zweier Gradpaare einander gleich sind, auch die Unterschiede der entsprechenden Zahlenpaare einander gleich sind. Man lässt zu dem Ende zwei beliebigen Intensitätsgraden zwei willkürliche Zahlen A und B $(A < B)$ entsprechen nur so, dass dem stärkeren Grade die algebraisch grössere Zahl B zukommt. Ein dritter Intensitätsgrad werde dann mit Hülfe der gegebenen Definition ausgesucht, der gegen den stärkeren der ersten beiden denselben Unterschied aufweist wie diese. Diesem Intensitätsgrad wird die Zahl $B + (B - A)$ zugewiesen u. s. w. nach oben und nach unten. Auf diese Weise erhält man eine Reihe von äquidistanten Zahlen, denen Intensitätsgrade mit gleichen Unterschieden entsprechen. In ähnlicher Weise kann man durch die gegebene Definition des grösseren oder kleineren Unterschiedes zwischen je zwei aufeinander folgenden Graden eine beliebige Anzahl einschalten, von denen je zwei aufeinander folgende den gleichen Unterschied haben. Diesen lässt man die Zahlen entsprechen, die das betreffende Zahlenintervall in ebenso viel gleiche Teile teilen.

Durch die beiden Definitionen des stärkeren oder schwächeren Grades und des grösseren oder kleineren Gradunterschiedes ist die Willkürlichkeit der Abbildung bis auf die Wahl der beiden Zahlen A und B bestimmt. *Alle jetzt noch möglichen Abbildungen sind offenbar einander ähnlich* und unterscheiden sich nur noch durch die Lage des Nullpunktes und die Grösse des Maassstabes oder, was dasselbe ist, durch den Intensitätsunterschied, welcher dem Zahlenunterschiede 1 entspricht. Die Zahl, die einem beliebigen Intensitätsgrade entspricht, drückt seinen Unterschied gegen den der Null entsprechenden Intensitätsgrad aus, gemessen durch den Intensitätsunterschied 1.

In manchen Fällen ist die zweite Definition schon mit der ersten gegeben, wenn nämlich der Unterschied der beiden Grössen sich wieder als eine Grösse derselben Art darstellt, wie z. B. bei der Länge von graden Linien oder von Kreisbögen desselben Radius oder bei Drehungen (Winkeln).

2. Indirekte Vergleichung oder Messung. Es ist nicht notwendig, dass man im Stande sei, die Intensitätsgrade direkt zu vergleichen. Es kann auch *indirekt* geschehen, indem man irgend eine mit der zu messenden in Verbindung stehende Eigenschaft oder Wirkung beobachtet. Nur muss die Intensität der ersten eine eindeutige Funktion der Intensität der zweiten sein. Ebenso kann man die Definition des grösseren oder kleineren Intensitätsunterschiedes auf eine mit der ersten in Verbindung stehende Eigenschaft oder Wirkung gründen.

So kann z. B. die Definition für die Vergleichung von Temperaturen und Temperaturunterschieden auf die Ausdehnung des Quecksilbers gegründet werden. Zwei Temperaturen werden danach gleich genannt, wenn ein gegebenes Quantum Quecksilber bei beiden Temperaturen unter demselben Druck dasselbe Volumen besitzt. Zwei Temperaturunterschiede werden gleich genannt, wenn für beide die Volumänderung des Quecksilbers die gleiche ist. Diese Definition zeigt sich von dem Quantum des Quecksilbers unabhängig, weil ein gleiches Quantum sich unter den gleichen Bedingungen ebenso ausdehnt und das Zusammengiessen beider Quanta in ihrer Ausdehnung keine Änderung bewirkt. Willkürlich bleiben dann nur noch der Nullpunkt der Temperatur und die Einheit des Temperaturunterschiedes. Statt des Quecksilbers kann man auch einen anderen Körper z. B. Luft oder Wasserstoff bei irgend einem festgesetzten Druck wählen. Das würde aber eine andere Definition der Temperatur sein, und durch Versuche kann die eine Skala auf die andere abgebildet werden[3]). Die Luftskala würde einen grösseren Temperaturumfang definieren als die Quecksilberskala und die Wasserstoffskala abermals einen grösseren Umfang, wenn man das Quecksilber nur soweit es flüssig ist und Luft und Wasserstoff nur soweit sie gasförmig sind, verwendet. Wenn eine Skala gegen ihre Grenzen hin grössere Abweichungen von den umfassenderen Skalen zeigt, so wird man dazu neigen, die umfassenderen vorzuziehen. Das Comité international des poids et mesures hat im Jahre 1887 entschieden, das Wasserstoffthermometer zur Definition der Temperatur zu nehmen. Als feste Punkte dienen die Temperatur des schmelzenden Eises und die Temperatur des Dampfes von destilliertem Wasser unter dem normalen[4]) atmosphärischen Drucke. Der Druck des Wasserstoffs ist dabei auf ein Meter Quecksilbersäule festgesetzt. Statt durch das Volumen bei konstantem Druck kann man die Temperatur auch durch den Druck des Wasserstoffs bei konstantem Volumen definieren und erhält, wenn man bei 0^0 den Druck gleich ein Meter Quecksilbersäule macht[5]), nach den Versuchen von *Chappuis*[3]) dieselbe Skala. Eine noch umfassendere Skala würde Helium bilden[6]).

---

3) *P. Chappuis,* Rapports prés. au Congrès international de Physique 1, p. 131 u. f., Paris 1900.

4) Unter dem normalen atmosphärischen Drucke ist verstanden der Druck einer Quecksilbersäule von 760^{mm} Höhe und der Dichte 13,5953, die der normalen Intensität der Schwere unterworfen ist. Die normale Intensität der Schwere ist gleich der Intensität im Bureau international dividiert durch 1,0003322.

5) Der Druck ist also 1000/760 des normalen atmosphärischen Druckes.

6) *J. Dewar,* Lond. R. Inst. Proc. 1899, p. 1.

Eine andere Definition der Temperatur kann man auf die Strahlungsenergie eines schwarzen Körpers gründen. Danach heissen zwei Temperaturen einander gleich, wenn die Energie der Strahlung, welche ein Oberflächenteil des schwarzen Körpers von gegebener Fläche in gegebener Zeit in einen gegebenen Raum entsendet, bei beiden Temperaturen die gleiche ist. Zwei Temperaturunterschiede sollen gleich heissen, wenn die Unterschiede der Strahlungsenergieen einander gleich sind. Damit ist die Temperaturskala bis auf den Nullpunkt und den Wert der Skaleneinheit definiert. Vergleicht man diese Skala mit der Skala des Wasserstoffthermometers, so ergiebt sich, dass sie keineswegs ähnliche Abbildungen von einander sind. Es zeigt sich aber, dass bei geeigneter Annahme der Nullpunkte die Abbildung durch eine einfache rechnerische Beziehung der entsprechenden Zahlen dargestellt wird, soweit die Beobachtungen reichen. Die Zahlen des Wasserstoffthermometers sind bei geeigneter Annahme der Nullpunkte sehr nahe proportional den vierten Wurzeln aus den Zahlen der Skala der Strahlungsenergieen. Wenn man hier also die vierten Wurzeln zur Definition der Temperatur verwendet, so bleibt man mit der Skala des Wasserstoffthermometers in Übereinstimmung und hat zugleich den Vorteil der umfassenderen Skala, welche die Beobachtung der Strahlungsenergieen gewährt. Die praktische Verwendung dieses Gedankens ist möglich geworden, seitdem man die Abhängigkeit der Strahlungsenergie von der Wellenlänge sowohl wie von der Temperatur kennt. Man kann darnach allein durch Helligkeitsmessungen in der gleichen Farbe die Temperatur des strahlenden Körpers bestimmen [7]).

Viele andere Wirkungen der Temperatur auf die Körper können zur Definition der Temperatur verwendet werden. So sind z. B. sehr zweckmässige Instrumente auf die Änderung gegründet, die der elektrische Widerstand eines Metalldrahtes durch die Temperatur erfährt [8]). Auch der Zusammenhang der Temperatur mit der Drehung der Polarisationsebene im Quarz, mit der Doppelbrechung von Krystallen, mit der Diffusion der Gase durch poröse Wände, mit dem Brechungsindex der Gase, mit der in einem Körper vorhandenen Wärmemenge, mit der elektromotorischen Kraft zwischen verschieden erwärmten Lötstellen sind zur Bestimmung der Temperatur verwendet worden [9]).

---

7) *F. Paschen* und *H. Wanner,* Berl. Ber. 1899, p. 5; *H. Wanner,* Ann. d. Physik 2 (1900), p. 141 und Physikal. Zeitschr. 1 (1900), p. 226 u. 3 (1901), p. 112; *L. Holborn* und *F. Kurlbaum,* Berl. Ber. 1901, p. 712.

8) *H. L. Callendar* und *E. H. Griffiths,* Lond. Trans. 182 A (1891), p. 43—71 und p. 119—157.

9) *C. Barus,* Rapp. prés. au Congrès internat. de Physique 1, Paris 1900, p. 148.

Die gleiche Bemerkung gilt von der Messung jeder beliebigen Eigenschaft. Ja man kann sagen, dass im allgemeinen nicht die Eigenschaft selbst in ihrer direkten Wirkung auf unsere Sinne zur Messung verwendet wird, sondern dass in der Regel ein Zustand wahrgenommen wird, der infolge der zu messenden Eigenschaften an einem andern Körper eintritt. Die Messung ist in der Regel mit einer *Längenmessung* verbunden, es wird gewöhnlich *das Resultat der eigentlichen Messung* an einer *linearen Skala abgelesen.* So wird z. B. bei einer feinen Wägung schliesslich die Ruhelage des Zeigers durch die Beobachtungen der Umkehrpunkte auf der Skala bestimmt, die Messung des Zeitpunktes, in dem ein Sternbild den Faden im Okular eines Fernrohrs passiert, geschieht nach der Registriermethode auf der Trommel des Chronographen durch Ausmessung von Längen, die Bestimmung eines elektrischen Widerstandes mit der Wheatstone'schen Brücke ergiebt sich aus der Stellung des Kontaktes auf dem Draht, der den veränderlichen Widerstand darstellt. Während der Messungsoperation können aber sehr wohl auch die Wahrnehmungen der übrigen Sinne ins Spiel kommen. Man kann z. B. im Telephon das Verschwinden eines Wechselstroms durch das Ohr bestimmen. Bei der Zeitbestimmung nach der „Aug' und Ohr"-Methode wird ein mit dem Auge wahrgenommenes Ereignis in die mit dem Ohr aufgefasste Zeitskala interpoliert; oder es wird umgekehrt die mit dem Ohr aufgefasste Skala in das Gesichtsfeld projiziert, indem man sich die entsprechenden Orte des Sternbildes als Skalenabteilungen vorstellt. Geruch und Geschmack werden bei chemischen Analysen unter Umständen verwendet, ebenso der Tastsinn z. B. um durch das seifige Gefühl einer Lösung das Auftreten einer Lauge festzustellen. Weitaus häufiger wird aber auch hier das Auge verwendet z. B. um an der Trübung oder Färbung einer Lösung die Gegenwart gewisser Stoffe zu erkennen.

3. Die Beziehungen zwischen den Einheiten verschiedenartiger Grössen. Durch den Umstand, dass man die Eigenschaft eines Körpers nicht unmittelbar misst, sondern durch eine sekundäre Wirkung, die durch sie verursacht wird, ergiebt sich eine Beziehung zwischen der für diese Eigenschaft festzusetzenden Einheit und der bei der Messung dieser Wirkung festgesetzten Einheit oder Einheiten. Eine Geschwindigkeit z. B., mit der ein Körper sich bewegt, kann gemessen werden durch die Länge des Weges, der in einer gewissen Zeit zurückgelegt wird. Indem man die Einheit der Geschwindigkeit so definiert, dass dabei in der Zeiteinheit die Einheit der Weglänge zurückgelegt wird, stellt man eine Beziehung zwischen diesen drei Einheiten auf, sodass nur zwei von ihnen willkürlich sind. *Eine Notwendigkeit so zu verfahren liegt nicht vor.* Man könnte, abgesehen von praktischen Schwierigkeiten, die Geschwindigkeit auch durch andere mit ihr verbundene Veränderungen messen, z. B. durch den Widerstand, den ein bestimmter Körper erfährt, wenn er sich mit der betreffenden Geschwindigkeit durch ein bestimmtes Medium bewegt oder durch den Stoss, den eine bestimmte Masse ausübt, wenn sie mit der betreffenden Geschwindigkeit auf eine andere ruhende Masse stösst, oder durch die Wärmemenge, welche von der Masseneinheit des Körpers entwickelt wird, wenn man ihn bremst. Vielmehr sind es praktische Gründe, die uns veranlassen, die Einheit der Geschwindigkeit auf die Einheit der Länge und der Zeit zurückzuführen. Erstens lässt sich auf diese Weise die Geschwindigkeit genau bestimmen und zweitens lässt sich die so bestimmte Einheit an einem andern Orte und zu einer andern Zeit mit Genauigkeit wiederherstellen, sodass auf diese Weise zwei Geschwindigkeiten auch an weit auseinanderliegenden Orten und zu weit auseinanderliegenden Zeiten mit Genauigkeit mit einander verglichen werden können. Als Einheiten, die sich besonders genau reproduzieren und unveränderlich aufheben lassen, hat man die Einheiten der Zeit, der Länge und der Masse erkannt. Sobald daher die Einheit irgend einer messbaren Grösse auf jene drei Einheiten genau bezogen werden kann, so ist sie auch genau reproduzierbar und unveränderlich aufzubewahren.

4. Die Messung der Zeit. Was zunächst die Zeit betrifft, so ist sie uns durch die Umdrehung der Erde gegeben, bei der wir keine Ungleichmässigkeit in der Dauer einer Umdrehung wahrzunehmen vermögen. Allerdings muss durch die Reibung der Flutwelle die kinetische Energie der Erde allmählich sich vermindern, während durch die Abkühlung der Erde eine Zusammenziehung eintritt. Das erste würde für sich eine Verminderung, das zweite eine Vergrösserung der Umdrehungsgeschwindigkeit zur Folge haben, und es ist unwahrscheinlich, dass beide Ursachen sich grade aufheben sollten. Eine Umdrehung wird durch die Beobachtung eines Gestirns erkannt, das relativ zur Erde nach Vollendung einer Umdrehung wieder dieselbe Stellung einnehmen muss, wenn man von der fortschreitenden Bewegung der Erde und des Gestirns absehen kann. Bruchteile einer Umdrehung werden bestimmt durch die Messung der Stundenwinkel eines Gestirns, d. i. der Winkel, welche eine durch die Erdaxe und das Gestirn gelegte Ebene mit der Meridianebene des Beobachtungsortes bildet. In dem sphärischen Dreieck, das von dem Gestirn, dem

Pol und dem Zenith des Ortes gebildet wird, ist dies der Winkel am Pol. Man hat von diesem Dreieck drei Bestimmungsstücke zu kennen, um die übrigen zu berechnen. Man misst z. B. die Polhöhe, den Polabstand des Gestirnes (am besten durch Beobachtung seiner Höhe beim Meridiandurchgang) und die Zenithdistanz des Gestirns zur Zeit der Beobachtung. Die Zeit einer Umdrehung kann auch durch eine Uhr in Unterabteilungen geteilt werden. Von der Genauigkeit, mit welcher dies durch eine gute Pendeluhr geschieht, giebt eine Untersuchung von *Tisserand* [10]) einen Begriff. Durch Beobachtung von Sterndurchgängen stellte er fest, dass die Hauptuhr des Pariser Observatoriums bei geeigneter Fehlerkorrektion die Zeit während 143 Tagen etwa auf 0,3 Sekunden genau abzulesen gestattet. Bei etwa 12 Millionen Pendelschwingungen beträgt also die Fehlergrenze nicht mehr als ein Drittel einer Pendelschwingung. Bei kleineren Zeiten können die von der Uhr herrührenden Fehler als wesentlich kleiner angenommen werden. Die Zeit zwischen den Kulminationen zweier Sterne, d. i. also die Differenz ihrer Rektascensionen, wird mit einer Genauigkeit von einigen Hundertsteln Sekunden gemessen[11]). Bei der Zeitbestimmung, wie sie bei der Bestimmung geographischer Längenunterschiede gemacht wird, erreicht man Genauigkeiten eines Sterndurchganges von $\pm 0{,}03^{\mathrm{sec}}$ (mittlerer Fehler)[12]). Bei physikalischen Untersuchungen sowie im bürgerlichen Leben wird die Zeiteinheit von dem mittleren Sonnentag, d. i. der mittleren Zeit zwischen zwei Durchgängen der Sonne durch den Meridian abgeleitet. Wegen der Bewegung der Erde um die Sonne beobachtet man eine scheinbare Bewegung der Sonne relativ zu den Sternen. Dadurch kommt es, dass der mittlere Sonnentag nicht mit dem Sterntag identisch ist. Rechnet man ein Jahr von einer Frühlings-Tag- und Nachtgleiche bis zur nächsten, so ist die Zahl der mittleren Sonnentage, die auf ein Jahr gehen, um 1 geringer als die Zahl der Sterntage und im gleichen Verhältnis ist der mittlere Sonnentag länger. Bei der Messung kleiner Zeitintervalle ist der relative Fehler erheblich grösser, wenn auch natürlich der absolute Fehler herabgedrückt werden kann. Zeiten von etwa $2 \cdot 10^{-8}$ Sekunden sind von *E. Wiechert* mit Hülfe elektrischer Wellen noch mit einer Genauigkeit von etwa 30 Prozent gemessen worden[13]).

---

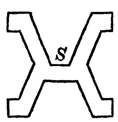
10) *F. Tisserand,* Paris C. R. 122 (1896), p. 646—651.

11) Vgl. z. B. *Fr. Cohn,* Astr. Nachr. 157 (1902), Nr. 3766—67.

12) Veröffentl. d. kgl. preuss. geodät. Inst., astronomisch-geodätische Arbeiten 1. Ordnung. Neue Folge 5 (1901), p. 54.

13) *E. Wiechert,* Ann. Phys. Chemie 69 (1899), p. 739; vgl. auch *H. Abraham* u. *J. Lemoine,* J. de Phys. (3) 9 (1900), p. 262.

5. Die Messung der Länge. Um die Einheit der Länge so zu definieren, dass sie unveränderlich erhalten bleibt, hat man daran gedacht, sie auf die Erddimensionen zu gründen und den zehnmillionsten Teil des Erdquadranten zur Einheit zu machen. Es hat sich indessen gezeigt, dass die Genauigkeit, mit der die Längen zweier geeigneten Strichmaasse mit einander verglichen werden können und die Sicherheit, mit der sie voraussichtlich ihre Länge bewahren, viel grösser ist, als die Genauigkeit, mit der man den zehnmillionsten Teil des Erdquadranten bis jetzt bestimmen kann. Infolge dessen wird jetzt die Einheit der Länge nicht durch die Erddimension, sondern durch ein bestimmtes Strichmaass definiert. Für die 22 Staaten, welche der Meterkonvention beigetreten sind, wird das Strichmaass in Sèvres bei Paris aufbewahrt. Seine Länge ist so genau wie möglich mit der Länge des „mètre des archives" zur Übereinstimmung gebracht, des Längenmaasses, welches die französische Regierung am Ende des 18. Jahrhunderts als Verwirklichung des zehnmillionsten Teiles des Erdquadranten hat herstellen lassen. Es besteht aus einer Legierung von Platin mit 10 Prozent Iridium, einem Stoffe, der unveränderlich ist, grosse Härte, einen grossen Elastizitätsmodul und einen geringen Ausdehnungskoeffizienten besitzt. Der Querschnitt ist von der Form



und ist so eingerichtet, dass sein Schwerpunkt bei S liegt[14]). Mit dieser Form werden zwei Ziele erreicht. Erstens fällt, wenn der Stab auf zwei horizontalen Schneiden aufliegt, der ebene Teil der Oberfläche des Stabes, in der die Schwerpunkte der Querschnitte liegen, in die Schicht der neutralen Fasern, die ihre Länge bei der Verbiegung des Stabes durch seine eigene Schwere unverändert beibehalten, und zweitens ist das Trägheitsmoment in Bezug auf die neutrale Axe des Querschnitts im Verhältnis zur Fläche des Querschnitts gross, sodass der Widerstand gegen Verbiegung für die gegebene Masse des Stabes gross ist. Die Striche, deren Abstand die Länge definiert, sind auf die Fläche der neutralen Fasern geritzt. Wenn der Stab an zwei Stellen unterstützt ist, die gleich weit von seiner Mitte und 0,5594 seiner Länge von einander entfernt sind, so

14) *J. R. Benoît,* Rapp. présentés au Congrès internat. de Physique 1, p. 50, Paris 1900.

ist, wie *Bessel*[15]) gezeigt hat, die Durchbiegung am geringsten. Alsdann ist der Unterschied zwischen der Länge der neutralen Fasern und ihrer horizontalen Projektion für die Strecke des ganzen Meters auf $4 \cdot 10^{-7}$ mm berechnet, was auch für die feinsten jetzt ausführbaren Messungen vernachlässigt werden kann[16]). Zugleich mit diesem Maass sind dreissig andere in derselben Weise ausgeführt worden und sowohl unter einander als mit dem Definitionsmaass verglichen worden. Der wahrscheinliche Fehler, mit dem die Länge jedes dieser Maasse durch das Definitionsmaass ausgedrückt ist, beträgt $4 \cdot 10^{-5}$ mm[17]). Durch diese weiteren Kopieen, die an die verschiedenen Staaten verteilt sind, ist die Längeneinheit in alle Weltteile gebracht und zugleich ihre Erhaltung so gut wie möglich gewährleistet.

