

Werk

Titel: Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen

Jahr: 1903

Kollektion: Mathematica

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN360709532

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360709532>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360709532>

LOG Id: LOG_0008

LOG Titel: 1. Maß und Messen. Von C. RUNGE in Hannover. (Abgeschlossen im Januar 1902.)

LOG Typ: chapter

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN360504019

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360504019>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360504019>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

V 1. MAASS UND MESSEN.

VON

C. RUNGE

IN HANNOVER.

Inhaltsübersicht.

1. Die Messungsskalen.
2. Indirekte Vergleichung oder Messung.
3. Die Beziehungen zwischen den Einheiten verschiedenartiger Grössen.
4. Die Messung der Zeit.
5. Die Messung der Länge.
6. Die Wellenlänge als Längenmaass.
7. Die Messung der Masse.
8. Die Beziehungen zwischen den Einheiten der Zeit, der Länge und der Masse.
9. Das absolute Maasssystem.
10. Abarten des absoluten Maasssystems. Das technische Maasssystem.
11. Die praktischen Einheiten.

Litteratur.

- C. F. Gauss*, Intensitas vis magneticae ad mensuram absolutam revocata. Göttingen 1832, Werke 5, p. 81—118 u. Erdmagnetismus und Magnetometer, 1836; *ibid.*, p. 313—344, insbes. p. 325.
- J. Clerk Maxwell*, Treatise on Electricity and Magnetism 1, Art. 1 bis 6; 2, Art. 620 bis 629. 2. Aufl. Cambridge 1881.
- F. W. Bessel*, Darstellung der Untersuchungen und Maassregeln, welche in den Jahren 1835 bis 1838 durch die Einheit des preussischen Längenmaasses veranlasst worden sind, Berlin 1839.
- Mechain et Deslambre*, Base du système métrique décimal, Paris 1806, 1807, 1810, 3 Bde.
- J. D. Everett*, Units and physical Constants, London 1879.
- G. Bigourdan*, Le système métrique des poids et mesures, Paris 1901, 2 Bde.
- F. Kohlrausch*, Leitfaden der praktischen Physik, 9. Aufl. Leipzig 1900.
- C. E. Guillaume*, Les unités de mesure: Rapports présentés au congrès international de physique, p. 78—100. Paris 1900.
- J. R. Benoît*, De la précision dans la détermination des longueurs en métrologie. Rapports présentés au congrès international de physique, p. 30—77, Paris 1900.
- B. Weinstein*, Handbuch der physikalischen Maassbestimmungen, Berlin 1886, 1888, 2 Bde.

Die folgenden Zeitschriften sind der Hauptsache nach dem Gegenstande dieses Artikels gewidmet:

Comité international des Poids et Mesures. Procès-Verbaux des séances de 1875/76—1900, Paris, 22 Bde.

Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures, 11 Bde, 1. Bd. Paris 1881.

Metronomische Beiträge, herausg. von der kaiserlichen Normal-Aichungs-Kommission, Heft 1—7, Berlin 1870—1875.

Wissenschaftliche Abhandlungen der kaiserlichen Normal-Aichungs-Kommission (Fortsetzung der metronomischen Beiträge). Berlin, in zwanglosen Bdn.

Mitteilungen der kaiserlichen Normal-Aichungs-Kommission. 1886—1902. Berlin.

Verhandlungen der allgemeinen Konferenzen der internationalen Erdmessung, Berlin von 1884 an.

Veröffentlichungen des kgl. preussischen Geodätischen Institutes, Berlin.

1. Die Messungsskalen. Die Beschreibung wenig bekannter Erscheinungen besteht in ihrer Vergleichung mit besser bekannten. Wenn der Grad einer Eigenschaft mitgeteilt werden soll, so geschieht es dadurch, dass man einen bekannten Fall angiebt, bei dem die Eigenschaft in demselben oder nahezu demselben Grade auftritt oder besser zwei bekannte Fälle, wo die Eigenschaft das eine Mal in geringerem, das andere Mal in stärkerem Grade auftritt. Dazu müssen zwei Voraussetzungen erfüllt sein. Erstens muss man entscheiden können, in welchem von zwei gegebenen Fällen die Eigenschaft in höherem Grade vorhanden ist, und zweitens muss in den zum Vergleich herangezogenen Fällen der Grad der Eigenschaft unverändert festgehalten werden. Im allgemeinen wird keine der beiden Voraussetzungen in aller Strenge zutreffen. Die Unvollkommenheit unserer Sinne wird es verhindern, sehr geringe Unterschiede noch zu erkennen, und wir werden uns keine Sicherheit verschaffen können, dass bei dem Vergleichsobjekt eine Eigenschaft in unverändertem Grade beibehalten wird.