Die Vergleichung zweier Strichmaasse geschieht dadurch, dass die beiden Enden eines der beiden Maassstäbe unter zwei sehr fest fundierte mit Mikrometern versehene Mikroskope gebracht werden (Komparator). Die Mikrometer werden auf die die Länge definierenden Striche eingestellt und abgelesen. Unmittelbar darauf wird der zweite Maassstab unter dieselben beiden Mikroskope gebracht und die Mikrometer werden ebenso auf seine Striche eingestellt und abgelesen. Die Differenzen der Mikrometerablesungen geben die Differenz der Länge der beiden Maasse. Das messende Instrument besteht daher in den Schrauben der beiden Mikrometer. In den Mikrometern wendet man nicht mehr wie früher ein Fadenkreuz sondern zwei Parallelfäden an, zwischen die das Bild des Striches eingestellt wird. Man stellt ein auf die gleiche Helligkeit der beiden Zwischenräume zwischen Strich und Fäden. Wenn die Parallelfäden sehr nahe neben einander liegen, so ist das Auge sehr empfindlich für eine Ungleichheit in den Lichtmengen, die es von den beiden Zwischenräumen empfängt. Sehr wichtig ist bei dem ganzen Verfahren, dass die Temperatur der Stäbe dieselbe sei. Man kann zu dem Ende den ganzen Komparator bis auf die Okulare der Mikroskope in einem doppelwandigen Kasten anbringen, dessen Doppelwandung mit Wasser umspült wird. Es können auch die Maassstäbe selbst im Wasserbade liegen. In derselben Weise kann man auch Unterabteilungen desselben Stabes mit einander vergleichen und, indem man die gefundenen Korrekturen berücksichtigt, die genauen Unterabteilungen erhalten.

---

15) *F. W. Bessel,* Darst. der Untersuchungen u. Maassregeln, welche in den Jahren 1834 bis 1838 durch die Einheit des preussischen Längenmaasses veranlasst worden sind. Beilage 1, p. 132, Berlin 1839.

16) *J. R. Benoît,* vgl. Anm. 14, p. 50.

17) *J. R. Benoît,* vgl. Anm. 14, p. 64.

Die Messung von Drehungen (Winkeln) besteht in der Längenmessung von Kreisbögen, die von einem in gegebener Entfernung von der Drehungsaxe befindlichen Punkte des sich drehenden starren Körpers beschrieben werden. Zur praktischen Ausführung wird eine Kreisscheibe konzentrisch und senkrecht zur Drehungsaxe mit dem Körper fest verbunden, deren Rand eine Skala trägt. Da Kreisbögen desselben Radius ebenso wie grade Linien mit einander zur Deckung gebracht werden können, so ist die Art der Messung prinzipiell dieselbe. Man führt die zu vergleichenden Kreisbögen z. B. ebenso wie beim Komparator unter zwei feststehende Mikroskope, deren Mikrometer die Differenz bestimmen [18]). Die Maasseinheit der Drehung wird von dem Radius des Kreises unabhängig, indem man das Verhältnis des Kreisbogens zum ganzen Umfang einführt.

6. Die Wellenlänge als Längenmaass. Anstatt den Erdquadranten der Definition der Längeneinheit zu Grunde zu legen, wie es die französische Revolution gethan hatte, schlug *Fizeau* [19]) vor, an eine andere von der Natur gegebene Länge anzuknüpfen. Wenn man nämlich das von einer Lichtquelle ausgesandte Licht in zwei Strahlenbündel zerlegt, z. B. dadurch, dass man eine Glasplatte schräg in den Weg stellt, die das Licht zum Teil durchlässt, zum Teil reflektiert, so kann man Teile dieser beiden Strahlenbündel durch weitere Spiegelungen wieder in dieselbe Bahn und damit zur Interferenz bringen. Sie heben sich dabei genau auf, wenn der Gangunterschied der beiden Wellenzüge ein ungrades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt. Ordnet man den Versuch so an, dass die zur Interferenz kommenden Wellenzüge ebene Wellen sind, die man in ein auf unendlich gestelltes Fernrohr eintreten lässt, so entspricht jedem Punkte des Gesichtsfeldes eine gewisse Richtung der Wellenzüge, und wenn die Gangunterschiede der beiden Wellenzüge in den verschiedenen Richtungen verschieden sind, so wird man im Gesichtsfelde helle und dunkle Stellen sehen. Wenn z. B. alle Wellenzüge, die gegen die Axe des Fernrohrs gleich geneigt sind, dem gleichen Gangunterschied entsprechen, so muss das Gesichtsfeld aus konzentrischen hellen und dunkeln Ringen bestehen. Ändert man nun den Gangunterschied der beiden Strahlenbündel, so ändert sich der Gangunterschied, der den verschiedenen Stellen des Gesichtsfeldes entspricht, und die konzentrischen Ringe vergrössern oder verkleinern ihren Radius. Ist die

---

18) *O. Schreiber,* Untersuchung von Kreisteilungen mit zwei und vier Mikroskopen, Zeitschr. für Instrumentenkunde 6 (1886), p. 1, 47 und 93.

19) *H. Fizeau,* Ann. Chim. Phys. (4) 2 (1864).

Änderung des Gangunterschiedes genau eine Wellenlänge, so muss der nächste benachbarte Ring genau an die Stelle des betrachteten Ringes gerückt sein. Denkt man sich die Änderung des Gangunterschiedes etwa dadurch bewirkt, dass ein ebener Spiegel, der das eine der beiden Strahlenbündel reflektiert, durch eine Schraube in einer Schlittenführung parallel verschoben wird, so kann man also durch Beobachtung der Interferenzstreifen die Verschiebung des Spiegels in Wellenlängen messen. Die Lichtwellen bilden, wie *Fizeau* sagt, ein natürliches Mikrometer von der höchsten Vollkommenheit. Solange es sich nur um sehr kleine Gangunterschiede der Wellenzüge handelt, ist es nicht wesentlich, dass das Licht rein monochromatisch sei. Sobald indessen die Gangunterschiede grösser werden, so liegen die den verschiedenen Wellenlängen entsprechenden Interferenzringe an merklich verschiedenen Stellen. Zunächst erscheint jeder Ring farbig; dann aber greifen sie immer mehr und mehr über einander und verwischen das Bild, sodass schliesslich keine Helligkeitsunterschiede mehr erkannt werden. Je vollkommener es gelingt, das Licht einfarbig zu machen, um so grösser sind die Gangunterschiede, die man messen kann, um so länger ist also das von den Lichtwellen gebildete natürliche Mikrometer. Bei grossen Gangunterschieden würde die Abzählung der Interferenzstreifen eine sehr mühsame Arbeit sein. Man umgeht sie dadurch, dass der Gangunterschied zunächst mit einem Maassstab angenähert bestimmt wird, und dann für mehrere Arten einfarbigen Lichtes der Bruchteil der Wellenlänge gemessen wird, um welchen der Gangunterschied vermindert werden muss, um durch die Wellenlänge teilbar zu sein[20]. *A. Michelson* hat auf diese Weise das Meter der internationalen Meterkonvention in Wellenlängen des roten, grünen und blauen Cadmiumlichtes gemessen[21]. Es ist dabei notwendig, die Dichte der Luft anzugeben, bei der beobachtet wird, weil die Wellenlängen sich mit der Dichte der Luft verändern. Auf diese Weise ist die Länge des Meters auf Wellenlängen bezogen. Die Unsicherheit beträgt dabei nach der Angabe von *Benoît*[22] nicht mehr als ein tausendstel Millimeter. Die Genauigkeit ist danach immer noch nicht so gross, wie die Genauigkeit einer Vergleichung zweier Meterstäbe mit Hülfe des Komparators. Es scheint indessen gute Aussicht dafür vorhanden zu sein, dass man die Messung in Wellen-

20) Vgl. *J. Macé de Lépinay*, Rapp. prés. au Congrès internat. de Physique 1, p. 115, Paris 1900.

21) *A. Michelson,* Travaux et mémoires du bureau international des poids et mesures 11, 1894.

22) Vgl. Anm. 14, p. 70.

längen noch vervollkommnen wird[23]). Die Grenze der Genauigkeit ist hier durch die Grösse des Gangunterschiedes gegeben, bis zu welcher man die Interferenzfransen noch deutlich sieht. Könnte man Gangunterschiede bis zu einem Meter beobachten, so würde nach *Fizeau's* Ausdruck das von den Wellenlängen gebildete Mikrometer die Länge eines Meters haben: die Fransen würden wie die Teilstriche einer Skala zu betrachten sein, und die Genauigkeit hinge von der Genauigkeit ab, mit der man eine Marke zwischen diesen Teilstrichen einstellen und den Abstand von einer Franse als Bruchteil des Fransenabstandes bestimmen könnte. Die Grösse des Gangunterschiedes, die man erreichen kann, hängt davon ab, bis zu welchem Grade das Licht monochromatisch ist. Mit dem Lichte der grünen Quecksilberlinie haben *Perot* und *Fabry*[24]) noch bei einem Gangunterschiede von 43 Centimetern deutliche Interferenzen beobachtet.

Ein anderes Naturmaass, welches, im Gegensatz zu den sehr kleinen Wellenlängen, eine sehr grosse Einheit der Länge darstellt, ist in der Astronomie gebräuchlich und wird als Lichtjahr bezeichnet. Ein Lichtjahr ist gleich dem Wege, den das Licht im leeren Raum in einem Jahre zurücklegt, also gleich $3 \cdot 10^{10} \cdot 365{,}25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60$ cm. Die nächsten Fixsterne sind vier bis fünf Lichtjahre entfernt.

7. Die Messung der Masse. Die Einheit der Masse wird definiert durch die Masse eines bestimmten Körpers. Für die Staaten der internationalen Meterkonvention besteht dieser Körper aus einem Cylinder von kreisförmigem Querschnitt aus einer Legierung von Platin-Iridium, demselben Material, aus welchem die Meterprototype hergestellt sind. Die Masse des Körpers ist mit möglichster Genauigkeit der Masse desjenigen Körpers gleich gemacht, den die französische Revolution als Verwirklichung der Masse eines Kubikdezimeters Wasser im Zustande seiner grössten Dichte bei normalem Druck angenommen hatte (s. Nr. 8) und die das „kilogramme des archives" genannt wird. Der jetzt zur Definition der Masseneinheit dienende Körper heisst das internationale Kilogrammprototyp. Aus derselben Platin-Iridiumlegierung sind an die Staaten der internationalen Meterkonvention Kopieen des internationalen Prototyps, die nationalen Prototype, verteilt worden, die mit der äussersten erreichbaren Genauigkeit unter einander und mit dem internationalen Prototyp verglichen sind. So ist z. B. die Masse des dem deutschen Reiche überwiesenen nationalen Prototyps gleich

---

23) Vgl. *J. Macé de Lépinay,* Rapp. prés. au Congrès internat. de Physique 1, p. 108, Paris 1900.

24) *Ch. Fabry* und *A. Perot,* J. de phys. (3) (1900), p. 369.

1 kg + 0,053 mg gefunden worden mit einem wahrscheinlichen Fehler von 0,002 mg [25]).

Die Vergleichung zweier Massen geschieht durch Wägung im luftleeren Raum. Dieser Methode liegt eine Hypothese zu Grunde. Denn nach den Begriffen der Mechanik ist die Masse unabhängig von der Erdanziehung nur durch die Trägheit zu definieren. Zwei Massen gelten danach einander gleich, wenn die gleiche Kraft ihnen in der gleichen Zeit die gleiche Beschleunigung erteilt oder wenn sie bei gleicher Geschwindigkeit gleiche kinetische Energie aufweisen. Bei der Wägung sind die Gewichte einander gleich. Soll daraus folgen, dass nach den Begriffen der Mechanik auch die Massen einander gleich sind, so wird dabei vorausgesetzt, dass unter dem Einfluss ihres Gewichtes jede Masse in der gleichen Zeit die gleiche Beschleunigung erfährt. Diese Voraussetzung ist keineswegs mit derselben Genauigkeit geprüft worden, mit der sich Gewichte vergleichen lassen. Neuerdings hat *R. Eötvös* angegeben, dass er mit der Genauigkeit von 1 auf $2 \cdot 10^7$ die Gewichte gleicher Massen von Glas, Messing, Antimon und Kork einander gleich gefunden habe [26]). Andrerseits ist von *Landolt* und *Heydweiler* eine Änderung in dem Gewichte der gleichen Masse behauptet worden, wenn in der Masse gewisse chemische und physikalische Umsetzungen vor sich gehen [27]).

8. **Die Beziehungen zwischen den Einheiten der Zeit, der Länge und der Masse.** Der Gedanke, die Einheit der Masse durch die Masse der Volumeinheit des Wassers im Zustande seiner grössten Dichte bei normalem Druck zu definieren, den die von der französischen Revolution eingesetzte Kommission auszuführen strebte, ist wieder aufgegeben aus demselben Grunde, aus dem die Längeneinheit nicht durch die Länge des Meridians oder die Länge des Sekundenpendels definiert wird. Die Genauigkeit, mit der man die Masse eines Kubikdezimeters Wasser zu bestimmen vermag, ist erheblich geringer als die Genauigkeit, mit der die Prototype mit einander verglichen werden können und mit der sie die Einheit der Masse voraussichtlich unverändert erhalten. Nach neueren Messungen hat sich denn auch herausgestellt, dass die Masse des kilogramme des archives merklich von der Masse eines Kubikdezimeters Wasser abweicht, die vermutlich zwischen 0,99995 und 0,99996 Kilogramm liegt [28]). Die Schwierig-

---

25) Mitteilungen der kaiserl. Normal-Aichungskommission, Berlin, 1. Reihe, p. 146.

26) *R. Eötvös*, Rapp. prés. au Congrès internat. de Physique 3, p. 389, Paris 1900.

27) Vgl. Art. V 2, Nr. **13**.

28) *C. E. Guillaume*, Rapp. prés. au Congrès internat. de Phys. 1, p. 99, Paris 1900.

keit liegt darin, das Volumen eines Körpers mit Genauigkeit auf die Längeneinheit zu beziehen. Ist dieses geschehen, so findet man durch Äquilibrieren des Gewichtsverlustes beim Eintauchen des Körpers in Wasser die Masse des gleichen Volumens Wasser und daraus die Masse der Volumeinheit. Die Bestimmung des Volumens ist sowohl durch die oben besprochene Methode der Interferenzfransen an einem durchsichtigen Würfel wie auch an Metallcylindern durch Kontaktmessungen einer grossen Anzahl von Durchmessern ausgeführt worden. Kontaktmessungen werden so ausgeführt, dass man von zwei Seiten Stäbe mit sphärischen Endflächen mit dem zu messenden Körper in Berührung bringt. Jeder Stab trägt im Kugelcentrum der sphärischen Endfläche einen Strich; den Abstand beider Striche bestimmt man auf die in Nr. 5 angegebene Weise unter dem Komparator. Danach wird der Körper entfernt, die Stäbe werden mit ihren sphärischen Endflächen zur Berührung gebracht und der Abstand der Striche von neuem unter dem Komparator bestimmt. Die Differenz der beiden Abstände giebt die Dicke des Körpers zwischen den Berührungspunkten[29]).

Selbst wenn man die Masse eines Kubikdezimeters Wasser mit derselben Genauigkeit zu bestimmen lernte, mit der man die Massen zweier Körper zu vergleichen im Stande ist, so würde man deshalb doch weder die Einheit der Masse noch die der Länge ändern. Denn für alle praktischen Zwecke kann die Abweichung der Dichtigkeit des Wassers von Eins vernachlässigt werden. Bei Messungen aber, deren Feinheit die Abweichung nicht zu vernachlässigen erlaubt, kann die etwas vermehrte Rechenarbeit ohne wesentlichen Nachteil aufgebracht werden. Der Vorteil bleibt bestehen, dass man durch die Bestimmung der Dichte des Wassers die Masse des Kilogramms, soweit die Genauigkeit jener Bestimmung geht, von der Aufbewahrung der Prototype der Länge allein abhängig machen kann oder umgekehrt die Länge des Meters von den Prototypen des Kilogramms. In ähnlicher Weise wird z. B. durch die Messung der Lichtgeschwindigkeit die Einheit der Länge mit der Einheit der Zeit in Beziehung gebracht. Indessen ist die Genauigkeit hier nur etwa ein Tausendstel des Betrages oder eine Grösse von dieser Ordnung[30]) und kommt daher gar nicht in Betracht gegenüber der Genauigkeit, mit der die Unveränderlichkeit der Einheiten von Zeit und Länge uns verbürgt erscheint, und mit welcher Zeiten und Längen gemessen werden

29) *Guillaume,* s. vorige Anm. p. 97.

30) *A. Cornu,* Rapp. prés. au Congrès internat. de Physique 2, p. 236, Paris 1900.

können. Genauer schon sind die Einheiten der Länge und der Zeit durch die Länge des Sekundenpendels an einem bestimmten Orte der Erde mit einander in Beziehung gebracht. Allerdings ist auch hier jene Genauigkeit nicht erreicht. Dazu kommt, dass wir hier die Annahme zu Grunde legen würden, die Schwerkraft ändere sich nicht mit der Zeit, eine Annahme, die hinfällig werden würde, wenn im Innern der Erde Massenverschiebungen vor sich gehen. Immerhin ist jede genaue Messung einer physikalischen Grösse, die auf Zeit, Länge und Masse zurückgeführt werden kann, für die Erhaltung der drei Maasseinheiten von Wert, sobald wir Grund haben, die betreffende Grösse für unveränderlich zu halten. Die Dichtigkeit wohl definierter chemischer Körper, die Wellenlängen im Spektrum chemischer Körper, die Schallgeschwindigkeit und die Lichtgeschwindigkeit in wohl definierten Körpern, die Kraft, mit der sich gegebene Massen in gegebenen Entfernungen anziehen, sind z. B. Grössen, die nach unsern jetzigen physikalischen Anschauungen unter gewissen uns wohlbekannten Bedingungen von der Zeit unabhängig sind.

Obgleich es hiernach möglich ist, die Einheiten der Zeit, Länge und Masse durch eine einzige dieser drei Einheiten zu definieren, so hat man dennoch davon abgesehen, weil die unabhängige Definition genauer ist. Dagegen sucht man soviel wie möglich die Einheiten anderer messbarer Grössen auf diese drei Einheiten zu beziehen. Sobald dies für eine Grösse mit einer gewissen Genauigkeit möglich ist, so ist die Einheit dieser Grösse mit entsprechender Genauigkeit definiert und die Vorteile, welche die Einheiten der Länge, Masse und Zeit durch ihre Unveränderlichkeit und Reproduzierbarkeit darbieten, sind dadurch auch für die Einheit der neuen Grösse gewonnen.

9. Das absolute Maasssystem. Man nennt das System der auf Zeit, Länge, Masse bezogenen Einheiten messbarer Grössen nach *Gauss*[31]) das *absolute Maasssystem*. Die Bezeichnung *absolut* ist nicht glücklich gewählt. Denn erstens sind die Einheiten der Zeit, Länge und Masse auch nicht absolut unveränderlich und mit absoluter Genauigkeit reproduzierbar und zweitens lässt sich sehr wohl der Fall denken, dass die Einheit einer messbaren Grösse, auch ohne sie auf Zeit, Länge und Masse zu beziehen, mit grosser Genauigkeit unveränderlich und reproduzierbar definiert werden kann. Eine solche Einheit würde man mit eben demselben Rechte eine absolute nennen

---

31) *C. F. Gauss,* Intensitas vis magneticae ad mensuram *absolutam* revocata, Gött. Abh. 1832 = Werke 5, p. 81—118.

können[32]). Drittens liegt eine gewisse Willkür darin, dass man die Einheiten der Zeit, Länge und Masse nicht auf einander bezieht. Übrigens braucht *Gauss* das Wort absolut nur als Gegensatz zu denjenigen „relativen Messungen", bei denen das Messungsergebnis von der Grösse der Magnetisierung einer gegebenen, als unveränderlich vorausgesetzten Nadel abhängt. Man hat, wie *F. Kohlrausch* richtig bemerkt, später in der Bezeichnung mehr zu finden geglaubt als sie besagen sollte.