Ordnet man eine Reihe von Körpern nach dem Grade, in dem bei ihnen eine gewisse Eigenschaft auftritt, und denkt man sich die Unterschiede so gering, dass sie eben noch mit Sicherheit wahrnehmbar sind, so bietet sich für die Unveränderlichkeit eine gewisse Gewähr darin, dass ein Körper seine Stellung in der Reihe unverändert beibehält. Ändert sich die Stellung eines Körpers in der Reihe, während alle übrigen sie unverändert beibehalten, so wird man, wenn keine andern Gründe vorliegen, die Annahme vorziehen, dass der eine Körper sich geändert hat.

Durch eine solche als unverändert angesehene Reihe von Körpern oder von Fällen, in denen eine Eigenschaft auftritt, ist es nun mög-

lich, den Grad einer Eigenschaft durch Zahlen zu bezeichnen, indem man jener Reihe die Reihe der ganzen Zahlen zuweist und nun einen beliebig gegebenen Grad dadurch bezeichnet, dass man die beiden Zahlen angiebt, die den beiden benachbarten Fällen entsprechen, oder die Zahl des Falles, dessen Grad von dem gegebenen nicht mehr unterschieden wird.

So geschieht z. B. die Abschätzung der Intensitäten der Linien eines Spektrums, indem man in einem gegebenen Spektrum von der schwächsten zur stärksten Linie eine Reihenfolge von Linien verschiedener Intensitätsgrade auswählt und die übrigen in diese Reihe einordnet. Selbst wenn die Abstufungen nicht zahlreich und die Intensitätsvergleiche unsicher ist, so kann man einer solchen Bestimmung einen gewissen Wert für die Beschreibung der Erscheinungen doch nicht absprechen¹⁾. Ein anderes Beispiel bietet die *Mohs'sche Härteskala*²⁾.

Diese Art den Grad einer Eigenschaft durch eine Zahl zu bezeichnen, ist jeder beliebigen Verfeinerung fähig. Sobald durch verbesserte Methoden noch geringere Abstufungen mit Sicherheit unterschieden werden, so lassen sich in die Reihe andere Fälle einschieben. Werden für die ursprüngliche Reihe die ganzen Zahlen beibehalten, so können wir etwa, wenn durch die neu eingeschobenen Fälle jedes der vorigen Intervalle in zehn kleinere zerlegt wird, diesen die ganzen Zahlen und das betreffende Zehntel zuweisen. Eine unbegrenzte Verfeinerung würde jedem Grade eine und nur eine bestimmte rationale oder irrationale Zahl zuweisen. Diese ein-eindeutige Abbildung ist nur darin nicht willkürlich, dass von zwei Graden dem stärkeren Grade auch die grössere Zahl entsprechen muss. Irgend eine andere Gradskala müsste also eine ein-eindeutige Abbildung der ersten Skala sein, die nur die Voraussetzung zu erfüllen braucht, *dass von zwei Zahlen der grösseren Zahl auch in der Abbildung die grössere entspricht*.

Man wird die Willkürlichkeit der Abbildung einschränken, wenn man nicht nur definieren kann, was darunter verstanden wird, dass ein Körper die Eigenschaft in stärkerem oder schwächerem Grade besitze als ein anderer, sondern auch definiert, was darunter verstanden sein soll, dass der Unterschied in den Graden zweier Fälle grösser oder kleiner sei als der Unterschied in den Graden zweier andern Fälle.

Sobald eine solche Definition vorliegt, kann man die Abbildung

1) *H. Kayser*, Handbuch der Spektroskopie. Einleitung, p. XXII. Leipzig 1900.

2) *F. Mohs*, Naturgeschichte des Mineralreiches, p. 331, Wien 1832. Härtegrade: 1. Talk, 2. Steinsalz oder Gyps, 3. Kalkspath, 4. Flussspath, 5. Apatit, 6. Orthoklas, 7. Quarz, 8. Topas, 9. Korund, 10. Diamant.