In manchen Fällen giebt es verschiedene Möglichkeiten, eine Einheit durch das absolute Maasssystem zu definieren. Man kann z. B. die Einheit des Rauminhalts durch den Würfel definieren, dessen Seite gleich der Längeneinheit ist, man kann sie aber auch durch den Raum definieren, den die Masseneinheit Wasser im Zustande seiner grössten Dichte unter normalem Druck einnimmt[33]). Sobald die Einheit einer Grösse in bestimmter Weise auf die Einheiten von Zeit, Länge und Masse bezogen ist, so ist die „Dimension" der Grösse bestimmt, d. h. es ist bestimmt, in welcher Weise die Zahl, welche die betreffende Grösse bei der festgesetzten Beziehung der Einheiten misst, sich ändert, wenn man die Einheit von Zeit, Länge und Masse ändert[34]). Ist z. B. die Einheit des Rauminhalts durch den Würfel von der Länge 1 definiert, so hat der Rauminhalt die Dimension der dritten Potenz einer Länge, d. h. die Zahl, welche den Rauminhalt misst, ändert sich bei einer Änderung der Einheiten von Zeit, Länge und Masse in demselben Verhältnis, wie die dritte Potenz der Zahl, die eine Länge misst. Die Einheit ändert sich dabei im umgekehrten Verhältnis wie die Zahl. Wenn man dagegen die Einheit des Rauminhaltes durch den Raum definiert, den die Masseneinheit des Wassers im Zustand seiner grössten Dichte bei normalem Druck annimmt, so ist die Dimension des Rauminhalts gleich der einer Masse. Dieselbe Grösse kann also im absoluten Maasssystem ganz verschiedene Dimensionen haben, je nach der Art, wie man sie auf die Grundeinheiten bezieht. Diese Verschiedenheit würde man dadurch beseitigen können, dass man die Grundeinheiten vermindert, indem man hier z. B. die

---

32) z. B. die Siemens'sche Einheit des elektrischen Widerstandes, vgl. *W. Siemens,* Ann. Phys. Chem. 127 (1866), p. 328 u. 336.

33) So definiert das Comité international des poids et mesures: le litre est le volume occupé par 1 kilogramme d'eau pure à son maximum de densité et sous la pression normale, Rapp. prés. au Congrès internat. de Physique 1, p. 83, Paris 1900.

34) *J. Fourier,* Théorie de la chaleur (1822) und *C. F. Gauss* (1832), vgl. Anm. 31.

Einheit der Länge als Seite eines Wasserwürfels von der Masse 1 definiert. Dann erhielte die Länge die Dimension der dritten Wurzel aus einer Masse und der Rauminhalt würde auf beiden Wegen die gleiche Dimension erhalten. So lange man aber bei den drei Grundeinheiten bleibt, werden die beiden Zahlen, die einen Rauminhalt nach den beiden Einheiten messen, sich in verschiedener Weise mit den Grundeinheiten ändern und ihr Quotient wird also bei einer Änderung der Grundeinheiten nicht unverändert bleiben. Wir können von einer Dimension des Quotienten reden, um auszudrücken, dass er sich wie eine Zahl ändert, die eine Grösse dieser Dimension misst. Hier hat der Raum einmal die Dimension einer Masse, das andere Mal die Dimension der dritten Potenz einer Länge. Der Quotient hat daher die Dimension Masse durch Länge zur dritten Potenz, d. h. die Dimension einer Dichte, wenn man unter Dichte die Masse des Würfels von der Seite 1 versteht. Die Zahl, die einen Raum in Litern misst[35]), dividiert durch die Zahl, die denselben Raum in Kubikdezimetern misst, ergiebt die Dichte des Wassers, d. h. die in Kilogrammen angegebene Masse von einem Kubikdezimeter Wasser.

Ähnlich liegt der Fall bei den elektrischen Grössen, die man auf doppeltem Wege einmal durch Betrachtung der elektrostatischen Kräfte und andrerseits durch die elektromagnetischen Wirkungen auf die drei Grundeinheiten beziehen kann. Dieselbe Grösse erhält auf beiden Wegen verschiedene Dimensionen, wobei die Fortpflanzungsgeschwindigkeit elektrischer Störungen im reinen Äther dieselbe Rolle spielt, wie die Dichte des Wassers in dem eben betrachteten Beispiel[36]).

10. Abarten des absoluten Maasssystems. Das technische Maasssystem. Statt Zeit, Länge und Masse könnte man natürlich auch drei mit diesen zusammenhängende von einander unabhängige Grössen zu Grundeinheiten machen. *Gauss* selbst stellt als Grundeinheiten zunächst die Länge, die Masse und die Beschleunigung (vis acceleratrix) auf[37]). Die Kraft (vis motrix) ist für ihn das Produkt von Masse und Beschleunigung, sodass die Einheit der Kraft mit den Einheiten der Masse und Beschleunigung zugleich gegeben ist. Für die Beschleunigung giebt er zwei Möglichkeiten an. Entweder man wählt für ihre Einheit die Beschleunigung durch die Schwere am Orte der Beobachtung; damit würde die Einheit der Kraft gleich dem Gewicht der Masseneinheit. Oder man führt eine Einheit der

35) Vgl. Anm. 33, Definition des Liters.

36) *Maxwell,* Electricity and Magn. part. IV, chap. 10.

37) *Gauss,* vgl. Anm. 31.

Zeit ein und definiert die Einheit der Beschleunigung als diejenige, bei der in der Zeiteinheit der Geschwindigkeitszuwachs 1 entsteht, und unter der Einheit der Geschwindigkeit diejenige, bei der der Weg 1 in der Zeiteinheit zurückgelegt wird. In dem letzten Fall ist die Krafteinheit nicht gleich dem Gewicht der Masseneinheit. *Gauss* entscheidet sich für den letzteren Weg, der eben zu dem vorher besprochenen absoluten Maasssystem führt. Dieses ist in der theoretischen Physik sowie in der Elektrotechnik heutzutage das übliche. Der andere Weg würde zu einer aus der Einheit der Masse und der Einheit der Kraft abgeleiteten Einheit der Zeit führen, die recht unbequem wäre. Er ist daher von *Gauss* nicht weiter verfolgt worden. Dagegen hat *Gauss* in einer späteren Arbeit (vom Jahre 1836) ein Maasssystem zu Grunde gelegt, welches mit jenem anderen Wege die von der Schwere hergenommene Krafteinheit gemein hat. Er benutzt dort nämlich als Grundeinheiten die Länge, Zeit und die Gewichtseinheit. Dieses Maasssystem hat seine bemerkenswerten praktischen Vorteile und ist in der technischen Mechanik das allgemein übliche. Es liegt auch der allgemein üblichen Messung der Arbeitsgrössen in Meterkilogramm zu Grunde und wird vereinzelt auch von den Physikern z. B. in der Elastizitätstheorie angewandt, wo es üblich ist, einen Druck oder einen Elastizitätsmodul durch die Angabe so und soviel Kilogramm (d. h. Gewichtseinheiten) auf das Quadratzentimeter zu bestimmen. Im technischen Maasssystem *bedeutet das Wort Kilogramm eine Kraft.* Die Masseneinheit ist aus der Einheit der Kraft und der Beschleunigung abgeleitet. Sie ist diejenige Masse, der die Einheit der Kraft die Beschleunigung Eins erteilt. Die Masse m eines beliebigen Körpers vom Gewichte p Kilogramm ist $m = \frac{p}{g}$ Masseneinheiten, da sein Gewicht ihm die Beschleunigung g erteilt. Die Einheit der Masse kommt also hier dem Gewichte von g kg zu, d. h. einem Körper, welcher 9,8 oder 981 kg wiegt, je nachdem man das Meter oder das Centimeter als Längeneinheit benutzt; die Dimension der Masse ist $\mathrm{kg}\,\mathrm{sec}^2\,\mathrm{m}^{-1}$ oder $\mathrm{kg}\,\mathrm{sec}^2\,\mathrm{cm}^{-1}$. Ein kleiner Missstand bei den technischen Einheiten liegt in der Veränderlichkeit der Schwere. Dieser bringt es mit sich, dass man die Beobachtungsdaten von einem Beobachtungsort genau genommen erst korrigieren müsste, um sie mit denen an einem andern Beobachtungsorte vergleichen zu können. Jedoch pflegt die Genauigkeit derjenigen Messungen, auf die man das technische System anwendet, nicht so gross zu sein, dass diese Korrektion ins Gewicht fällt. Es ist kaum wahrscheinlich, dass das physikalische Maasssystem das technische verdrängen wird oder umgekehrt. Für die technische Mechanik steht der Begriff der Kraft so sehr im Vordergrunde, dass hier ein Wechsel der üblichen Einheiten nicht wünschenswert ist, während die theoretische Physik ihre ebenfalls in die Praxis eingedrungenen Maasseinheiten auch nicht wird aufgeben wollen. Wünschenswert wäre es dagegen, wenn in der technischen Mechanik für die dort übliche Masseneinheit ein Name eingeführt würde, ähnlich wie die Kräfteeinheit des physikalischen Systems einen eignen Namen hat (eine Dyne gleich der Kraft, die einem Gramm die Beschleunigung 1 cm/sec^2 erteilt).

11. Die praktischen Einheiten. In der Regel sind gleichartige Grössen mit geringerer Mühe und mit grösserer Genauigkeit unter einander zu vergleichen als auf die Grundeinheiten zu beziehen. Wenn sie zugleich unveränderlich und reproduzierbar dargestellt werden können, so wird man unter solchen Umständen vorziehen, ihre Einheit nicht durch die Grundeinheiten zu definieren, sondern durch eine Darstellung der betreffenden Grösse, die so genau wie möglich gleich der durch die Grundeinheiten bestimmten Einheit gemacht wird. So hat der internationale Kongress in Chicago 1893 die Einheit des elektrischen Widerstandes definiert: „Das internationale Ohm ist dargestellt durch den Widerstand einer Quecksilbersäule von gleichförmigem Querschnitt, von 106,3 Centimeter Länge und 14,4521 Gramm Masse bei der Temperatur des schmelzenden Eises". Die Genauigkeit, mit welcher diese Einheit mit der auf die Grundeinheiten bezogenen von 10^7 Meter pro Sekunde übereinstimmt, hat nach *Dorn*[38]) einen wahrscheinlichen Fehler von etwa zwei bis drei Zehntausendstel ihres Betrages. Eben wegen dieser Unsicherheit ist es wichtig, eine Einheit des Widerstandes zu definieren, von der genaue Verwirklichungen oder Kopieen mit grösserer Leichtigkeit hergestellt werden können. Wenn eine Verbesserung der Methoden es ermöglichen wird, den Widerstand mit grösserer Genauigkeit auf die Grundeinheiten zu beziehen, so ist es desshalb doch nicht notwendig, die Einheit zu ändern, sondern es ist nur notwendig, in denjenigen Fällen, wo die Abweichung eine Rolle spielt, die betreffende kleine Korrektur anzubringen. Ebenso wird die Definition der Einheit des Stromes durch einen Strom, der Einheit der elektromotorischen Kraft durch eine elektromotorische Kraft, der Einheit des Druckes durch einen Druck[39])

---

38) *E. Dorn,* Über den wahrscheinlichsten Wert des Ohm nach den bisherigen Messungen, Wiss. Abhandl. der physik.-techn. Reichsanstalt Berlin, 2 (1895), p. 355.

39) *Guillaume,* vgl. Anm. 28, p. 87.

vorgeschlagen und nicht durch den Bezug auf die Grundeinheiten. Ebenso ist die praktische Einheit einer Wärmemenge wieder eine Wärmemenge, die hier allerdings auch nicht annähernd der auf die Grundeinheiten bezogenen Einheit der Energie gleich gemacht, sondern, in letzterer gemessen, gleich dem sogenannten mechanischen Wärmeäquivalent ist. Diese praktischen Einheiten hindern die theoretische Physik nicht, alle Maasseinheiten auf den Grundeinheiten aufzubauen, deren Abweichung von den praktischen Einheiten erst in Frage kommt, wo die Ergebnisse der Theorie durch den Versuch geprüft werden.

(Abgeschlossen im Januar 1902.)

V 2. GRAVITATION.

VON

J. ZENNECK

IN STRASSBURG.

Inhaltsübersicht.

Zusammenfassende Litteratur

findet sich zu Beginn jeden Abschnittes in den Anmerkungen 1, 2, 36, 47, 48, 77, 82, 107.

Vorbemerkung. In diesem Artikel müssen mehrfach astronomische Fragen berührt werden, die ausführlich erst in Bd. VI zur Behandlung kommen. Der gegenwärtige Artikel erstrebt in dieser Hinsicht keine Vollständigkeit, sondern zieht nur soviel astronomisches Material heran, als für die Behandlung des Gegenstandes unumgänglich ist.

1. Das Newton'sche Gesetz. Das Fundamentalgesetz der Gravitation ist bekanntlich zuerst[1]) von *Newton* klar erkannt und im dritten Buch seiner „Philosophiae naturalis principia mathematica“, propositiones I—VII, ausgesprochen worden.

1) Über die Vorläufer *Newton*'s vgl. *F. Rosenberger,* Isaac Newton und seine physikalischen Prinzipien, Leipzig 1895. Eine Zusammenstellung von fast allen Arbeiten (bis 1869), die in irgend einer Beziehung zur *mathematischen* Durchführung des Attraktionsgesetzes stehen, findet sich bei *J. Todhunter,* History of the mathematical theories of attraction and the figure of the earth, 2 Bde., London 1873.

Es sagt aus: Befinden sich in einem bestimmten Zeitpunkt zwei Massenelemente mit den Massen m_1 und m_2 in der Entfernung r von einander, so wirkt in demselben Zeitpunkt auf jedes der beiden Elemente in der Richtung des anderen eine Kraft vom Betrage

$$G \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

In diesem Ausdruck bedeutet G eine universelle, d. h. nur vom Maasssystem abhängige Konstante, die sogenannte Gravitationskonstante.

I. Bestimmungen der Gravitationskonstanten[2]).

2. Bedeutung dieser Bestimmung. Zu der Bedeutung, welche die absolute Bestimmung jeder beliebigen physikalischen Konstanten hat, kommen bei der Bestimmung der Gravitationskonstanten noch zwei Punkte hinzu.

1) Ist die Gravitationskonstante bekannt, so ergiebt sich aus der Erdbeschleunigung g einerseits, den Dimensionen der Erde andererseits die Erdmasse und die mittlere Dichte der Erde[3]). Diese letztere war das Endziel der meisten Bestimmungen: sie gehen deshalb meist unter dem Namen von *Bestimmungen für die mittlere Dichte der Erde*.

2) Kennt man die Erdmasse, so folgt daraus auch die Masse der

---

2) Zusammenfassende Litteratur über absolute Bestimmungen in erster Linie: *J. H. Poynting,* The mean density of the earth, London 1894; *F. Richarz* und *O. Krigar-Menzel,* Berl. Abh. 1898, Anhang; *C. V. Boys,* Rapp. congrès internat. phys. 3, Paris 1900, p. 306—349. Dann *Gehler*'s physikalisches Handwörterbuch, Leipzig 1825, Artikel Anziehung, Drehwage, Erde, Materie; *S. Günther,* Lehrbuch der Geophysik 1, 2. Aufl., Stuttgart 1879; *F. Richarz,* Leipzig, Vierteljahrschr. astr. Ges. 24 (1887), p. 18—32 u. 184—186.

3) Bezeichnet Δ die mittlere Dichte der Erde, R ihren Radius, so ist in erster Annäherung

$$g = \frac{4}{3} R \pi \Delta G.$$

Zieht man die Korrektionen, welche durch Abplattung, Centrifugalkraft und deren Verschiedenheit in den verschiedenen Breiten bedingt werden, in Betracht, so gelangt man in der von *F. Richarz* und *O. Krigar-Menzel*[2]) näher auseinandergesetzten Weise zu der Beziehung

$$9{,}7800 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}^2} = \frac{4}{3} \cdot R_p \pi \Delta G \left(1 + \mathfrak{a} - \frac{3}{2} \mathfrak{c}\right),$$

worin

$$\begin{aligned} R_p &= \text{Erdradius am Pol} = 6356079\,\mathrm{m}, \\ \mathfrak{a} &= \text{Abplattung} = 0{,}0033416, \\ \mathfrak{c} &= \text{Verhältnis der Centrifugal- zur Schwerkraft am Äquator} \\ &= 0{,}0034672. \end{aligned}$$

übrigen Planeten und der Sonne, da das Verhältnis dieser Masse zur Erdmasse durch astronomische Beobachtungen geliefert wird[4]).

3. Übersicht über die verschiedenen Methoden. Die verschiedenen Methoden, die man wählte, um zu dem Wert der Gravitationskonstanten G in absolutem Maasse zu gelangen, lassen sich im wesentlichen in drei Hauptklassen einteilen:

1) Es wurde direkt die Kraft bestimmt, welche Massen bekannter Grösse in bekannter Entfernung auf einander ausüben: Bestimmungen mit der Drehwage, dem Doppelpendel, der gewöhnlichen Wage[5]).

2) Es wurde die Veränderung gemessen, die in der Richtung oder Grösse der Erdbeschleunigung g durch Massen bekannter Grösse hervorgerufen wird: Ablenkung der Lotlinie, Pendelbeobachtungen.

3) Es wurde versucht, die mittlere Erddichte und damit die Gravitationskonstante aus der Dichte an der Oberfläche zu berechnen auf Grund eines mehr oder weniger hypothetischen Gesetzes über die Zunahme der Dichte nach dem Erdinnern.

4. Bestimmungen mit der Drehwage. a) Statische Methode. Die auf dem Wagebalken befestigten Gewichte werden durch Massen, welche sich *neben* dem Wagebalken befinden, angezogen. Die dadurch hervorgebrachte Drehung des Wagebalkens giebt ein Maass für die Grösse der Anziehungskraft.

Verwandt wurde diese Methode, die wohl zuerst von Reverend *J. Michell*[6]) vorgeschlagen wurde, von *H. Cavendish*[7]), *F. Reich*[8]), *F. Baily*[9]), *A. Cornu* und *J. Baille*[10]), *C. V. Boys*[11]) und endlich *C. Braun*[12]).

Der Fortschritt von *Reich* gegenüber *Cavendish* besteht hauptsächlich in der Verwendung der Spiegelablesung. *Baily*'s Messungen sind besonders dadurch wertvoll, dass sie auf eine grosse Reihe von Stoffen ausgedehnt und auch sonst in der mannigfaltigsten Weise variiert wurden. *Cornu* und *Baille* haben gezeigt, dass man dieselbe

---

4) Vgl. aber Nr. **11**.

5) Bei der letzteren Methode geht g in das Resultat ein.

6) Citiert von *Cavendish,* Lond. Trans. 88 (1798).

7) S. die vorige Anmerkung.

8) „Versuche über die mittlere Dichtigkeit der Erde mittelst der Drehwage", Freiberg 1838 und „Neue Versuche mit der Drehwage", Leipzig 1852.

9) Lond. Astr. Soc. Mem. 14 (1843).

10) Paris, C. R. 76 (1873), p. 954—58.

11) Lond. Trans. 186 (1889), p. 1—72.

12) Wien. Denkschr. 64 (1897), p. 187—285. Referat darüber: *F. Richarz,* Leipzig Vierteljahrsschr. astr. Ges. 33 (1898), p. 33—44.

Genauigkeit (denselben Ablenkungswinkel) erreichen kann trotz beliebiger Reduktion des Maasstabs, wenn man nur durch passende Wahl der Aufhängung dafür sorgt, dass die Schwingungsdauer der Drehwage dieselbe bleibt. Sie haben demgemäss viel geringere Dimensionen bei ihren Apparaten angewandt und dadurch eine Reihe von Störungen vermieden. *Boys*[13]) trieb diese Reduzierung auf kleinen Maassstab noch weiter und machte es dadurch möglich, bei der Aufhängung die Metalldrähte durch die viel günstigeren Quarzfäden zu ersetzen. *Braun* verwendet eine Drehwage im Vacuum, um die schlimmste Störung bei Messungen mit der Drehwage, die Luftströmungen, radikal zu vermeiden.

Die Mängel extrem kleiner Dimensionen, wie sie *Boys* benützte, hat dieser zum Teil durch geschickte Anordnung seiner Drehwage umgangen; bestehen bleibt aber bei kleinen Dimensionen der Nachteil, dass, abgesehen von der starken Dämpfung der Schwingungen, Fehler in den Längenbestimmungen und mangelhafte Homogenität des Materials die Genauigkeit des Resultats sehr stören können[14]). Um diesen Mangel kleiner Dimensionen zu vermeiden und trotzdem sehr hohe Empfindlichkeit zu erreichen, hat *F. R. Burgess*[15]) vorgeschlagen, die Verwendung grosser Massen und gleichzeitig dünner Aufhängedrähte dadurch zu ermöglichen, dass man die Gewichte auf Quecksilber schwimmen lässt. Er erhielt in einem Vorversuch bei 10×2 kg Gewicht jederseits 12^0 Ausschlag, hat aber seine Bestimmungen zur Zeit noch nicht durchgeführt.

b) Dynamische Methode. Die anziehenden Massen befinden sich *in der Verlängerung* des Wagebalkens. Ihre Anziehung dient dazu, das Direktionsmoment der Aufhängung zu verstärken. Die dadurch hervorgerufene Verkürzung der Schwingungsdauer giebt ein Maass für die Grösse der anziehenden Kraft.

C. Braun erhielt mit dieser Methode einen Wert von G, der mit dem Resultate seiner Messungen nach der statischen Methode sehr gut übereinstimmt. *R. von Eötvös*[16]) hat eine Modifizierung dieser

13) *Boys* erhielt bei einer Länge des Wagebalkens von 2,3 cm belastet jederseits mit 1,3 bis 3,98 g und abgelenkt auf jeder Seite durch 7,4 kg ca. 370 Skalenteile Ausschlag. Bei *Cavendish* betrugen die betreffenden Grössen 194 cm, 730 g, 158 kg; er bekam 6—14 Skalenteile Ausschlag.

14) Vgl. *F. Richarz,* in dem Anm. 12 zitierten Referat.

15) Paris, C. R. 129 (1899), p. 407—409. Einen ähnlich angeordneten Versuch hat schon *Poynting*[2]) gemacht, diese Anordnung aber wegen störender Strömungen in der Flüssigkeit verlassen.

16) Ann. Phys. Chem. 59 (1896), p. 354—400.

Methode vorgeschlagen, aber noch keine endgültigen Resultate veröffentlicht.

5. Bestimmung mit dem Doppelpendel. Bei dem vertikalen Doppelpendel von *J. Wilsing*[17]) — vertikaler Wagebalken, an dessen Enden sich je ein Gewicht befindet, welches durch seitlich davon angebrachte Massen angezogen wird — wird nicht die Torsion von Drähten, sondern die Schwere als Direktionskraft benützt. Das Drehmoment wird auf ein Minimum reduziert dadurch, dass der Schwerpunkt des Doppelpendels nur ca. 0,01 mm unter der Schneide liegt. Diese Anordnung vereinigt grosse Empfindlichkeit[18]) mit bedeutender Stabilität und besitzt ausserdem gegenüber der Drehwage den Vorteil, viel weniger durch Luftströmungen beeinflusst zu werden.

6. Bestimmungen mit der gewöhnlichen Wage. Das Prinzip dieser, wie es scheint, schon von *Descartes*[19]) angegebenen Methode ist das folgende: Auf die Wagschalen einer Wage werden zwei gleiche Gewichte m gelegt. Unter eine der beiden Wagschalen — eventuell auch gleichzeitig über die andere — wird nun eine Masse M gebracht. Die jetzt beobachtete Gewichtsdifferenz giebt ein Maass für die Anziehung von M auf m.

Zum Zweck der absoluten Bestimmung der Gravitationskonstanten wurde diese Methode wohl zuerst durch *Ph. von Jolly*[20]), später durch *J. H. Poynting*[2]) und dann durch *F. Richarz* und *O. Krigar-Menzel*[2]) benützt.

Die *Jolly*'sche Anordnung, die in ganz ähnlicher Weise schon zur Zeit *Newton*'s von *Hooke*[21]) zur Bestimmung einer Abnahme von g mit der Höhe verwandt wurde, hat den Nachteil, dass vertikale durch Temperaturdifferenzen hervorgerufene Luftströmungen durch Reibung an den langen Aufhängedrähten die Wägung stören können. *Poynting* hat diesen Missstand vermieden, ausserdem dafür gesorgt, dass der Winkel, um den sich der Wagebalken dreht, sehr genau abgelesen und die anziehenden Gewichte entfernt oder genähert werden können, ohne dass die Wage arretiert zu werden brauchte oder Erschütterungen ausgesetzt wäre. Die Methode von *Richarz* und *Krigar-Menzel* hat den Vorteil, ohne all zu grosse Schwierigkeit die Verwendung ausserordentlich grosser anziehender

17) Potsdam. Astr.-physik. Obs. 6 (1887), Nr. 22 u. 23.

18) Bei 325 $\times$ 0,54 kg 1 bis 10′ Ablenkung.

19) Citiert in Observ. sur la physique, 2, Paris 1773.

20) Münchn. Abh. (2) 14 (1881); Ann. Phys. Chem. 14 (1881), p. 331—335.

21) Citiert bei *Rosenberger*, Anm. 1.

Massen (100000 kg Blei) zu gestatten und ausserdem noch die vierfache Anziehung dieser Masse wirksam werden zu lassen. Sie leidet aber an dem Übelstand, dass ein Entlasten und Arretieren der Wage im Verlauf derselben Bestimmung notwendig wird.

7. Bestimmungen mit Lot und Pendel. a) Statische Methode (Lotablenkung). Die ablenkenden Massen waren stets Berge und die Ablenkung des Lots durch dieselben wurde derart bestimmt, dass von zwei Punkten, die womöglich im Norden und Süden des ablenkenden Berges angenommen wurden, der Unterschied der geographischen Breite einmal astronomisch — dabei geht die Richtung des Lots ein — und dann trigonometrisch gemessen wurde. Die Differenz der beiden Bestimmungen liefert die doppelte durch den Berg hervorgerufene Ablenkung. Die Masse des Berges wird aus den Dimensionen und dem spezifischen Gewicht der Gesteine bestimmt.

Bestimmungen dieser Art wurden ausgeführt durch *Bouguer*[22]) am Chimborazo, durch *N. Maskelyne* und *C. Hutton*[23]), später durch *James*[24]) und *Clarke* an Bergen des schottischen Hochlands, durch *E. Pechmann*[25]) in den Alpen und unter besonders günstigen Bedingungen durch *E. D. Preston*[26]) auf den Hawaiinseln.

An Stelle eines Berges das Meer bei Ebbe und Flut[27]) oder einen ablassbaren See[28]) zu verwenden, wurde vorgeschlagen, aber es scheint nie eine Bestimmung auf diesem Wege gemacht worden zu sein, obwohl derselbe vor Benützung eines Berges bedeutende Vorteile hätte.

b) Dynamische Methode (Pendelbeobachtung). Das Schema der Bestimmungen dieser Art ist das folgende. Entweder am Fusse und auf der Spitze eines Berges, oder an der Erdoberfläche und in der Tiefe eines Bergwerks wird die Schwingungsdauer desselben Pendels beobachtet. Der an den beiden Punkten festgestellte Unterschied in der Schwingungsdauer und damit der Erdbeschleunigung

---

22) La figure de la terre, Paris 1749, VII. sect., chap. IV.

23) Lond. Trans. 1775, p. 500—542; 1778, p. 689—788; 1821, p. 276—292.

24) Phil. Mag. (4) 12 (1856), p. 314—316; 13 (1856), p. 129—132 und Lond. Trans. 1856, p. 591—607.

25) Wien. Denkschr. (math.-naturw. Kl.) 22 (1864), p. 41—88.

26) Washington, Bull. Phil. Soc. 12 (1895), p. 369—395.

27) Durch *Robison* 1804 (cit. von *Richarz* und *Krigar-Menzel*, s. Anm. 2), *Boscowich* 1807 (cit. in monatl. Korrespondenz z. Beförd. d. Erd- u. Himmelskunde 21 (1810)), ferner durch *von Struve* (cit. Astr. Nachr. 22 (1845), p. 31 f.)

28) *F. Keller*, Linc. Rend. 3 (1887), p. 493.

ergiebt die Anziehung des Berges bezw. der Erdschichte über dem Bergwerk[29]).

Bestimmungen der ersten Art rühren her von *Bouguer*[22]) (Cordilleren), *Carlini*[30]) [und *Plana*] (Mont Cenis), unter besonders günstigen Bedingungen von *Mendenhall*[31]) (Fusijama, Japan) und *E. D. Preston*[26]) (Hawaiinseln).

Bestimmungen der zweiten Art wurden zuerst vorgeschlagen von *Drobisch*[32]), später ausgeführt durch *G. B. Airy*[33]) und in grosser Zahl durch *R. v. Sterneck*[34]).

Eine dritte, im Prinzip entschieden günstigere Methode hat *A. Berget*[35]) versucht: künstliche Änderung von g durch einen ablassbaren See bei verschiedenem Niveau. Er hat sich jedoch seine Bestimmung durch ungeeignete Messung dieser Änderung von g verdorben.

8. Berechnungen der Gravitationskonstanten[36]).

1) Die Voraussetzungen, welche *Laplace*[37]) ähnlich wie *Clairaut* und *Legendre* seiner Berechnung zu Grunde legt, sind die folgenden:

a) Die Erde bestehe aus einzelnen ellipsoidischen Schichten. Die Dichte innerhalb jeder Schicht sei konstant.

b) Die Rotation sei so langsam, dass die Abweichung von der Kugelgestalt klein wird, ebenso der Einfluss der Centrifugalkraft gegenüber g.

c) Die Substanz der Erde soll als flüssig betrachtet werden dürfen.

Unter diesen Voraussetzungen rechnet *Laplace* die Gleichgewichtsbedingungen aus, in die ausser der Elliptizität der Erde noch das

29) Vgl. hierzu und zu den folgenden Nummern Bd. VI der Encyklop., Geophysik.

30) Milano Effem. 1824. Vgl. dazu *E. Sabine,* Quart. J. 2 (1827), p. 153 und *C. J. Giulio,* Torino Mem. 2 (1840), p. 379.

31) Amer. J. of scienc. (3) 21 (1881), p. 99—103.

32) De vera lunae figura etc., Lipsiae 1826.

33) Lond. Trans. 1856, p. 297—342 und 343—352. Zur Berechnung vgl. *S. Haughton,* Phil. Mag. (4) 12 (1856), p. 50—51 und *F. Folie,* Bruxelles Bull. (2) 33 (1872), p. 389—409.

34) Wien. Mitteil. d. milit.-geogr. Inst. 2—6, 1882—1886 und Wien. Ber. 108 (2a), p. 697—766.

35) Paris C. R. 116 (1893), p. 1501—1503. Vgl. den Einwand *Gouy*'s (Paris C. R. 117 (1893), p. 96), dass die Temperatur auf wenigstens $0{,}2 \cdot 10^{-6}$ Grad hätte konstant sein müssen.

36) Vgl. *F. Tisserand,* Mécan. cél. 2, Paris 1891, chap. XIV und XV.

37) Méc. cél. 5 (1824), Livr. 11, cap. 5.

Gesetz eingeht, welches die Dichte einer Erdschicht als Funktion ihres Abstands vom Mittelpunkt ausdrückt. Für dieses Gesetz macht *Laplace* zwei Annahmen:

$$(1) \qquad \varrho = \varrho_0[1 + e(1 - a)],$$

$$(2) \qquad \varrho = \frac{A}{a} \sin(an),$$

worin ϱ die Dichte, a den Abstand einer Schicht vom Erdmittelpunkt (Erdradius $= 1$) und ϱ_0, e ebenso A, n Konstante bedeuten. Diese Konstanten werden durch den Wert von ϱ an der Erdoberfläche einerseits, die entwickelten Gleichgewichtsbedingungen andererseits bestimmt. Man erhält dann eine Beziehung zwischen der mittleren Dichte der Erde (und damit der Gravitationskonstanten) und der Oberflächendichte ϱ_0; und zwar folgt aus der ersten Annahme über die Zunahme der Dichte nach dem Erdinnern

$$\Delta_1 = 1{,}587 \cdot \varrho_0,$$

aus der zweiten Annahme

$$\Delta_2 = 2{,}4225 \cdot \varrho_0,$$

wenn die Erdelliptizität gleich 0,00326 angenommen wird.

2) Unter wesentlich denselben Voraussetzungen, mit Benützung der zweiten Annahme von *Laplace* über die Zunahme der Dichte nach dem Erdinnern, der Formel von *Clairaut* für das Gleichgewicht der rotierenden als flüssig gedachten Erde und des Werts 0,00346 für die Elliptizität der Erde, gelangt *J. Ivory*[38]) zu der Beziehung:

$$\Delta = 1{,}901 \cdot \varrho_0 .$$ [39])

3) Die neuere umfangreiche Litteratur dieser Frage (*Lipschitz, Stieltjes, Tisserand, Roche, Maurice Lévy, Saigey, Callandreau, Radau, Poincaré, Tumlirz* kann hier nicht besprochen werden; wir verweisen dieserhalb auf die angezogenen Kapitel bei *Tisserand*[40]) oder auf Bd. VI der Encyklopädie.

9. Das Ergebnis der Bestimmungen. Für die Frage, was man als wahrscheinlichsten Wert der Gravitationskonstanten zu betrachten hat, muss von den Ergebnissen der unter Nr. 7 und 8 besprochenen Methoden von vornherein abgesehen werden.

---

38) Phil. Mag. 66 (1825), p. 321 f.

39) Nimmt man als durchschnittliche Dichte der gesamten Erdoberfläche den Wert von *S. Haughton*[33]) $= 2{,}059$, so würde man erhalten nach

Laplace $\Delta_1 = 3{,}268$,
$\Delta_2 = 4{,}962$,
Ivory $= 3{,}914$.

40) Vgl. Anm. 46.

Die thatsächlich ausgeführten terrestrischen Methoden (Nr. 7) haben zwar vor den Laboratoriumsmethoden (Nr. **4**—**6**) den Vorteil, dass die anziehenden Massen und damit auch die zu beobachtenden Differenzen relativ bedeutende Grösse haben. Allein dieser Vorteil wird mehr als aufgewogen dadurch, dass die Dimensionen und die Dichte der anziehenden Massen nur unvollkommen bekannt sind und die der Beobachtung unzugängliche Massenverteilung unter dem Beobachtungsort eine wesentliche, aber völlig unkontrollierbare Rolle spielt[41]).

Diejenigen terrestrischen Methoden aber, die Aussicht auf Erfolg hätten, da sie nicht nur die Verwendung sehr grosser Massen gestatten, sondern auch die Grösse der anziehenden Masse bei ihnen mit ausreichender Genauigkeit zu bestimmen wäre und ausserdem der Einfluss der Umgebung herausfallen würde — Veränderung der Grösse oder Richtung von g durch einen See oder das Meer bei verschiedenem Niveau —, sind nicht oder nicht einwurfsfrei ausgeführt worden.

Die Versuche zur Berechnung der Gravitationskonstanten (Nr. 8) können ebenfalls kein einigermassen zuverlässiges Resultat liefern. Abgesehen von anderen Bedenken geht in diese Rechnungen die durchschnittliche Oberflächendichte der Erde ein und diese ist bei weitem nicht mit derjenigen Genauigkeit bekannt, als die Gravitationskonstante selbst durch die Laboratoriumsbestimmungen erhalten wurde.

Es bleiben also nur die Resultate der Laboratoriumsbestimmungen (Nr. **4**—**6**). Berücksichtigt man von jeder Methode nur die zwei neuesten Bestimmungen, so erhält man folgende Zusammenstellung:

		Δ	G
Drehwage	*Boys*	5,527	$6{,}658 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{cm^3\,sec^{-2}\,gr^{-1}}$
	Braun	5,5270[42])	
[Doppelpendel	*Wilsing*	5,577	$6{,}596 \cdot 10^{-8}$ „]
Wage	*Poynting*	5,4934	$6{,}698 \cdot 10^{-8}$ „
	Richarz u. *Krigar-Menzel*	5,5050	$6{,}685 \cdot 10^{-8}$ „
Mittel aus diesen Bestimmungen		5,513[43])	$6{,}675 \cdot 10^{-8}$ „

41) Vgl. darüber *W. S. Jacob*, Phil. Mag. (4) 13 (1857), p. 525—528. Umgekehrt können derartige Bestimmungen von Bedeutung sein, weil sie einen Schluss auf die Massenverteilung in der Nähe des Beobachtungsorts gestatten. Vgl. *R. v. Sterneck*'s Messungen[34]).

42) In später ausgegebenen Exemplaren hat *Braun* als wahrscheinlichstes Resultat seiner Beobachtungen $\Delta = 5{,}52725$ angenommen (Mitteilung von Herrn Prof. *F. Richarz*).

43) Bekanntlich hat *Newton* (Principia lib. III, propos. X) die mittlere

Die gute Übereinstimmung[44]) der Werte, welche nach derselben Methode erhalten wurden einerseits, die relativ bedeutenden Differenzen zwischen den Resultaten der verschiedenen Methoden[45]) andererseits zeigen, dass diese Differenzen nur in prinzipiellen Mängeln der Methoden ihren Grund haben können. Solange diese aber nicht aufgedeckt sind, kann wohl kaum einem dieser Resultate mehr Gewicht beigelegt werden als dem anderen. Bei der Methode von *Wilsing* ist nur zu bedauern einmal, dass sie bis jetzt nicht von einem zweiten Beobachter angewandt und dadurch das Resultat von *Wilsing* kontrolliert wurde, und dann, dass bis jetzt der Einfluss der magnetischen Permeabilität des Doppelpendels einer Prüfung nicht unterzogen wurde[46]). Bei der Bildung des Mittelwertes oben ist deshalb das Resultat *Wilsing*'s nicht berücksichtigt.

II. Astronomische und experimentelle Prüfung des Newton'schen Gesetzes.

10. Allgemeines. Dass das *Newton*'sche Gesetz, falls es nicht absolut richtig sein sollte, jedenfalls eine so weit gehende Annäherung an die thatsächlichen Verhältnisse darstellt, wie kaum ein anderes Gesetz, ist auf zwei von einander unabhängigen Gebieten sicher gestellt.

Auf *astronomischem*[47]) Gebiet ergeben sich aus diesem Gesetz nicht nur die Planetenbewegungen in erster Annäherung (*Kepler*'sche Gesetze); sondern auch die zweite Näherung, die Abweichungen von dieser Bewegung infolge der Störung durch andere Planeten, folgen aus dem *Newton*'schen Gesetz noch so richtig, dass aus beobachteten Störungen die Bahn und relative Masse eines bis dahin unbekannten Planeten (Neptun) vorhergesagt werden konnte.

Andererseits liegen aber eine Reihe von astronomischen Beob-

Erddichte auf 5—6 geschätzt. Das Mittel 5,5 stimmt also mit dem Mittel aus den neuesten Messungen bis auf $^1/_4$ % überein.

44) Zwischen den Drehwagebestimmungen $\overline{\gtrless}$ 0,012%, zwischen den Wagebestimmungen ca. 0,2 %.

45) Grösste Differenz zwischen Wage- und Doppelpendelbestimmung ca. 1,5 %.

46) Nach *F. Richarz* und *O. Krigar-Menzel* (Bemerkungen zu dem . . . von Herrn *C. V. Boys* über die Gravitationskonstante . . erstatteten Bericht. Greifswald 1901) könnte die Abweichung des *Wilsing*'schen Resultats von den anderen durch einen solchen Einfluss bedingt sein.

47) Diskussion der Gültigkeit des *Newton*'schen Gesetzes auf astronomischem Gebiet bei *Tisserand*, Méc. cél. 4 (1896), cap. 29 und *S. Newcomb*[48]).

achtungen vor, die gegenüber der Berechnung auf Grund des *Newton*schen Gesetzes Differenzen zeigen. Diese Differenz beträgt[48])

1) in der Perihelbewegung des Merkur: ca. 40″ im Jahrhundert;
2) in der Bewegung des Knotens der Venusbahn: 5mal wahrscheinlicher Fehler;
3) in der Perihelbewegung des Mars: 3mal wahrscheinlicher Fehler;
4) in der Excentricität der Merkurbahn: 2mal wahrscheinlicher Fehler (unsicher!).

Dazu kommen

5) bedeutende Anomalien in der Bewegung des *Encke*'schen Kometen und
6) kleine Unregelmässigkeiten in der Mondbahn.

Kleine Korrektionen am *Newton*'schen Gesetz sind also auf Grund der astronomischen Erfahrung nicht ausgeschlossen[49]), wenn auch — insbesondere in den unter 5 und 6 aufgeführten Fällen, in denen die Verhältnisse komplizierter und unsicherer liegen als bei den Planetenbahnen — keineswegs ausgemacht ist, dass die angegebenen Differenzen in einer Ungenauigkeit des Gravitationsgesetzes ihren Grund haben[48]).

Auf *experimentellem* Gebiet haben die besten Bestimmungen der Gravitationskonstanten, die sämtlich auf der Annahme der Gültigkeit des *Newton*'schen Gesetzes fussen, ziemlich gut übereinstimmende Resultate ergeben[50]). Da diese Bestimmungen mit Massen der verschiedensten Grösse, des verschiedensten Materials und in den verschiedensten Entfernungen ausgeführt wurden, so schliesst diese Übereinstimmung eine irgendwie beträchtliche Ungenauigkeit des

---

48) *S. Newcomb*, The elements of the four inner planets etc., Washington 1895. Auf p. 109 ff. sind die möglichen Erklärungen dieser Abweichungen diskutiert.

49) *Th. von Oppolzer* (Tagebl. d. 54. Vers. d. Naturf. u. Ärzte, Salzburg 1881) kommt sogar zu dem etwas sehr apodiktischen Schluss: „Die Theorie des Mondes lässt mit einiger Wahrscheinlichkeit vermuten, die des Merkur weist mit Bestimmtheit darauf hin, die des *Encke*'schen Kometen erhebt es zur unumstösslichen Sicherheit, dass die allein auf das *Newton*'sche Attraktionsgesetz *in der gegenwärtigen Form* aufgebauten Theorieen zur Erklärung der Bewegungen der Himmelskörper nicht ausreichend sind."

50) Man vergleiche die besten terrestrischen und Laboratoriumsmethoden:

	Beobachter	anziehende Masse	Δ
Laboratoriumsmethoden	*Boys*	7,4 kg	5,527
	Braun	9,1 „	5,5270
	Poynting	154 „	5,4934
	Wilsing	325 „	5,577
	Richarz u. *Krigar-Menzel*	100000 „	5,5050

Newton'schen Gesetzes aus und lässt höchstens *kleine* Korrektionen desselben zu.

11. Abhängigkeit von der Masse. Astronomische Prüfung. Dass die Kraft, welche zwei Körper auf einander ausüben, der Masse jedes der Körper proportional sei, hat *Newton* auf folgende Weise abgeleitet.

a) Die Beobachtung zeigt, dass Jupiter seinen Trabanten, die Sonne den Planeten, die Erde dem Mond und Körpern an ihrer Oberfläche, die Sonne dem Jupiter und seinen Trabanten *Beschleunigungen* erteilt, welche gleich sind bei gleicher Entfernung. Daraus folgt: in diesen Fällen muss die *Kraft* proportional sein der Masse des *angezogenen* Körpers.

b) Daraus liefert das Prinzip von Wirkung und Gegenwirkung, dass sie auch proportional sein muss der Masse des *anziehenden* Körpers.