so einrichten, dass wenn die Unterschiede zweier Gradpaare einander gleich sind, auch die Unterschiede der entsprechenden Zahlenpaare einander gleich sind. Man lässt zu dem Ende zwei beliebigen Intensitätsgraden zwei willkürliche Zahlen A und B ($A < B$) entsprechen nur so, dass dem stärkeren Grade die algebraisch grössere Zahl B zukommt. Ein dritter Intensitätsgrad werde dann mit Hülfe der gegebenen Definition ausgesucht, der gegen den stärkeren der ersten beiden denselben Unterschied aufweist wie diese. Diesem Intensitätsgrad wird die Zahl $B + (B - A)$ zugewiesen u. s. w. nach oben und nach unten. Auf diese Weise erhält man eine Reihe von äquidistanten Zahlen, denen Intensitätsgrade mit gleichen Unterschieden entsprechen. In ähnlicher Weise kann man durch die gegebene Definition des grösseren oder kleineren Unterschiedes zwischen je zwei aufeinander folgenden Graden eine beliebige Anzahl einschalten, von denen je zwei aufeinander folgende den gleichen Unterschied haben. Diesen lässt man die Zahlen entsprechen, die das betreffende Zahlenintervall in ebenso viel gleiche Teile teilen.

Durch die beiden Definitionen des stärkeren oder schwächeren Grades und des grösseren oder kleineren Gradunterschiedes ist die Willkürlichkeit der Abbildung bis auf die Wahl der beiden Zahlen A und B bestimmt. *Alle jetzt noch möglichen Abbildungen sind offenbar einander ähnlich* und unterscheiden sich nur noch durch die Lage des Nullpunktes und die Grösse des Maassstabes oder, was dasselbe ist, durch den Intensitätsunterschied, welcher dem Zahlenunterschiede 1 entspricht. Die Zahl, die einem beliebigen Intensitätsgrade entspricht, drückt seinen Unterschied gegen den der Null entsprechenden Intensitätsgrad aus, gemessen durch den Intensitätsunterschied 1.

In manchen Fällen ist die zweite Definition schon mit der ersten gegeben, wenn nämlich der Unterschied der beiden Grössen sich wieder als eine Grösse derselben Art darstellt, wie z. B. bei der Länge von graden Linien oder von Kreisbögen desselben Radius oder bei Drehungen (Winkeln).

2. Indirekte Vergleichung oder Messung. Es ist nicht notwendig, dass man im Stande sei, die Intensitätsgrade direkt zu vergleichen. Es kann auch *indirekt* geschehen, indem man irgend eine mit der zu messenden in Verbindung stehende Eigenschaft oder Wirkung beobachtet. Nur muss die Intensität der ersten eine eindeutige Funktion der Intensität der zweiten sein. Ebenso kann man die Definition des grösseren oder kleineren Intensitätsunterschiedes auf eine mit der ersten in Verbindung stehende Eigenschaft oder Wirkung gründen.

So kann z. B. die Definition für die Vergleichung von Temperaturen und Temperaturunterschieden auf die Ausdehnung des Quecksilbers gegründet werden. Zwei Temperaturen werden danach gleich genannt, wenn ein gegebenes Quantum Quecksilber bei beiden Temperaturen unter demselben Druck dasselbe Volumen besitzt. Zwei Temperaturunterschiede werden gleich genannt, wenn für beide die Volumänderung des Quecksilbers die gleiche ist. Diese Definition zeigt sich von dem Quantum des Quecksilbers unabhängig, weil ein gleiches Quantum sich unter den gleichen Bedingungen ebenso ausdehnt und das Zusammengiessen beider Quanta in ihrer Ausdehnung keine Änderung bewirkt. Willkürlich bleiben dann nur noch der Nullpunkt der Temperatur und die Einheit des Temperaturunterschiedes. Statt des Quecksilbers kann man auch einen anderen Körper z. B. Luft oder Wasserstoff bei irgend einem festgesetzten Druck wählen. Das würde aber eine andere Definition der Temperatur sein, und durch Versuche kann die eine Skala auf die andere abgebildet werden³⁾. Die Luftskala würde einen grösseren Temperaturumfang definieren als die Quecksilberskala und die Wasserstoffskala abermals einen grösseren Umfang, wenn man das Quecksilber nur soweit es flüssig ist und Luft und Wasserstoff nur soweit sie gasförmig sind, verwendet. Wenn eine Skala gegen ihre Grenzen hin grössere Abweichungen von den umfassenderen Skalen zeigt, so wird man dazu neigen, die umfassenderen vorzuziehen. Das Comité international des poids et mesures hat im Jahre 1887 entschieden, das Wasserstoffthermometer zur Definition der Temperatur zu nehmen. Als feste Punkte dienen die Temperatur des schmelzenden Eises und die Temperatur des Dampfes von destilliertem Wasser unter dem normalen⁴⁾ atmosphärischen Drucke. Der Druck des Wasserstoffs ist dabei auf ein Meter Quecksilbersäule festgesetzt. Statt durch das Volumen bei konstantem Druck kann man die Temperatur auch durch den Druck des Wasserstoffs bei konstantem Volumen definieren und erhält, wenn man bei 0° den Druck gleich ein Meter Quecksilbersäule macht⁵⁾, nach den Versuchen von *Chappuis*³⁾ dieselbe Skala. Eine noch umfassendere Skala würde Helium bilden⁶⁾.