Gegen diese Schlussweise hat *M. E. Vicaire*[51]) folgenden Einwand, der aber wohl noch der Diskussion bedürfte[52]), erhoben. In den angeführten Beispielen liegt ein ganz spezieller Fall vor: die Anziehung eines sehr grossen auf einen im Verhältnis dazu sehr kleinen Körper. Dann liefert aber schon die Voraussetzung, dass bei gleicher Entfernung die Anziehungskraft überhaupt nur Funktion der beiden Massen ist, das Resultat, dass die Anziehungskraft der Masse des kleinen Körpers annähernd proportional sein muss.

Denn die Funktion A_{Mm}, welche die Anziehung der grossen Masse M auf die kleine m ausdrückt, ist jedenfalls homogen in M und m. Man kann demnach setzen:

	Beobachter	anziehende Masse	Δ	
Terrestrische Methoden	*Mendenhall*	Berg von 3800 m Höhe	5,77	
	E. D. Preston	„ „ 3000 „ „	5,57	5,35
	„	„ „ 4000 „ „	5,13	
	von Sterneck	Erdschichten von	5,275	
	(Wien. Ber. 108)	verschiedener Dicke	5,56	
	„	„ „	5,3	
	„	„ „	5,35	

51) Paris, C. R. 78 (1874), p. 790—794.

52) Dagegen spricht, dass die Massenbestimmungen der Planeten aus den Störungen, welche sie auf andere Planeten ausüben, stets innerhalb der wahrscheinlichen Fehler übereinstimmen mit den Massenbestimmungen derselben Planeten aus den Bewegungen ihrer eventuellen Monde. Z. B. ergiebt sich die Masse des Mars aus Jupiterstörungen = 1/2812526, aus Elongationsbewegungen seiner Monde = 1/3093500. Vgl. übrigens auch *F. W. Bessel*, Berl. Abh. 1824 und Ges. Werke 1, p. 84.

$$A_{Mm} = M^k \cdot f\left(\frac{m}{M}\right)$$
$$= M^k\left[\frac{m}{M} \cdot f'(0) + \left(\frac{m}{M}\right)^2 \frac{f''(0)}{1 \cdot 2} + \cdots\right]$$
$$= M^{k-1} \cdot m \cdot f'(0) \text{ approx.},$$

also die Anziehung in erster Näherung proportional m. Daraus also dass diese Proportionalität durch die Beobachtung bestätigt wird, darf nicht geschlossen werden, dass die Anziehung auch proportional der Masse des anziehenden grossen Körpers ist. Daraus würde sich aber ergeben, dass die auf das dritte *Kepler*'sche Gesetz gegründeten Berechnungen der Planetenmassen im Verhältnis zur Sonnenmasse prinzipiell verfehlt sind.

Vicaire wendet sich dann auch dagegen, dass diese Berechnungen sich durch die gewöhnlichen Berechnungen aus den Planetenstörungen stützen lassen. Die *säkularen* Störungen eines Planeten m durch einen anderen m', die man in erster Linie beobachte und für jene Berechnungen herbeiziehe, geben überhaupt nicht die relative Masse des Planeten m', sondern das Verhältnis $A_{mm'} : A_{Mm}$, was nach dem obigen nicht identisch mit $m' : M$ zu sein brauche. Über $m' : M$ könnten nur die *periodischen* Störungen Aufschluss geben.

12. Abhängigkeit von der Masse. Experimentelle Prüfung für Massen desselben Materials. Für die Frage, wie weit die Proportionalität der Anziehungskraft mit der Masse für Massen desselben Materials garantiert ist, sind von besonderem Wert die G-Bestimmungen von *Poynting*[2]) und von *Richarz* und *Krigar-Menzel*[2]). Beides sind einwurfsfreie Laboratoriumsmethoden mit der grössten Sorgfalt ausgeführt. Bei beiden Bestimmungen wurden dasselbe Material (Blei) und dieselbe Messmethode, aber Massen sehr verschiedener Grösse (154 bezw. 100 000 kg) verwandt. Trotzdem die Masse im einen Fall das 650fache derjenigen im anderen betrug, stimmen die Resultate bis auf ungefähr 0,2% überein.

13. Abhängigkeit von der Masse. Experimentelle Prüfung für Massen verschiedener chemischer Zusammensetzung. Ob die Proportionalität der Anziehungskraft mit der Masse auch für Massen verschiedener chemischer Zusammensetzung streng gültig sei, ist nach drei verschiedenen Methoden geprüft worden.

a) Es wurde für Massen verschiedenen Materials die Gravitationskonstante bestimmt.

Eine grosse Anzahl von Messungen dieser Art hat *F. Baily*[9]) ausgeführt. Ordnet man seine Resultate nach dem spezifischen Gewicht der Masse, die an der Drehwage aufgehängt war[53]), und nimmt man für jedes Material das Mittel aus allen Messungen, so zeigt sich folgendes. Die Werte von Δ nehmen immer mehr zu — diejenigen von G also immer mehr ab — je kleiner das spezifische Gewicht der Masse war[54]). Es ist indes Grund zu der Annahme vorhanden, dass es sich bei diesen Differenzen um einen prinzipiellen Fehler in seiner Anordnung oder Berechnung handelt[55]).

Gegen die Annahme, dass diese verschiedenen Resultate ihren Grund in einem verschiedenen Wert der Gravitationskonstanten für die verschiedenen Substanzen habe, würde jedenfalls ins Gewicht fallen, dass die Resultate von *Boys*[11]) und *Braun*[12]) bis auf ca. 0,01% übereinstimmen, obwohl sie sich auf verschiedenes Material beziehen. Ebenso giebt *v. Eötvös*[16]) an, mit Hülfe einer besonders empfindlichen Drehwage festgestellt zu haben, dass der Unterschied in der Anziehung von Glas, Antimonit, Korkholz gegenüber derjenigen von Messing kleiner als $\frac{1}{2} \cdot 10^{-7}$ und von Luft gegenüber derjenigen von Messing kleiner als $1 \cdot 10^{-5}$ der ganzen Anziehung sei.

b) Es wurden Pendel aus verschiedenem Material hergestellt und ihre Schwingungsdauer verglichen.

Diese schon von *Newton*[56]) angewandte Methode ist insbesondere von *F. W. Bessel*[57]) verfeinert worden. Während *Newton* aus seinen Versuchen nur schliessen konnte, dass der Unterschied in der Anziehung, welche die Erde auf Körper der verschiedensten Beschaffenheit ausübe, kleiner als $1 \cdot 10^{-3}$ der ganzen Anziehung sei, war es *Bessel* möglich, diese Grenze auf $\frac{1}{6} \cdot 10^{-4}$ herunterzudrücken.

c) Ein zugeschmolzenes Gefäss, welches zwei verschiedene chemische Substanzen getrennt enthält, wird gewogen, dann werden die Substanzen vereinigt und nach Vollendung der chemischen Reaktion wird das Gefäss wieder gewogen.

---

53) Anziehende Substanz überall dieselbe = Blei.

54)

Substanz	spez. Gew.	Δ	
Platin	21	5,609	
Blei	11,4	5,622	
Messing	8,4	5,638	
Zink	7	5,691	
Glas	ca. 2,6	5,748	Ausnahme.
Elfenbein	1,8	5,745	Ausnahme.

55) Vgl. auch *F. Reich* in der Anm. 8 genannten Schrift „Neue Versuche etc.", p. 190.

56) Principia lib. III, propos. VI.

57) Astr. Nachr. 10 (1833), p. 97.

Die ersten Versuche dieser Art von *D. Kreichgauer*[58]) an Quecksilber und Brom und an Quecksilber und Jod führten zu dem Ergebnis, „dass bei den verwendeten Körpern eine Änderung der Anziehung durch die Erde infolge chemischer Kräfte unterhalb 1/20000000 der ganzen Anziehung bleiben müsste". Allein *H. Landolt*[59]) hat unter möglichst einfachen Verhältnissen — ausser Reaktionen, bei denen eine Änderung des Gewichts nicht mit Sicherheit zu konstatieren war — folgendes gefunden:

1) Bei der Reduktion von Silbersulfat durch Ferrosulfat in drei Versuchsreihen Gewichtsabnahme um 0,167, 0,131 und 0,130 mg.

2) Bei Jodsäure und Jodwasserstoff in sechs Versuchsreihen Gewichtsabnahmen, die zwischen 0,01 und 0,177 mg schwanken.

Diese Gewichtsabnahmen übersteigen nicht nur die wahrscheinlichen Fehler der Wägungen, sondern zum Teil auch die grössten Abweichungen, welche die einzelnen Wägungen unter einander ergaben. *A. Heydweiller*[60]) hat diese Wägungen wieder aufgenommen, nachdem durch *M. Hänsel*[61]) festgestellt worden war, dass die von *Landolt* in dem ersten Beispiel beobachteten Abweichungen nicht durch die Einwirkung magnetischer Kräfte zu erklären sind. Er erhält in einer Reihe von Fällen ebenfalls Gewichtsabnahme und kommt zu dem Ergebnis: „als sicher festgestellt kann man also die Gewichtsänderung betrachten: bei der Wirkung von Eisen auf Kupfersulfat in saurer oder basischer Lösung ..., bei der Auflösung von saurem Kupfersulfat ..., und bei der Wirkung von Kaliumhydroxyd auf Kupfersulfat ...".

Es handelt sich also in den angegebenen Fällen um *gut konstatierte aber vorerst völlig unaufgeklärte Abweichungen von der Proportionalität der Gravitationswirkung mit der Masse.*

14. Abhängigkeit von der Masse. Experimentelle Prüfung für Massen verschiedener Struktur. Die Vermutung, dass die Anziehung zweier Massen von ihrer Struktur abhängen könnte, ist durch manche Theorieen zur Erklärung der Gravitation nahe gelegt. Sie wurde nach zwei Richtungen einer experimentellen Prüfung unterzogen.

58) Berl. physik. Ges. 10 (1891), p. 13—16.

59) Zeitschr. physik. Chem. 12 (1894), p. 11. Er citiert, dass *J. S. Stas* bei der Synthese von Jod- und Bromsilber immer weniger erhielt, als den angewandten Mengen entsprach und zwar betrug die Differenz im Mittel aus fünf Versuchen $\frac{1}{4} \cdot 10^{-4}$ der Gesamtmasse.

60) Ann. Phys. 5 (1901), p. 394—420.

61) Diss. Breslau 1899.

a) *Kreichgauer*[58]) untersuchte, ob ein Körper (essigsaures Natrium) sein Gewicht ändere, wenn er krystallisiere, fand aber, dass eine etwaige Gewichtsänderung jedenfalls unter $\frac{1}{2} \cdot 10^{-7}$ der ganzen Anziehung liege[62]).

b) *A. S. Mackenzie*[63]) und andererseits *J. H. Poynting* und *P. L. Grey*[64]) behandeln die Frage, ob die Gravitationswirkung eines krystallinischen Körpers nach verschiedenen Richtungen verschieden sei. *Mackenzie* prüfte Kalkspath gegen Blei, auch Kalkspath gegen Kalkspath, fand aber den Unterschied jedenfalls kleiner als $\frac{1}{200}$ der ganzen Anziehung. *Poynting* und *Grey* gelangen zu dem Resultat, dass die Anziehung von Quarz gegen Quarz bei parallelen und bei gekreuzten Axen sich um weniger als $\frac{1}{16500}$ der ganzen Anziehung unterscheide und dass bei parallelen Axen, wenn aber der eine Krystall um 180^0 gedreht werde, die Anziehung sich um weniger als das $\frac{1}{2850}$ des ganzen Betrags ändere.

15. Abhängigkeit von der Entfernung. Astronomische Prüfung (vgl. Bd. VI). *S. Newcomb*[65]) hat die Frage, wie weit das $\frac{1}{r^2}$ im *Newton*'schen Gesetz durch astronomische Daten sicher gestellt sei, einer Diskussion unterzogen. Er kommt zu folgendem Ergebnis:

a) Die Übereinstimmung der beobachteten Mondparallaxe mit der aus der Grösse von g an der Erdoberfläche berechneten zeigt, dass für Grössen von r, die zwischen dem Erdradius und dem Radius der Mondbahn liegen, die 2 in r^2 bis auf 1/5000 ihres Betrags garantiert ist.

b) Die Übereinstimmung der beobachteten Störung des Mondes durch die Sonne mit der auf Grund des *Newton*'schen Gesetzes berechneten beweist mit ungefähr derselben Genauigkeit die Gültigkeit des r^2 bis zu Entfernungen von der Grössenordnung des Radius der Erdbahn, d. h. bis zum ungefähr 24000-fachen des Erdradius.

c) Aus der Gültigkeit des dritten *Kepler*'schen Gesetzes folgt die Gültigkeit des *Newton*'schen Gesetzes bis zur Grenze des Planetensystems überhaupt, also bis zu Entfernungen, die ungefähr das 20-fache des Radius der Erdbahn betragen. Doch ist für diesen Bereich die

62) Schon *Bessel*[57]) und neuerdings *von Eötvös*[16]) haben bei ihren Versuchen keinen Unterschied zwischen krystallinischen und amorphen Körpern gefunden.

63) Phys. Rev. 2 (1895), p. 321—343.

64) Lond. Trans. A 192 (1899), p. 245—256.

65) In der in Anm. 48 cit. Schrift.

Genauigkeit, mit der das $1/r^2$ aus den Beobachtungen zu ermitteln ist, nicht sicher angebbar.

Einen weiteren Prüfstein derselben Frage liefert, wie schon *Newton*[66]) hervorgehoben hat, der Umstand, dass eine Abweichung des Exponenten der Entfernung von 2 *Perihelbewegungen* der Planeten zur Folge haben würde. Während also eine solche Abweichung einerseits nicht gross sein kann, weil sich sonst der Beobachtung widersprechende Perihelbewegungen ergeben würden, könnten andererseits die beobachteten anomalen Perihelbewegungen in einer geringen Ungenauigkeit des Gravitationsgesetzes ihren Grund haben. *M. Hall*[67]) hat in der That nachgewiesen, dass das schon von *G. Green*[68]) untersuchte Gesetz, welches $1/r^{2+\lambda}$ an Stelle von $1/r^2$ setzt, worin λ eine kleine Zahl bedeutet, genügt, um die anomale Perihelbewegung des Merkur zu erklären, wenn man $\lambda = 16 \cdot 10^{-8}$ nimmt. Dieselbe Zahl für λ würde auch die beobachtete anomale Perihelbewegung des Mars richtig liefern, für Venus und Erde allerdings etwas zu grosse Perihelbewegungen zur Folge haben[69]). *Newcomb* sagt aber noch Diskussion der einschlägigen Verhältnisse, die Annahme von *Hall* scheine ihm „provisionally not inadmissible".

16. Abhängigkeit von der Entfernung. Experimentelle Prüfung. Die Frage wurde direkt durch *Mackenzie*[63]) geprüft, indem er mit der Drehwage die Anziehung derselben Körper bei verschiedenen Entfernungen maass. Er stellte fest, dass die Abweichung zwischen dem beobachteten und dem aus dem *Newton*'schen Gesetz berechneten Resultat jedenfalls kleiner als $\frac{1}{500}$ der ganzen Anziehung sei.

In theoretischer Hinsicht rührt unsere Zuversicht zu der 2 im Exponenten des *Newton*'schen Gesetzes wohl wesentlich daher, dass vom Standpunkte der Feldwirkungstheorie (Nr. **34**) nur dieses Gesetz mit der Annahme einer im allgemeinen quellenfreien Verteilung der Feldstärke verträglich ist, dass also nur bei genauer Gültigkeit dieses Gesetzes der Kraftlinienbegriff im Gravitationsfelde einen Inhalt hat.

17. Einfluss des Mediums auf die Gravitation. Die Analogie der elektrischen und magnetischen Massen, deren Wirkung in hohem Maasse von dem Medium abhängt, in welchem sie sich befinden, lässt es als durchaus möglich erscheinen, dass auch bei der Gravitation

66) Principia lib. I, sect. IX.
67) Astr. Journ. **14**, p. 45.
68) Cambr. Trans. 1835, p. 403.
69) Vgl. *Newcomb* in der in Anm. 48 cit. Schrift, p. 109.

ein solcher Einfluss sich geltend macht, dass also die Gravitationskonstante nicht, wie *Newton* annahm, eine universelle, sondern eine Konstante des Mediums sei. Allein schon die relativ gute Übereinstimmung der G-Bestimmungen, trotzdem die *Form* der verwandten Massen eine ganz verschiedene war, schliesst einen einigermassen erheblichen Einfluss von Körpern, die sich zwischen den anziehenden Massen befinden, aus[70]). Ausserdem wurde die Frage, ob ein Körper existiere, der für die Gravitation eine andere Permeabilität habe als die Luft, von *L. W. Austin* und *C. B. Thwing*[71]) auch direkt mit der Drehwage untersucht. Sie schoben zwischen die beiden einander anziehenden Körper Platten der verschiedensten Substanzen, deren Dicke $1/3$ des Abstands der anziehenden Massen betrug. Das Resultat war, dass der Unterschied jedenfalls kleiner als 0,2 % der ganzen Anziehung sein müsste.

In anderer Richtung hat *Laplace*[72]) die Frage nach einem möglichen Einfluss des Mediums diskutiert. Er nimmt an, die Körper ausser Luft mögen für die Gravitation einen kleinen Absorptionskoeffizienten α besitzen, so dass das Gravitationsgesetz für zwei in einem solchen Medium eingebettete Massenelemente m_1 und m_2 wäre:

$$K = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot e^{-\alpha r}.$$

Die Anwendung dieses Gesetzes auf die Verhältnisse von Sonne-Mond-Erde führt ihn aber zu dem Ergebnis, dass für die Erde (Radius R)

$$\alpha R < \frac{1}{10^6}$$

sein müsste[73]).

18. Einfluss der Temperatur. Manche mechanische Theorien über das Wesen der Gravitation[74]) lassen es als durchaus möglich erscheinen, dass die Gravitationswirkung von der Temperatur des

---

70) Bei *Wilsing* lange Cylinder, bei *Boys* und *Braun* Kugeln, bei *Richarz* und *Krigar-Menzel* Würfel, trotzdem gute Übereinstimmung, nämlich:

Wilsing	$\Delta = 5{,}577$	Differenz 0,9 %
Boys u. *Braun*	$\Delta = 5{,}527$	
Richarz u. *Krigar-Menzel*	$\Delta = 5{,}505$	„ 0,4 %.

Vgl. besonders auch Anm. 50.

71) Phys. Rev. 5 (1897), p. 294—300.

72) Méc. cél. 5, livre XVI, cap. IV, § 6.

73) Einen indirekten Beweis gegen die Existenz einer spezifischen Gravitations-Permeabilität führt *Poynting* an: es sei nie eine Ablenkung (Brechung) der Gravitationswirkung beobachtet worden. Indess scheint diese Frage bis jetzt überhaupt nie genau untersucht worden zu sein.

74) Vgl. Abschnitt V dieses Artikels.

Mediums modifiziert wird. Eine direkte Prüfung dieser Frage wurde bis jetzt nicht angestellt, *von Jolly* macht aber darauf aufmerksam, dass bei seinen absoluten Bestimmungen die Temperaturdifferenz im Maximum 29,6° betrug, ohne dass die Differenz im Resultate die Grösse der Versuchsfehler überschritten hätte.

19. Abhängigkeit von der Zeit. Constanz. Die im *Newton*schen Gesetz stillschweigend vorausgesetzte Unabhängigkeit der Gravitationswirkung von der Zeit ist nach zwei Richtungen angefochten worden. Es wurde die Frage aufgeworfen:

a) Ist die Gravitationskonstante auch eine Konstante bezüglich der Zeit, oder ändert sie sich im Verlauf der Zeit?

b) Braucht die Gravitation Zeit, um in Wirksamkeit zu treten, besitzt sie eine endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit, oder ist die Gravitationswirkung eine momentane?

Die erste Frage hat *R. Pictet*[75]) diskutiert auf Grund der Anschauung, dass die Gravitation eine Wirkung von Stössen der Ätherteilchen sei[74]). Seine Überlegung ist folgende. Die Gesamtenergie des Sonnensystems setzt sich aus zwei Teilen zusammen: 1) der lebendigen Kraft der Planeten und Sonne; 2) der lebendigen Kraft der Ätherteilchen. Nun ist die lebendige Kraft der Planeten sehr verschieden, je nach ihrer augenblicklichen Stellung zur Sonne. Ist also die gesamte Energie des Sonnensystems konstant, so folgt, dass die lebendige Kraft der Ätheratome und damit die Gravitationskonstante sich im Verlauf der Zeit ändern muss.

Versuche, um eine solche zeitliche Änderung der Gravitationskonstanten nachzuweisen, hätten nach *R. Pictet* und *P. Cellérier*[76]) Aussicht auf Erfolg, da die Differenz in der lebendigen Kraft der Planeten — ausschlaggebend sind Jupiter und Saturn — z. B. zwischen dem Minimum vom Jahre 1898—99 und dem Maximum von 1916—17 ca. 18 % beträgt.

20. Abhängigkeit von der Zeit. Endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit[77]). Die zweite Frage, ob die Gravitation momentan wirkt oder eine endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit besitzt, ist auf Grund der *Planeten*bewegungen in neuerer Zeit von *R. Lehmann-Filhès*[78]) und *J. v. Hepperger*[79]) untersucht worden.

75) Genève Bibl. (6 sér., 3 période) 7 (1882), p. 513—521.

76) Genève Bibl. (6 sér., 3 période) 7 (1882), p. 522—535.

77) Referat über diese Frage: *S. Oppenheim,* Jahresber. kais. kgl. akad. Gymn. Wien 1894—1895, p. 3—28; *F. Tisserand,* Méc. cél. 4 (1896), chap. 28; *P. Drude,* Ann. Phys. Chem. 62 (1897).

78) Astr. Nachr. 110 (1885), p. 208.

79) Wien. Ber. 97 (1888), p. 337—362.

Die Art, in welcher die endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit eingeführt wird, ist bei beiden dieselbe. In dem Moment, in welchem der Planet (Masse m) sich im Abstand r von der Sonne (Masse M) befindet, geht die dem *Newton*'schen Gesetz entsprechende Kraft $G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$ von der Sonne aus mit einer gewissen endlichen Geschwindigkeit. Diese Kraft wirkt dann auf den Planeten zu einer Zeit, in welcher sein Abstand von der Sonne sowohl der Richtung als der Grösse nach von r verschieden ist. Dasselbe gilt von der Kraft, welche der Planet auf die Sonne ausübt.

Etwas verschieden sind bei *Lehmann-Filhès* und *von Hepperger* die Bewegungsgleichungen, da ersterer die Geschwindigkeit der Sonne, letzterer die Geschwindigkeit des Schwerpunkts von Sonne und Planeten als konstant annimmt.

Beide kommen zu dem Resultat, dass die einflussreichste Änderung der Planetenbewegung eine säkulare Änderung der mittleren Länge wäre. Daraus folgt einmal, dass die Einführung einer endlichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit *unter Beibehaltung des Newtonschen Gesetzes* zur Hebung der p. 36 angeführten Schwierigkeiten bezüglich der Planetenbahnen nichts beiträgt; und dann, dass die hypothetische Fortpflanzungsgeschwindigkeit sehr viel grösser als die Lichtgeschwindigkeit sein müsste, da sich sonst eine säkulare Änderung der mittleren Länge in einem den Beobachtungen widersprechenden Betrag ergeben würde. Liegt die Eigengeschwindigkeit der Sonne zwischen 1 und 5 km/sec[80]), so müsste die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation nach *v. Hepperger* wenigstens 500mal grösser als die Lichtgeschwindigkeit sein.

Eine schärfere Prüfung der Annahme einer zeitlichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit liefert ihre Anwendung auf die *Mond*bewegung, die von *R. Lehmann-Filhès*[81]) durchgeführt ist. Er kommt zu dem Schluss, dass man, um unter Beibehaltung des *Newton*'schen Gesetzes die Störung der Länge des Mondes auf ein erträgliches Mass herabzudrücken, der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation einen ungeheueren Wert, vielleicht das Millionenfache der Lichtgeschwindigkeit beilegen müsste. Auch stimmt das Vorzeichen der Störung nicht mit der beim Monde gefundenen Abweichung zwischen Beobachtung und Theorie überein.

Auf ähnliche Schwierigkeiten stösst *Th. v. Oppolzer*[49]) bei der An-

80) Nach neueren Untersuchungen soll dieselbe aber ca. 15 km/sec betragen (vgl. *H. C. Vogel,* Astr. Nachr. 132 (1893), p. 80 f.).

81) Münch. Ber. 25 (1896), p. 371.

wendung der Annahme einer endlichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit auf die Berechnung der Kometenbahnen.

III. Erweiterung des Newton'schen Gesetzes für bewegte Körper [82]).

21. Übertragung der elektrodynamischen Grundgesetze auf die Gravitation. Das Ergebnis der Versuche, unter Beibehaltung des *Newton*'schen Gesetzes auch für bewegte Körper eine endliche Fortpflanzung der Gravitation einzuführen und dadurch die bestehenden Differenzen zwischen Beobachtung und Berechnung zu heben, muss als ein wenig befriedigendes bezeichnet werden. Es ist deshalb nicht zu verwundern, wenn versucht wurde, die Giltigkeit des *Newton*'schen Gesetzes für bewegte Körper überhaupt in Zweifel zu ziehen, es nur als Spezialfall für ruhende Körper zu betrachten und für bewegte Körper ein erweitertes Gesetz an seine Stelle zu setzen.

Vor allem wurde untersucht, ob nicht die schon bekannten elektrodynamischen Grundgesetze dem genannten Zwecke genügen.

Das *Weber*'sche Grundgesetz, das *Zöllner* bekanntlich für das Grundgesetz aller Fernkräfte hielt, wonach für zwei Massenelemente m_1 und m_2 im Abstand r das Potential

$$P = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r}\left[1 - \frac{1}{c^2}\cdot\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right] \qquad (c = \text{Lichtgeschwindigkeit})$$

ist, wurde von *C. Seegers* [83]) und *G. Holzmüller* [84]) auf die Planetenbewegungen im allgemeinen durchgeführt, von *F. Tisserand* [85]) und *H. Servus* [86]) numerisch durchgerechnet. Es würde für den Merkur eine anomale säkulare Perihelbewegung von ca. 14″ geben.

Die Übertragung des *Gauss*'schen [87]) elektrodynamischen Grundgesetzes auf die Gravitation in der Form, dass als Anziehungskraft K zweier Massenelemente mit den Koordinaten x_1, y_1, z_1 bezw. x_2, y_2, z_2,

---

82) Referate über einen Teil der Arbeiten aus diesem Gebiet bei *S. Oppenheim* [77]), *P. Drude* [77]) und *F. Tisserand* [77]).

83) Diss. Göttingen 1864.

84) Zeitschr. Math. Phys. 1870, p. 69—91.

85) Paris, C. R. 75 (1872), p. 760 und 110 (1890), p. 313.

86) Diss. Halle 1885. *F. Zöllner* citiert, *W. Scheibner* habe nach brieflicher Mitteilung auf Grund des *Weber*'schen Gesetzes 6,7″ säkulare Perihelbewegung für Merkur berechnet. Den Grund für die Abweichung dieser Zahl von der im Texte angegebenen doppelt so grossen liegt darin, dass *Scheibner* die Konstante c im *Weber*'schen Gesetz gleich dem $\sqrt{2}$fachen der Lichtgeschwindigkeit setzt.

87) Ges. Werke 5, p. 616 f., Nachlass.

$$K = \frac{G \cdot m_1 m_2}{r^2}\left\{1 + \frac{2}{c^2}\left[\left(\frac{d(x_1 - x_2)}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d(y_1 - y_2)}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d(z_1 - z_2)}{dt}\right)^2 - \frac{3}{2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right]\right\}$$

angenommen wird, liefert nach der Berechnung von *F. Tisserand*[88]) für den Merkur auch nur eine säkulare Perihelbewegung von 28″.

Aus dem *Riemann*'schen[89]) Grundgesetz:

$$P = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r}\left\{1 - \frac{1}{c^2}\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2\right]\right\}$$

(x, y, z Koordinaten von m_1 relativ zu m_2)

würde nach *M. Lévy*[90]) gerade die doppelte Perihelbewegung des Merkur, wie aus dem *Weber*'schen Gesetze folgen.

Lévy hat deshalb vorgeschlagen, das *Riemann*'sche und *Weber*'sche Gesetz zu kombinieren in der Form:

$$P = P_{Weber} + \alpha\,(P_{Riemann} - P_{Weber})$$

$$= \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r}\left\{1 - \frac{1}{c^2}\left[(1-\alpha)\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \alpha\left(\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2\right)\right]\right\}$$

und nun α aus der beobachteten säkularen Perihelbewegung des Merkur zu bestimmen. Nimmt man als beobachtete Perihelbewegung 38″, als durch das *Weber*'sche Gesetz geliefert 14,4″[91]), so folgt $\alpha = 1{,}64$ $=$ approx. $^5/_3$.[90]) Wird die durch andere Beobachter angegebene Perihelbewegung des Merkur 41,25″, als durch das *Weber*'sche Gesetz gegeben 13,65″[91]) zu Grunde gelegt, so wird $\alpha = 2{,}02$.

Das Gesetz, zu welchem man auf diese Weise gelangt, hat den entschiedenen Vorteil, in der Elektrodynamik genau das gleiche zu leisten wie das *Riemann*'sche und *Weber*'sche, für die Gravitation aber eine Erweiterung des *Newton*'schen Gesetzes für bewegte Körper darzustellen, welche die schlimmste Differenz, die bisher zwischen Beobachtung und Berechnung bestand, wegschafft.

22. Übertragung der Lorentz'schen elektromagnetischen Grundgleichungen auf die Gravitation. *H. A. Lorentz*[92]) hat den Versuch gemacht, die von ihm auf bewegte Körper ausgedehnten *Maxwell*'schen Gleichungen[93]) auf die Gravitation anzuwenden. In der Vorstellung

---

88) Paris, C. R. 110 (1890), p. 313.

89) Schwere, Elektrizität und Magnetismus, ed. *Hattendorf*, Hannover 1896, p. 313 ff.

90) Paris, C. R. 110 (1890), p. 545—551. Für die Bewegung von zwei Massen wurde das Gesetz allgemein schon von *O. Limann* (Diss. Halle 1886) behandelt.

91) *Tisserand*[85]) (Paris, C. R. 75) und *Servus*[86]).

92) Amsterdam Versl., April 1900.

93) Harlem, Arch. Néerl. 25 (1892), p. 363.

über die Konstitution der gravitierenden Moleküle schliesst er sich dabei im wesentlichen, wenn auch in etwas modernisierter Form, an *F. Zöllner* an. Über die Begründung des *Lorentz*'schen Ansatzes wird in Nr. **36** berichtet werden.

Die Zusatzkräfte, welche *Lorentz* ausser den vom *Newton*'schen Gesetz gelieferten bekommt, enthalten als Faktor entweder $\left(\frac{p}{c}\right)^2$ oder $\frac{p \cdot w}{c^2}$, worin p die konstant angenommene Geschwindigkeit des Centralkörpers, w die Geschwindigkeit des Planeten relativ zum Centralkörper und c die Lichtgeschwindigkeit bedeutet. Diese Zusatzkräfte sind also so klein, dass sie wohl in allen Fällen sich der Beobachtung entziehen werden, im Falle des Merkur, wie die Rechnung von *Lorentz* zeigt, sicher unter dem Beobachtbaren liegen. Daraus folgt, dass die *Lorentz*'schen Gleichungen, verbunden mit der *Zöllner*'schen Anschauung über die Natur der gravitierenden Moleküle, auf die Gravitation zwar angewandt werden können[94]), aber zur Beseitigung der bestehenden Differenzen zwischen Beobachtung und Berechnung nichts beitragen.

23. Die Laplace'sche Annahme. In ganz anderer Weise hat schon *Laplace*[95]) eine Erweiterung des *Newton*'schen Gesetzes für bewegte Körper ins Auge gefasst. Er scheint sich die vom anziehenden Körper m_1 ausgehende Kraft als eine Art Welle vorzustellen, die auf jeden Körper m_2, den sie trifft, eine Anziehungskraft vom Betrage $G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}$ in der Richtung, in welcher sie fortschreitet, ausübt. Nun kommt es bei der Wirkung einer solchen Welle auf einen in Bewegung befindlichen Körper m_2 nur an auf die *relative* Bewegung von Welle und Körper. Man kann sich also den Körper m_2 im Raum ruhend denken, wenn man der Welle ausser ihrer Geschwindigkeit in der Richtung von r noch eine Geschwindigkeitskomponente, gleich und entgegengesetzt der Geschwindigkeit von m_2, erteilt. Der Körper m_2 erhält also nicht nur eine Kraftkomponente in der Richtung von r, sondern auch noch eine andere, entgegen der Richtung seiner Bahn und vom Betrage $\frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot \frac{v}{c}$ [96]), wenn $v =$ Geschwindigkeit von m_2, c Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation bezeichnet.

---

94) Das schliesst die Möglichkeit in sich, dass *die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation gleich der Lichtgeschwindigkeit* ist.

95) Méc. cél. 4, livre X, chap. VII, § 19 u. 22.

96) Die Verhältnisse würden also ganz denen bei der Aberration des Lichts entsprechen.

Die Durchführung dieser Anschauung liefert für die Planeten wenig Befriedigendes: sie ergiebt eine Perihelbewegung überhaupt nicht, wohl aber eine säkulare Änderung der mittleren Länge und zwar z. B. für den Mond von solchem Betrage, dass als unterste Grenze von c ungefähr 100 000 000 mal die Lichtgeschwindigkeit angenommen werden müsste. Nicht uninteressant ist aber, dass die Anschauung von *Laplace* dieselbe Wirkung ergiebt, wie ein der Geschwindigkeit des Planeten proportionaler *Widerstand des Mediums.*

Ein — allerdings dem *Quadrat* der Geschwindigkeit proportionaler — Widerstand des Mediums könnte vielleicht nach *Encke*[97]) und *v. Oppolzer*[98]) die p. 36 aufgeführten Unregelmässigkeiten des *Encke*'schen Kometen erklären. Die von *Oppolzer* vorausgesetzten und auf dieselbe Weise erklärten Anomalien des *Winnecke*'schen Kometen sind inzwischen durch Rechnungen *E. v. Haerdtl*'s[99]) als nicht vorhanden nachgewiesen worden.

24. Die Annahme von Gerber. Die beiden Voraussetzungen von *P. Gerber*[100]) sind die folgenden.

a) Das von einer Masse μ nach einer zweiten m ausgesandte Potential P ist $\frac{\mu}{r}$, wo r den Abstand von μ und m *im Moment der Aussendung* des Potentials bedeutet. Dieses Potential pflanzt sich mit der endlichen Geschwindigkeit c fort.

b) Es ist eine gewisse Dauer nötig, damit das Potential „bei m angelangt, dieser Masse sich mitteile, d. h. den ihm entsprechenden Bewegungszustand von m hervorrufe". „Wenn die Massen ruhen, geht die Bewegung des Potentials mit ihrer eigenen Geschwindigkeit an m vorüber; dann bemisst sich sein auf m übertragener Wert nach dem umgekehrten Verhältnis zum Abstande. Wenn die Massen aufeinander zueilen, verringert sich die Zeit der Übertragung, mithin der übertragene Potentialwert im Verhältnis der eigenen Geschwindigkeit des Potentials zu der aus ihr und der Geschwindigkeit der Massen bestehenden Summe, da das Potential in Bezug auf m diese Gesamtgeschwindigkeit hat."

Zu dem Wert, den das Potential unter diesen Annahmen haben muss, gelangt *Gerber* auf folgende Weise:

„Das Potential bewegt sich ausser mit seiner Geschwindigkeit c noch mit der Geschwindigkeit der anziehenden Masse. Der Weg

97) Citiert bei *von Oppolzer.*

98) Astr. Nachr. 97, p. 150—154 u. 228—235.

99) Wien. Denkschr. 56 (1889), p. 179 f.

100) Zeitschr. Math. Phys. 43 (1898), p. 93—104.

$r - \Delta r$[101]), den die beiden sich entgegenkommenden Bewegungen, die des Potentials und die der angezogenen Masse, in der Zeit Δt zurücklegen, beträgt daher

$$\Delta t \left(c - \frac{\Delta r}{\Delta t}\right),$$

während $r = c\,\Delta t$ ist. Also erhält man für den Abstand, bei dem sich das Potential zu bilden anfängt und dem es umgekehrt proportional ist,

$$r - \Delta r = r\left(1 - \frac{1}{c}\frac{\Delta r}{\Delta t}\right).$$

Weil ferner die Geschwindigkeit, mit der die Bewegungen aneinander vorbeigehen, den Wert

$$c - \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

hat, fällt das Potential wegen des Zeitverbrauchs zu seiner Mitteilung an m auch proportional

$$\frac{c}{c - \frac{\Delta r}{\Delta t}}$$

aus. Man findet so

$$P = \frac{\mu}{r\left(1 - \frac{1}{c}\frac{\Delta r}{\Delta t}\right)^2}.$$

Solange der Weg Δr kurz und deshalb $\frac{\Delta r}{\Delta t}$ gegen c klein ist, darf man dafür $\frac{dr}{dt}$ setzen. Dadurch wird

$$P = \frac{\mu}{r\left(1 - \frac{1}{c}\frac{dr}{dt}\right)^2},$$

woraus mit Hülfe des binomischen Satzes bis zur zweiten Potenz folgt:

$$P = \frac{\mu}{r}\left[1 + \frac{2}{c}\frac{dr}{dt} + \frac{3}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right].\text{“}$$

Die Anwendung dieser Gleichung auf die Planetenbewegungen ergiebt das bemerkenswerte Resultat: Bestimmt man aus der beobachteten Perihelbewegung des Merkur die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c, so erhält man $c = 305\,500$ km/sec, also überraschend genau die Lichtgeschwindigkeit oder: *Setzt man in der Gerber'schen Gleichung als Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation die Lichtgeschwindigkeit ein, so ergiebt diese Gleichung genau die beobachtete anomale Perihelbewegung des Merkur.*

Für die anderen Planeten folgen aus der *Gerber*'schen Annahme

---

101) $\Delta r > 0$ bei wachsendem r.

keine Schwierigkeiten, ausgenommen für Venus, wo der *Gerber*'sche Ansatz die etwas zu grosse säkulare Perihelbewegung von 8″ ergiebt.

Die *Gerber*'sche Annahme zeigt also, ebenso wie diejenige von *Lévy*, dass eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation von derselben Grösse wie die Lichtgeschwindigkeit nicht nur möglich ist, sondern sogar dazu dienen kann, die schlimmste Differenz, welche bisher zwischen astronomischer Beobachtung und Berechnung vorhanden war, aus der Welt zu schaffen. Allerdings ist dies nur erreicht worden dadurch, dass die Gültigkeit des *Newton*'schen Gesetzes auf ruhende Körper beschränkt und für bewegte Körper ein erweitertes Gesetz zu Grunde gelegt wurde.

IV. Erweiterung des Newton'schen Gesetzes für unendlich grosse Massen.

25. Schwierigkeit des Newton'schen Gesetzes bei unendlich grossen Massen. Gegen die Allgemeingültigkeit des *Newton*'schen Gesetzes sind noch nach einer ganz anderen Richtung Bedenken geäussert und ist die Notwendigkeit einer Erweiterung in Betracht gezogen worden.

Im Falle, dass der Weltraum unendlich viele Massen enthält, hätte man, um die in irgend einem Punkt wirkende Kraft zu bekommen, streng genommen die Aufgabe zu lösen: die Wirkung unendlich vieler Massen von endlicher Grösse in einem bestimmten Punkte anzugeben.

C. Neumann[102]) hat wohl zuerst darauf hingewiesen, dass in diesem Falle die aus dem *Newton*'schen Gesetz sich ergebenden Kräfte unbestimmt werden können. *H. Seeliger*[103]) hat diese Frage allgemeiner durchgeführt und gezeigt, dass bei unendlichen Massen das *Newton*'sche Gesetz sowohl unendlich grosse Kräfte liefern als dieselben auch ganz unbestimmt lassen kann.

26. Beseitigung der Schwierigkeit durch Änderung des Attraktionsgesetzes. Zur Beseitigung dieser Schwierigkeit schlägt *Seeliger* vor, das *Newton*'sche Gesetz etwas zu modifizieren und diskutiert verschiedene Möglichkeiten.

Die schon von *Laplace* besprochene Form

$$K = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot e^{-\alpha r}$$

---

102) Leipz. Abh. 1874.

103) Astr. Nachr. 137 (1895), p. 129—136; Münchn. Ber. 26 (1896), p. 373—400. Kontroverse von *J. Wilsing* und *H. Seeliger* über den Gegenstand, Astr. Nachr. 137 u. 138.

lässt, da sie der Annahme einer Absorption des Mediums entspricht, schon aus physikalischen Gründen erwarten, dass sie dem genannten Zweck genügen wird. Sie thut das thatsächlich, hätte ausserdem den Vorteil, dass sie eine Perihelbewegung der Planeten liefern würde. Allein der aus der beobachteten Perihelbewegung des Merkur entnommene Wert $\alpha = 0{,}000\,000\,38$ ergiebt für die anderen Planeten Perihelbewegungen, die nur schwer mit den Beobachtungen zu vereinigen sind[104]).

Denselben Zweck erfüllen auch die von *C. Neumann* behandelten Gesetze, nach denen das Potential P die Form hat

$$P = G \cdot m_1 m_2 \left(\frac{A e^{-\alpha r}}{r} + \frac{B e^{-\beta r}}{r} + \cdots\right),$$

allein die aus ihnen folgenden Perihelbewegungen der Planeten stehen in grobem Widerspruch mit den Beobachtungen.

Dagegen ergiebt das früher besprochene Gesetz von *Green-Hall*

$$P = \frac{G \cdot m_1 m_2}{r^{1+\lambda}},$$

welches zur Darstellung der Perihelbewegungen der Planeten geeignet wäre, bei unendlichen Massen dieselbe Schwierigkeit wie das *Newton*'sche.

27. **Beseitigung der Schwierigkeit durch Einführung negativer Massen.** Der Gedanke, die von *Neumann* und *Seeliger* hervorgehobene Schwierigkeit des *Newton*'schen Gesetzes nicht durch Änderung der Form des Gesetzes, sondern unter Beibehaltung des Gesetzes durch Einführung „negativer Massen“ zu heben, rührt von *A. Föppl*[105]) her. Wie aus den bekannten positiven Massen die Gravitationskraftlinien ausströmen, so sollen in die negativen Massen die Kraftlinien einmünden. Nimmt man die Summe der negativen Massen gleich derjenigen der positiven, so würde die Gesamtsumme gleich 0: es wären, wie auf elektrischem und magnetischem Gebiet, eben so viele Einmündungs- wie Ausströmungsstellen vorhanden.

Bei dieser Annahme darf als Ausdruck für die Energie des Feldes nicht der gewöhnliche

$$\frac{1}{2}\, a \,|\mathfrak{R}|^2\, dS$$

zu Grunde gelegt werden, in welchem a eine Konstante des Mediums, $\mathfrak{R}$ der das Gravitationsfeld definierende Vektor der Feldstärke, $|\mathfrak{R}|$ sein

104) Münchn. Ber. 26 (1896), p. 388.
105) Münchn. Ber. 27 (1897), p. 93—99.

absoluter Betrag und dS ein Volumelement ist. Man hat diesen Ausdruck vielmehr, worauf schon *Maxwell* aufmerksam machte, zu ersetzen durch

$$\left(C - \frac{1}{2} a |\mathfrak{R}|^2\right) dS$$

(C = Konstante), um eine Anziehung von Massen gleichen Vorzeichens zu erhalten. Über die Bedeutung der Konstanten C vgl. Nr. **34**.

Der Vorschlag, negative Massen von derselben Grösse wie die bekannten positiven überhaupt einzuführen, ist schon vor *Föppl* durch *C. Pearson*[122]) gemacht worden. Er ist eine Folge seiner Theorie, welche den Versuch macht, die elektrischen, optischen, chemischen und Gravitationserscheinungen aus geeignet gewählten Ätherbewegungen abzuleiten.

Schwierigkeiten ergiebt die Einführung negativer Massen kaum. Denn die Thatsache, dass nie Abstossung zwischen zwei Massen nachgewiesen, also nie eine negative Masse konstatiert wurde, lässt sich dahin deuten, dass es möglich — wenn auch nicht notwendig — ist, dass solche Massen vermöge der Abstossung durch die positiven Massen unseres Systems in Räume, welche der Beobachtung nicht mehr zugänglich sind, fortgetrieben worden wären. Andererseits könnte die Einführung negativer Massen nach *A. Schuster*[106]), der diesen Gedanken ebenfalls — allerdings nur in einem „Holiday Dream" — ausgeführt hat, vielleicht dazu dienen, auf manche Erscheinungen, z. B. die Kometenschweife, ein ganz neues Licht zu werfen.

V. Versuche einer mechanischen Erklärung der Gravitation[107]).

28. Druckdifferenzen und Strömungen im Äther[108]). Die Vermutung, dass die Gravitation verursacht sein könnte durch *Druckdifferenzen* in dem homogen gedachten Äther, der die gravitierenden

106) Nature 58 (1898), p. 367 u. 618.

107) Zusammenfassende Arbeiten: *W. B. Taylor,* Smithson. Inst. Rep. for 1876 (1877), p. 205—282: Ausführliche Besprechung der Arbeiten bis 1873. *C. Isenkrahe,* a) Isaac Newton und die Gegner seiner Gravitationstheorie etc., Progr. Gymn. Crefeld, 1877—1878. b) das Rätsel von der Schwerkraft, Braunschweig 1879. c) Zeitschr. Math. Phys. 37, Suppl. (1892), p. 161—204; *P. Drude*[77]); zum Teil auch *H. Gellenthin,* „Bemerkungen über neuere Versuche, die Gravitation zu erklären etc.", Progr. Realgymn. Stettin 1884 und *Gehler*[2]), Artikel Anziehung, Materie.

108) Das Wort „Äther" ist im folgenden nicht immer in demselben Sinne gebraucht und wird auch in den einschlägigen Arbeiten durchaus nicht immer genügend definiert. Was in jedem Falle ungefähr gemeint ist, ergiebt sich aus dem Zusammenhang.

Massen umgiebt, rührt von *Newton*[109]) selbst her. Der Äther soll nach ihm um so dichter werden, je weiter er von den Massen entfernt ist. Da nun jeder Körper das Bestreben habe — er spricht später von einer elastischen Kraft des Mediums — von den dichteren Teilen des Mediums nach den weniger dichten zu gehen, so müssen zwei Körper jeder in der Richtung des anderen sich bewegen.

Ähnliche Vorstellungen sind von *Ph. Villemot*[110]), *L. Euler*[111]), *J. Herapath*[110]) und in etwas anderer Weise von *J. Odstrčil*[112]) ausgearbeitet worden.

Die Annahme von Druckdifferenzen im Äther verbunden mit der Vorstellung, dass der Äther sich wie eine Flüssigkeit oder ein Gas verhalte, hat zur Folge, dass *Ätherströme* in die Körperatome hinein stattfinden müssen. Nach *J. Bernoulli*[110]), *B. Riemann*[113]), *J. Yarkovski*[114]) sollen diese Ätherströme es sein, welche die Körper mit sich führen und dadurch die Gravitation verursachen. Zu einer ähnlichen Vorstellung ist *G. Helm*[152]) bei dem Versuche „die Gravitation durch Energieübertragung im Äther zu erklären", ebenso *C. Pearson*[115]) gelangt.

Mit der Frage nach der *Ursache* der Ätherströme hat sich *Yarkovski* beschäftigt, dafür aber eine physikalisch nicht haltbare Erklärung gegeben.

Unter den vielen Bedenken, welche gegen diese Theorieen vorliegen, befindet sich auch die Frage, was mit dem Äther geschieht, der in die Körperatome einströmt. Für ihre Beantwortung giebt es nur zwei Möglichkeiten, entweder: der Äther sammelt sich in ihnen an, oder: er verschwindet in denselben. Für die erstere haben sich *Bernoulli*, *Helm*, *Yarkovski*, für die letztere *Riemann* entschieden, der in den ponderabeln Körpern beständig Stoff „aus der Körperwelt in die Geisteswelt" treten lässt.

29. Ätherschwingungen. Die Idee, dass Ätherschwingungen nicht nur die Licht- und Wärmeerscheinungen, sondern in Form von Longitudinalwellen auch die Gravitation veranlassen könnten, wurde nach zwei Richtungen ausgebildet.

---

109) Nach *W. B. Taylor*[107]) hat Newton diese Anschauung in einem Brief ausgesprochen und sie in seiner Optice wiederholt.

110) Vgl. *Taylor*[107]).

111) Vgl. *Taylor*[107]) und besonders *Isenkrahe*[107]).

112) Wien. Ber. 89 (1884), p. 485—491.

113) Ges. Werke, 2. Aufl. 1853, p. 529.

114) Hypothèse cinétique de la gravitation universelle etc., Moscou 1888.

115) Amer. J. of math. 13 (1898), p. 419.

1. Nach der einen Anschauung sollen der anziehende Körper, bezw. dessen Atome sich selbst in Schwingungen befinden; diese Schwingungen sollen sich dem Äther mitteilen, bis zum angezogenen Körper sich fortpflanzen und dessen Annäherung bewirken.

Schon *Hooke*[116]), der originelle Rivale *Newton*'s, hat diese Anschauung ausgesprochen, die dann von *J. Guyot* und *F. Guthrie* wieder aufgenommen wurde. Die beiden letzteren scheinen dazu durch die Erfahrung gelangt zu sein, dass in der Nähe eines in Schwingungen befindlichen Körpers leichte Gegenstände zu demselben hingedrängt werden. Indes die Thatsache, dass die Annäherung nur unter ganz bestimmten Bedingungen erfolgt, dass unter anderen Bedingungen eine scheinbare Abstossung beobachtet wird — eine solche wurde von *F. A. E.* und *E. Keller*[117]) zur Erklärung der Gravitation auch beigezogen — beweist, dass die Annahme eines elastischen Äthers und schwingender Körperatome zur Erklärung der Gravitation nicht genügt. Es muss wenigstens noch eine Annahme dazukommen, welche die Bedingungen schafft, die unter allen Umständen eine *Anziehung* garantieren.

Um diese Bedingungen kennen zu lernen, hat *J. Challis*[118]) in ausführlicher Weise analytisch die Frage behandelt: Wie wirken Longitudinalwellen in einem Fluidum, dessen Druckänderungen den Dichtigkeitsänderungen proportional sind, auf unelastische, glatte Kügelchen, die in das elastische Fluidum eingebettet sind? Er kommt zu dem Resultat, dass die Kügelchen dann nach dem Centrum der Kugelwelle gedrängt werden, wenn die Wellenlänge gross ist gegen den Radius der Kügelchen; dass man also für eine Erklärung der Gravitation solche Schwingungen anzunehmen hätte, deren Wellenlängen im Äther gross sind gegen die Dimensionen der gravitierenden Atome.

Ungenügend an dieser Behandlung ist die Voraussetzung, dass nur der anziehende Körper Wellen aussende. Eine solche prinzipielle Unterscheidung zwischen anziehendem und angezogenem Körper ist dem Wesen der Gravitation nach unzulässig. Die Fragestellung darf nicht die sein: wie wirken Kugelwellen auf einen ruhenden, sondern: wie wirken sie auf einen selbst in Schwingungen befindlichen Körper.

Diese vollständige Fragestellung ist wohl zuerst von *C. A.*

---

116) Vgl. *W. B. Taylor*[107]) und *F. Rosenberger*[1]).

117) Paris, C. R. 56 (1863), p. 530—533; vgl. auch *Taylor*[107]).

118) z. B. Phil. Mag. (4) 18 (1859), p. 321—334 u. 442—451, über andere Arbeiten von *Challis* vgl. *Taylor*[107]).

Bjerknes[119]) mathematisch durchgeführt worden unter der Voraussetzung eines inkompressibeln Äthers und reiner Pulsationen der Kugeln (Körperatome). Er hat nachgewiesen, dass zwei pulsierende Kugeln, deren Radius klein ist gegen ihre Entfernung, eine scheinbare Anziehung zeigen, und dass diese Anziehung proportional ist der Intensität der Pulsationen und umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung, wenn ihre Pulsationen übereinstimmen nach Schwingungszahl und Phase. Soll also die Gravitation auf Pulsationen der Körperatome und -moleküle zurückgeführt werden, so sind jedenfalls noch folgende Annahmen nötig:

a) Die Pulsationen aller Atome oder Moleküle müssen nach Schwingungszahl und Phase übereinstimmen.

b) Die Intensitäten der Pulsationen müssen der Masse proportional gesetzt werden.

Dazu kommt noch eines. *A. H. Leahy*[120]) hat darauf aufmerksam gemacht, dass bei Annahme einer *kompressibeln* Flüssigkeit die Wirkung von zwei mit gleicher Phase und Schwingungsdauer pulsierenden Kugeln ihr Zeichen umkehrt, wenn die Entfernung derselben eine halbe Wellenlänge überschreitet. Wenn man also die *Bjerknes*'schen Ergebnisse für die Gravitation verwenden will, so muss man entweder den Äther als *vollkommen* inkompressibel (*Bjerknes*) oder wenigstens als so wenig kompressibel voraussetzen, dass die halbe Wellenlänge der Ätherschwingungen grösser ist als diejenigen Entfernungen, für welche die Giltigkeit des *Newton*'schen Gesetzes durch die Beobachtung gesichert ist (*A. Korn*[121]). Nur dann ist in Übereinstimmung mit der Beobachtung stets Anziehung garantiert.

Eine weitere Ausbildung hat die *Bjerknes*'sche Anschauung erfahren durch *C. Pearson*[122]) und die eben genannte Arbeit von *A. Korn*. Letzterer hat diese Anschauungen hauptsächlich auf elektromagnetische Erscheinungen, ersterer auf diejenigen der Optik und Molekularphysik unter der Annahme komplizierterer Schwingungsformen der Körperatome ausgedehnt. In seiner letzten Arbeit hat *Pearson* indess für die Gravitation die Annahme von Oscillationen verlassen und diese nur für die Optik und Molekularphysik beibehalten, aber die pul-

---

119) Vgl. die Zusammenstellung in *V. Bjerknes*, „Vorlesungen über hydrodynamische Fernkräfte nach C. A. Bjerknes' Theorie", Leipzig 1900.

120) Cambr. Trans. 14 (1) (1885), p. 45, 188.

121) „Eine Theorie der Gravitation und der elektrischen Erscheinungen auf Grundlage der Hydrodynamik", 2. Aufl. Berlin 1898.

122) Quart. J. 20 (1883), p. 60, 184; Cambr. Trans. 14 (1889), p. 71 ff.; Lond. math. Proc. 20 (1888—1889), p. 38—63; Amer. J. of math. 13 (1898).

sierenden Körperatome ersetzt durch Stellen im inkompressibeln Äther, in denen fortgesetzt Äther oscillatorisch aus- und einströmt („Ether squirts"). Für die Gravitation nimmt er dann an den betreffenden Stellen ausser der oscillatorischen noch eine konstante Strömung an. Bei dieser Voraussetzung führt die Annahme der Inkompressibilität des Äthers unmittelbar zu der Folgerung, dass ausser den Einströmungsstellen (Quellpunkten, den Massen im gewöhnlichen Sinn), eben so viele Ausströmungsstellen (Sinkstellen, „negative Massen") vorhanden sein müssen[123]).

Die Verwendung der *Bjerknes*'schen Resultate für die Erklärung der Gravitation leidet an dem offenbaren Mangel, dass dabei Annahmen erforderlich sind, die erst selbst erklärt werden müssten. Nur bei *einer* dieser Annahmen, der synchronen Pulsation der Körperatome, ist der Versuch gemacht worden, sie wirklich zu begründen. *J. H. Weber*[124]) weist darauf hin, dass bei dem Versuch zur Demonstration der *Bjerknes*'schen Resultate der Synchronismus der beiden Kugeln sich in kürzester Zeit „von selbst" d. h. in Folge der Kräfte, welche in der Flüssigkeit durch die Schwingungen geweckt werden, herstellt, auch wenn die Pulsationen anfänglich nicht synchron waren. Er schliesst daraus, dass wenn die Körperatome überhaupt pulsieren, die Pulsationen „von selbst" (in dem angegebenen Sinne) synchron werden müssten.

Ersetzen lässt sich nach *Korn* die Annahme der synchronen Pulsationen durch die andere, dass das ganze Sonnensystem einem periodischen Druck ausgesetzt sei, eine Annahme, die vor der *Bjerknes*'schen den Vorzug grösserer Einfachheit, aber auch nur diesen voraus hat.

2. Die zweite Klasse von Versuchen, auf Ätherschwingungen eine Erklärung der Gravitation zu gründen, nimmt an, dass die Körperatome sich nicht selbst in Schwingungen befinden, sondern ihre Thätigkeit nur in einer Art Schirmwirkung oder Absorption der Ätherschwingungen bestehe.

Vertreter dieser Anschauung sind *F.* und *E. Keller*[117]), *Lecoq de Boisbaudran*[125]) und in etwas anderer Weise *N. von Dellingshausen*[126]).

30. Ätherstösse. Die ursprünglichen Ideen von Le Sage. Den Ausgangspunkt aller Ätherstosstheorieen bildet die Vorstellung, die

---

123) S. Nr. 27 dieses Art.

124) Prometheus 9 (1898), p. 241—244, 257—262.

125) Vgl. Paris, C. R. 69 (1869), p. 703—705; vgl. *Taylor*[107]).

126) „Die Schwere oder das Wirksamwerden der potentiellen Energie", Kosmos 1, Stuttgart 1884. Vgl. *C. Isenkrahe*[107]).

in besonders klarer und geschickter Weise *Le Sage*[127]) ausgearbeitet hat. Nach ihm soll der die Körperatome umgebende Gravitationsäther aus diskreten Teilchen — „corpuscules ultramondains“ — bestehen, die mit derselben ausserordentlich hohen Geschwindigkeit nach allen Richtungen durcheinander schwirren. Ein einziges in diesen Äther eingebettetes Körperatom erfährt durch die Stösse dieser Ätherteilchen keine fortschreitende Bewegung, da die Wirkung der von allen Seiten erfolgenden Ätherstösse sich aufhebt. Werden aber zwei Körperatome A_1 und A_2 in diesen Äther hineingebracht, so tritt eine Änderung der Verhältnisse in doppelter Beziehung ein.

a) Es wird A_1 durch A_2 gegen einen Teil der Ätheratome geschützt: es treffen auf A_1 auf der A_2 zugewandten Seite weniger Ätherteilchen auf als auf der A_2 abgewandten. Die Folge müsste sein, dass A_1 in der Richtung auf A_2 durch die Wirkung der Ätherstösse getrieben würde und umgekehrt A_2 in der Richtung auf A_1.

Dass diese *Schirmwirkung* eines Körperatoms auf ein anderes mit dem Quadrat der Entfernung abnimmt, ergiebt sich ohne Schwierigkeit, wenn die Körperatome im Vergleich zu den Ätherteilchen als sehr gross vorausgesetzt werden. Um zu der Proportionalität der Schirmwirkung mit der Masse zu gelangen, führt *Le Sage* die Annahme ein, dass die gravitierenden Massen für die Ätherteilchen ausserordentlich porös[128]) sind, so dass dann die Wirkung des ganzen Körpers der Anzahl der in ihm enthaltenen Atome proportional wird[129]).

b) Infolge der *Reflexion* der Ätherteilchen an A_2 treffen nun auch eine Anzahl von Ätherteilchen das Körperatom A_1, die es ohne die Anwesenheit von A_2 nicht getroffen hätten[130]). Würden diese reflektierten Ätheratome dieselbe Geschwindigkeit haben wie die A_1 direkt treffenden, so würden sie die durch die Schirmwirkung von A_2 hervorgerufene Annäherung von A_1 gegen A_2 gerade aufheben, eine Gravitation würde also nicht zustande kommen.

Deshalb macht *Le Sage* die weitere Annahme, dass die Ätherteilchen *absolut unelastisch* — „privé de toute élasticité“ — seien und

127) Berlin Mém. 1782 und in *P. Prévost,* Deux traités de Physique mécanique, Paris 1818. In letzter Arbeit wird citiert, dass ähnliche Theorieen schon vorher (von *Nicolas Fatio* und *F. A. Redecker*) aufgestellt waren.

128) Seltsamerweise dehnt *Le Sage* die Annahme sehr hoher Porosität auf jedes einzelne Körperatom aus und kommt dadurch zu der Vorstellung der eigentümlichen „Kastenatome“.

129) Vgl. aber Nr. 32, c).

130) Bei *P. Drude*[77]) findet sich die Angabe, dass *Le Sage* von der Reflexion einfach absehe und seine Betrachtung deshalb unstreng sei. Das ist wohl ein Versehen: *Le Sage* widmet der Reflexion Kap. IV in *P. Prévost.*

sagt, dass unter dieser Annahme die mittlere Geschwindigkeit der reflektierten Atome $= \frac{2}{3}$ der nicht reflektierten sei[131]).

Die Differenz der Wirkungen a und b ergiebt also doch eine Annäherung der beiden Körperatome gegen einander.

31. Ätherstösse. Weitere Ausbildung der Le Sage'schen Theorie. Die *Le Sage*'sche Theorie ist in neuerer Zeit hauptsächlich von *C. Isenkrahe* verfochten worden mit besonderer Betonung der Annahme, dass für Stösse der Äther- und Körperatome die Gesetze des *unelastischen* Stosses gelten. Der Fortschritt gegenüber *Le Sage* besteht bei *Isenkrahe* in folgenden Punkten.

a) Er schreibt dem Gravitationsäther die Eigenschaften eines Gases im Sinne der kinetischen Gastheorie zu, giebt also die Annahme einer *gleichen* Geschwindigkeit[132]) der Ätheratome auf.

b) Die Porosität der Körper gegenüber den Ätherteilchen begründet er nicht durch eine Porosität der Körperatome selbst, sondern durch die Annahme, dass der Abstand der Atome[133]) eines Körpers gross sei gegen ihre Dimensionen.

c) Um Proportionalität der Anziehung mit der Masse zu bekommen, die durch die *Le Sage*'sche Annahme nur für Körper desselben Stoffs garantiert ist, nimmt er an, dass „die letzten Bestandteile der Materie alle gleich gross, dass es vielleicht die Ätheratome selber seien".

Ganz ähnlich sind die Voraussetzungen von *A. Rysánek*[134]). Sein Verdienst besteht in einer exakten[135]) Durchführung der Vorstellungen der kinetischen Gastheorie. Er nimmt bei seinen Rechnungen wirklich darauf Rücksicht, dass die Geschwindigkeiten der Ätheratome nach dem *Maxwell*'schen Gesetz verteilt sind, während z. B. auch *Isenkrahe* zwar eine verschiedene Geschwindigkeit der Ätheratome annimmt, sie aber bei allen seinen Überlegungen durch *eine* mittlere Geschwindigkeit ersetzt.

Schon etwas vor *Isenkrahe* machte *S. T. Preston*[136]) darauf auf-

---

131) Über Begründung und Gültigkeit dieser Angabe vgl. *C. Isenkrahe*[107]) in der Arbeit b), p. 155 ff.

132) die aber auch bei *Le Sage* nur der Einfachheit halber gewählt wurde, da er bei der Reflexion der Äther- und Körperatome ausdrücklich auf die *verschiedene* Geschwindigkeit aufmerksam macht.

133) denen der Einfachheit wegen kugelförmige Gestalt zugeschrieben wird.

134) Repert. Exp.-Phys. 24 (1887), p. 90—115.

135) Vgl. aber Nr. 33.

136) Phil. Mag. (5) 4 (1877); Wien. Ber. 87 (1882); Phil. Mag. (5) 11 (1894); Diss. München 1894.

merksam, dass man die Anschauungen von *Le Sage* zweckmässig durch die Vorstellungen der kinetischen Gastheorie ersetzen könne, wenn man die mittlere Weglänge der Ätheratome von der Grössenordnung der Planetenentfernungen annehme. Er hat diesen Gedanken in einer Reihe von Arbeiten ausgeführt, ohne aber auf die Einzelheiten eben so sorgfältig einzugehen wie *Isenkrahe* und *Rysáneck*.

32. Ätherstösse. Schwierigkeiten dieser Theorieen.

a) Notwendige Bedingung für das Zustandekommen einer Gravitationswirkung ist, dass die Ätheratome beim Stoss gegen die Körperatome an Translationsgeschwindigkeit verlieren, was am einfachsten durch die Annahme des unelastischen Stosses erreicht wird.

Diese Annahme führt aber zu der Schwierigkeit, wo die beim Stoss verloren gegangene Energie bleiben soll. Sie zu vermeiden, haben *P. Leray*[137]) und später *P. A. Secchi*[138]), *W. Thomson*[139]), *S. T. Preston*[136]), dann *A. Vaschy*[140]), *Isenkrahe* selbst, und *Rysáneck* auf den verschiedensten Wegen versucht. Keiner dieser Versuche ist indess selbst einwurfsfrei[141]).

b) *J. Croll*[142]) wendet sich gegen die bei den meisten Ätherstosstheorieen gemachte Annahme, dass der Abstand zweier Körpermoleküle sehr gross ist gegen ihre Dimensionen oder besser gegen ihre Wirkungssphären. Er bemerkt, dass diese Annahme in grobem Widerspruche stehe mit den Schätzungen von *W. Thomson* über die Grösse der Moleküle und deren Anzahl in der Volumeinheit.

c) Gegen die Annahme einer hohen Porosität der Körper für die Ätheratome erheben sich auch noch von anderer Seite Bedenken. Setzt man die Porosität so gross voraus, dass die Ätheratome, welche eine Körperschicht passiert haben, mit vollkommen ungeschwächter Geschwindigkeit auf die nächste Schicht auftreffen, so würde man zwar streng die Proportionalität der Anziehung mit der Masse erhalten, aber diese Voraussetzung schliesst zugleich eine Anziehung überhaupt aus. Man muss also annehmen, dass die Ätheratome beim Passieren einer Körperschicht einen merkbaren Betrag ihrer Energie einbüssen. Dass diese Annahme mit der erforderlichen strengen Pro-

---

137) Paris, C. R. 69 (1869), p. 615—621; vgl. auch *Taylor*.

138) cit. bei *Isenkrahe*[107b]).

139) Phil. Mag. (4) 45 (1871), p. 321—332.

140) J. de Phys. (2) 5 (1886), p. 165—172.

141) Vgl. *C. Isenkrahe*[107b]); *Maxwell,* Encycl. Brit., 9. edit., Artikel Atom und Scient. Pap. 2, p. 445, Cambridge 1890.

142) Phil. Mag. (5) 5 (1877), p. 45—46.

portionalität zwischen Anziehung und Masse nicht unvereinbar ist, hat *A. M. Bock*[143]) gezeigt.

d) *Bock* hat auf eine weitere Schwierigkeit hingewiesen. Tritt zwischen zwei Massen eine dritte, so wird, wie eine mathematische Behandlung dieses Falls auf Grund der Ätherstosstheorieen zeigt, die Anziehung der beiden Massen wesentlich modifiziert und zwar so, als ob die dritte Masse grössere Permeabilität hätte. Da dieser Fall z. B. für Mond, Erde, Sonne nicht selten eintritt, so müsste das im Laufe der Zeit Störungen von beobachtbarem Betrage geben. Thatsächlich sind aber derartige Störungen nie beobachtet worden.

e) Einen anderen Einwand gegen die Ätherstosstheorien hat schon *Le Sage* besprochen. Bewegt sich irgend ein Körper z. B. ein Planet in einem Äther von der vorausgesetzten Beschaffenheit, so muss er einen Widerstand finden. Ein solcher ist aber bei Planeten nicht beobachtet worden.

Genauer ist die letzte Frage behandelt worden von *Rysánek*, *Bock* und *W. Browne*[144]) auf Grund astronomischer Daten[145]). Da die säkularen Änderungen der Planetenbahnen eine obere Grenze für diesen hypothetischen Widerstand liefern, so gelangt man auf Grund der Ätherstosstheorieen zu einer unteren Grenze für die Geschwindigkeit der Ätheratome, wenn deren Dichte als bekannt angenommen wird. Nimmt man die Dichte von derselben Grössenordnung, wie sie für den Lichtäther geschätzt wurde, so erhält man für die untere Grenze der mittleren Geschwindigkeit enorme Zahlen, *Rysánek* z. B. auf Grund von Berechnungen an der Neptunbahn die Zahl $5 \cdot 10^{19}$ cm/sec.

f) Von den Einwänden, die *P. du Bois-Reymond*[146]) gegen die Ätherstosstheorieen vorgebracht hat, ist besonders einer beachtenswert.

Man denke sich einen ponderabeln abgestumpften Kreiskegel (Querschnitt $ABCD$) und nahe der Spitze desselben eine Molekel α. Die Beschleunigung, welche α gegen den Kegelstumpf erhält, ist nach den Ätherstosstheorieen die Differenz der Wirkung, welche die Ätheratome des Winkelraums ω_1, und derjenigen, welche die Ätheratome des Winkelraums ω_2 auf das Molekül ausüben. Die erstere Wirkung bleibt ungeändert, die zweite wird immer kleiner, wenn R, der Abstand der Grundfläche CD von der Kegelspitze O, grösser wird.

---

143) Diss. München 1891. Schon *Isenkrahe*[107b]) hat diese Frage, aber nicht vollständig, behandelt.

144) Phil. Mag. (5) 10 (1894), p. 437—445.

145) Vgl. auch Nr. 23.

146) Naturw. Rundschau 3 (1888), p. 169—178.

Die Gesamtwirkung bleibt also stets kleiner als die Wirkung der Ätheratome des Winkelraums ω_1.

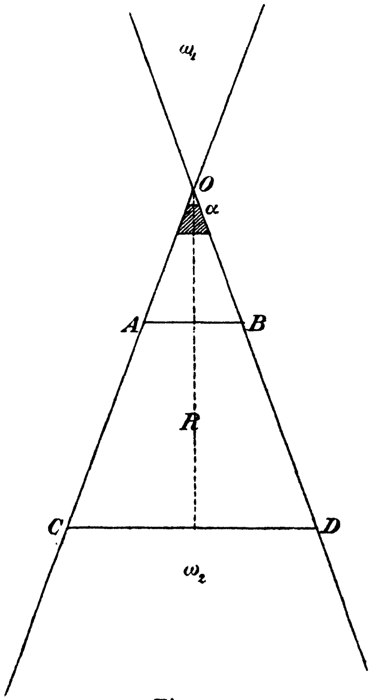


Fig. 1.

Da nun andererseits nach dem *Newton*'schen Gesetz die Anziehung des Kegelstumpfs auf α um so grösser wird, je grösser R ist und über jede angebbare Grösse wächst, wenn von R dasselbe angenommen wird, so giebt es nur zwei Möglichkeiten: entweder vorauszusetzen, dass die Wirkung der Ätheratome im Raum ω_1 auf das Molekül α unendlich gross ist, oder anzunehmen, dass das *Newton*'sche Gesetz nicht mehr gilt für unendlich ausgedehnte Massen [147]).

Diese letztere Annahme hat *Isenkrahe* [148]) dem Einwand von *P. du Bois-Reymond* entgegengehalten. Es bleibt aber die Schwierigkeit, dass man der Wirkung der Ätheratome wenn auch keine unendliche, so doch enorme Grösse zuschreiben muss, was nach anderer Richtung Übelstände im Gefolge hat [149]).

33. Ätherstösse. Einwände und Theorie von Jarolimek. Einen Mangel aller derjenigen Ätherstosstheorieen, welche sich den Äther als ein Gas im Sinne der kinetischen Gastheorie vorstellen, hat *A. Jarolimek* [150]) hervorgehoben. Diese Theorieen rechnen bei Ableitung des Gravitationsgesetzes ohne weiteres mit einer gewissen mittleren Weglänge der Ätheratome und nehmen auf die Verschiedenheit in den Weglängen keine Rücksicht.

Demgegenüber bemerkt *Jarolimek*, dass *für die gegenseitige Anziehung zweier Körpermoleküle nur diejenigen Ätheratome in Betracht kommen können, deren thatsächliche Weglänge grösser ist als der Abstand der beiden Körpermoleküle.* Es kommt also gerade auf die *ab-*

147) Vgl. Abschnitt IV.

148) In dem Buche: Über die Fernkraft und das durch *P. du Bois-Reymond* aufgestellte etc., Leipzig 1889.

149) Auf eine ähnliche Schwierigkeit führt die Felddarstellung (s. Nr. 34).

150) Wien. Ber. 88^2 (1883), p. 897—911.

solute, nicht auf die mittlere Weglänge an. Nimmt man aber auf die Verschiedenheit der absoluten Weglängen Rücksicht, so erhält man unter den sonstigen Voraussetzungen der Ätherstosstheorieen überhaupt nicht das *Newton*'sche Gesetz.

Bezüglich der Annahme von *Isenkrahe*[151]), dass die Körperatome selbst noch ein Aggregat der äusserst feinen Ätheratome seien, macht *Jarolimek* auf eine weitere Schwierigkeit aufmerksam: diese Annahme widerspreche einer mit dem Quadrat der Entfernung abnehmenden Schirmwirkung zweier Körperelemente. Sind nämlich diese identisch mit den Ätheratomen, so kann ein Körperelement ein anderes nur schützen gegen diejenigen Ätheratome, deren Centrum genau in der Verbindungslinie der beiden Körperelemente liegt; die Schirmwirkung würde also von der Entfernung überhaupt nicht mehr abhängen, wenn letztere so gross ist gegen den Radius der Körperelemente, dass diese als dimensionslos betrachtet werden können.

Auf Grund solcher Überlegungen stellt *Jarolimek* folgende Theorie auf. Er behält die Annahme von *Isenkrahe* — die letzten Elemente der Körperatome sind mit den Schwereäther-Atomen identisch — bei. Dadurch wird er von einer Schirmwirkung praktisch überhaupt frei. Zu der Abnahme der Gravitationswirkung nach dem Quadrat der Entfernung gelangt er dann auf folgende Weise: „In dem Weltenraume muss man sich die unendliche Zahl der *herumschwirrenden* Ätheratome in jedem Moment gleichförmig verteilt denken, und muss sich vorstellen, dass von einem Punkte aus die *abprallenden* Atome nach allen Richtungen in geraden Bahnen wegfliegen. Betrachtet man dann ein Kegelbündel, dessen Scheitel in diesem Ausgangspunkte steht und dessen Querschnitt also im quadratischen Verhältnisse mit der Entfernung vom Scheitel steigt, und demnach bei steigender Entfernung auch im quadratischen Verhältnisse *mehr von den gleichverteilten Ätheratomen enthält*, so muss man einsehen, dass die Wahrscheinlichkeit der abprallenden Atome (wovon eine *bestimmte* Zahl das betrachtete Kegelbündel vom Scheitel aus durchfliegt) ein anderes Atom im Weltraum zu treffen, im quadratischen Verhältnisse zu der Entfernung beider steigen muss.

Hieraus folgt aber unmittelbar, dass sich die Anzahl der geradlinig fortschreitenden Atome mit dem Wachsen der Entfernung im quadratischen Verhältnisse vermindert oder mit anderen Worten: *dass der Äther n^2 mal so viel Atome mit den Weglängen r als Atome mit den Weglängen nr enthält*". Es ist also „*in der Ungleichheit der Weg-*

151) Vgl. Nr. **31**.

längen der Äthermoleküle die einfachste Erklärung für das Gravitationsgesetz gegeben".

VI. Zurückführung der Gravitation auf elektromagnetische Erscheinungen.

34. Die Gravitation als Feldwirkung. Bevor wir über die elektromagnetischen Erklärungsversuche berichten, mögen die in dem *Newton*'schen Gesetz enthaltenen Erfahrungsthatsachen durch die Beschreibung des „Gravitationsfeldes" unter Absehung von jeder speziellen Vorstellung über die Natur desselben mathematisch wiedergegeben werden [152]).

Man ist gewohnt, das *Newton*'sche Gesetz als das vornehmste Beispiel einer Fernwirkung anzusehen. Demgegenüber muss betont werden, dass der Inhalt desselben ebenso gut in die folgende, dem Feldwirkungsstandpunkt entsprechende Aussage gefasst werden kann: „*Die Feldstärke der Gravitation ist wirbellos und in denjenigen Raumgebieten, wo keine Massen vorhanden sind, quellenfrei verteilt. Wo aber Massen vorhanden, ist die Divergenz der Feldstärke proportional der dort befindlichen Massendichte* ϱ."

Unter Feldstärke ist dabei die auf die *Masseneinheit* ausgeübte Anziehungskraft verstanden; die auf die *Masse* m_1 ausgeübte Kraft ist m_1-mal so gross wie die Feldstärke. Der Proportionalitätsfaktor für die Divergenz der Feldstärke ist mit $4\pi G$ identisch. Der formelmässige [153]) Ausdruck unserer Beschreibung des Gravitationsfeldes lautet, wenn etwa $\mathfrak{R}$ den Vektor der Feldstärke bedeutet:

$$\operatorname{rot} \mathfrak{R} = 0, \quad \operatorname{div} \mathfrak{R} = 0 \text{ bezw.} = -4\pi G \varrho.$$

Diese Formulierung und die in Nr. 1 gegebene klassische Formulierung sind mathematisch genau äquivalent; insbesondere folgt aus den vorstehenden Differentialgleichungen nach den Sätzen der Potentialtheorie, dass die von einer einzelnen Masse m_2 in der Entfernung r hervorgerufene Feldstärke sich berechnet zu

$$\mathfrak{R} = \operatorname{grad} \frac{m_2 G}{r}.$$

Hieraus ergiebt sich als Grösse der Feldstärke (oder als Betrag derselben in der Richtung von r) in Übereinstimmung mit dem *Newton*'schen Gesetz:

$$|\mathfrak{R}| = \frac{d}{dr} \frac{m_2 G}{r}.$$

---

152) Felddarstellungen besonderer Art geben *G. Helm,* Ann. Phys. Chem. 14 (1881), p. 149; *O. Heaviside,* Electrician 31 (1893), p. 281 u. 359.

153) Wegen der Bedeutung der Vektorensymbole rot, div, grad vgl. den Anfang des 2. Halbbandes V der Encyklopädie.

Insofern bietet die Feldauffassung der Gravitation gegenüber der Fernwirkungsauffassung keinen Vorteil und keinen Nachteil dar. Einen Vorteil würde jene dann gewähren, wenn sich eine endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit für die Gravitationswirkungen mit Sicherheit nachweisen liesse und wenn sich diese insbesondere gleich der Lichtgeschwindigkeit herausstellte. Dann würden die vorstehenden Differentialgleichungen der stationären Gravitationswirkung auf den Fall einer zeitlich veränderlichen Gravitationswirkung zu erweitern sein, was nach dem Vorbilde der elektromagnetischen Gleichungen ungezwungen geschehen könnte. Andererseits bringt die Feldauffassung auch eine ernstliche Schwierigkeit mit sich, auf welche *Maxwell*[154]) aufmerksam gemacht hat. Fragt man nämlich nach der Gravitationsenergie, welche in einem Volumenteilchen dS des Feldes enthalten ist, so muss diese, damit man *Anziehung* gleichnamiger Massen erhält, in der Form angesetzt werden

$$\left(C - \frac{1}{2}\, a\,|\mathfrak{R}|^2\right) dS;$$

die Konstante a ist dabei mit $1/4\pi G$ identisch. Die Konstante C müsste, damit sich für die Gravitationsenergie durchweg ein positiver Wert ergiebt, grösser gewählt werden als $\frac{a}{2}|\mathfrak{R}'|^2$, wo $|\mathfrak{R}'|$ den grössten Betrag der Feldstärke an irgend einer Stelle des Weltalls bedeutet. Hieraus aber würde folgen, dass an den Stellen verschwindender Feldstärke, also z. B. zwischen Erde und Sonne an derjenigen Stelle, wo sich Sonnen- und Erdanziehung gerade kompensieren, der Energieinhalt des Raumes die enorme Grösse C pro Volumeinheit haben müsste. *Maxwell* fügt hinzu, dass er sich unmöglich ein Medium von dieser Eigenschaft vorstellen könnte.

35. Elektromagnetische Schwingungen. Die schon unter Nr. 29 besprochene Vermutung, die Gravitation könnte ihre Ursache in Ätherschwingungen haben, ist von *H. A. Lorentz*[92]) geprüft worden unter folgenden Annahmen:

a) Die gravitierenden Moleküle bestehen aus Ionen, welche eine elektrische Ladung besitzen.

b) Die Ätherschwingungen sind elektromagnetische Schwingungen, deren Wellenlänge klein ist gegen alle diejenigen Abstände, in denen das *Newton*'sche Gesetz noch gültig ist.

Lorentz kommt zu dem Resultat: eine Anziehung ist unter diesen Voraussetzungen nur dann möglich, wenn fortgesetzt elektromagne-

154) Lond. Trans. 155 (1865), p. 492 = Scient. Papers 1, p. 570, Cambridge 1890.

tische Energie in die Volumelemente, in welchen sich gravitierende Moleküle befinden, einströmt. Werden die Annahmen so abgeändert, dass ein solches Verschwinden elektromagnetischer Energie vermieden wird, so erhält man auch keine anziehenden Kräfte. Aus diesem Grunde verwirft *Lorentz* selbst diese Theorie und schliesst sich im weiteren Verlauf seiner Betrachtung der *Mossotti-Zöllner*'schen Auffassung an (s. u.).

36. Die Mossotti'sche Annahme und ihre moderne Ausbildung. In ganz anderer Richtung ist von *O. F. Mossotti*[155]) im Anschluss, wie es scheint, an Aepinus, versucht worden die Gravitation auf elektrische Kräfte zurückzuführen. Er nimmt an, dass zwischen zwei Körpermolekülen und ebenso zwischen zwei „Ätheratomen" eine Abstossung stattfindet, dass aber zwischen einem Körpermolekül und einem Ätheratom eine Anziehungskraft besteht, welche die Abstossung zweier Körpermoleküle oder zweier Ätheratome überwiegt. Diese Annahme liefert eine Anziehung von zwei in Äther eingebetteten Körpermolekülen, wie sie das *Newton*'sche Gesetz verlangt.

Vereinfacht wurde diese Idee von *F. Zöllner*[156]). Er denkt sich jedes gravitierende Molekül oder Atom aus einem negativ und einem positiv geladenen Teilchen bestehend und nimmt an, dass die Abstossung von zwei gleichartigen Ladungen geringer sei als die Anziehung von zwei gleich grossen ungleichartigen.

Eine mathematische Behandlung hat diese *Zöllner*'sche Anschauung durch *W. Weber*[157]) auf Grundlage von dessen elektrodynamischem Grundgesetz gefunden. Sie ist erst kürzlich durch *H. A. Lorentz*[92]), mit Benutzung der von ihm verallgemeinerten *Maxwell*'schen Gleichungen, für bewegte Körper durchgeführt worden (vgl. Nr. 22). An die *Lorentz*'sche Anschauung schliesst sich eine Arbeit von *W. Wien*[158]) an. Vgl. über diese neueste Phase des Gravitationsproblems den Schluss von Art. 14 dieses Bandes.

So sympathisch man heutzutage gerade den elektromagnetischen Erklärungsversuchen gegenüberstehen wird, so muss man, zumal der Gegenstand noch wenig durchgearbeitet ist, zunächst abwarten, ob sich von hieraus greifbare Vorteile für das Verständnis der Gravi-

---

155) Sur les forces qui régissent la constitution intérieure des corps, Turin 1836.

156) Erklärung der universellen Gravitation aus den statischen Wirkungen der Elektrizität, Leipzig 1882.

157) Vgl. *F. Zöllner*[156]).

158) Über die Möglichkeit einer elektromagnetischen Begründung der Mechanik, Arch. Néerl. 1900.

tationswirkung und für die Hebung noch bestehender Schwierigkeiten ergeben. Nach Nr. 22 hat es nicht den Anschein, als ob in dieser Richtung durch die elektromagnetische Auffassung viel gewonnen werden könnte.

Einstweilen wird man die vorstehenden Betrachtungen dahin zusammenfassen müssen, dass alle Versuche, die Gravitation in befriedigender Weise an andere Erscheinungsgebiete anzuschliessen, als misslungen oder als noch nicht hinreichend gesichert anzusehen sind. Damit ist man aber am Anfang des 20. Jahrhunderts wieder zum Standpunkt des 18. Jahrhunderts zurückgekehrt, zu dem Standpunkt, die Gravitation als eine Fundamentaleigenschaft aller Materie anzusehen.

(Abgeschlossen im August 1901.)