3) *P. Chappuis*, Rapports prés. au Congrès international de Physique 1, p. 131 u. f., Paris 1900.

4) Unter dem normalen atmosphärischen Drucke ist verstanden der Druck einer Quecksilbersäule von 760mm Höhe und der Dichte 13,5953, die der normalen Intensität der Schwere unterworfen ist. Die normale Intensität der Schwere ist gleich der Intensität im Bureau international dividirt durch 1,0003322.

5) Der Druck ist also 1000/760 des normalen atmosphärischen Druckes.

6) *J. Dewar*, Lond. R. Inst. Proc. 1899, p. 1.

Eine andere Definition der Temperatur kann man auf die Strahlungsenergie eines schwarzen Körpers gründen. Danach heissen zwei Temperaturen einander gleich, wenn die Energie der Strahlung, welche ein Oberflächenteil des schwarzen Körpers von gegebener Fläche in gegebener Zeit in einen gegebenen Raum entsendet, bei beiden Temperaturen die gleiche ist. Zwei Temperaturunterschiede sollen gleich heissen, wenn die Unterschiede der Strahlungsenergieen einander gleich sind. Damit ist die Temperaturskala bis auf den Nullpunkt und den Wert der Skaleneinheit definiert. Vergleicht man diese Skala mit der Skala des Wasserstoffthermometers, so ergibt sich, dass sie keineswegs ähnliche Abbildungen von einander sind. Es zeigt sich aber, dass bei geeigneter Annahme der Nullpunkte die Abbildung durch eine einfache rechnerische Beziehung der entsprechenden Zahlen dargestellt wird, soweit die Beobachtungen reichen. Die Zahlen des Wasserstoffthermometers sind bei geeigneter Annahme der Nullpunkte sehr nahe proportional den vierten Wurzeln aus den Zahlen der Skala der Strahlungsenergieen. Wenn man hier also die vierten Wurzeln zur Definition der Temperatur verwendet, so bleibt man mit der Skala des Wasserstoffthermometers in Übereinstimmung und hat zugleich den Vorteil der umfassenderen Skala, welche die Beobachtung der Strahlungsenergieen gewährt. Die praktische Verwendung dieses Gedankens ist möglich geworden, seitdem man die Abhängigkeit der Strahlungsenergie von der Wellenlänge sowohl wie von der Temperatur kennt. Man kann darnach allein durch Helligkeitsmessungen in der gleichen Farbe die Temperatur des strahlenden Körpers bestimmen⁷⁾.

Viele andere Wirkungen der Temperatur auf die Körper können zur Definition der Temperatur verwendet werden. So sind z. B. sehr zweckmässige Instrumente auf die Änderung gegründet, die der elektrische Widerstand eines Metalldrahtes durch die Temperatur erfährt⁸⁾. Auch der Zusammenhang der Temperatur mit der Drehung der Polarisationssebene im Quarz, mit der Doppelbrechung von Kristallen, mit der Diffusion der Gase durch poröse Wände, mit dem Brechungsindex der Gase, mit der in einem Körper vorhandenen Wärmemenge, mit der elektromotorischen Kraft zwischen verschiedenen erwärmten Lötstellen sind zur Bestimmung der Temperatur verwendet worden⁹⁾.

7) *F. Paschen* und *H. Wanner*, Berl. Ber. 1899, p. 5; *H. Wanner*, Ann. d. Physik 2 (1900), p. 141 und Physikal. Zeitschr. 1 (1900), p. 226 u. 3 (1901), p. 112; *L. Holborn* und *F. Kurlbaum*, Berl. Ber. 1901, p. 712.

8) *H. L. Callendar* und *E. H. Griffiths*, Lond. Trans. 182 A (1891), p. 43—71 und p. 119—157.

9) *C. Barus*, Rapp. prés. au Congrès internat. de Physique 1, Paris 1900, p. 148.

Die gleiche Bemerkung gilt von der Messung jeder beliebigen Eigenschaft. Ja man kann sagen, dass im allgemeinen nicht die Eigenschaft selbst in ihrer direkten Wirkung auf unsere Sinne zur Messung verwendet wird, sondern dass in der Regel ein Zustand wahrgenommen wird, der infolge der zu messenden Eigenschaften an einem andern Körper eintritt. Die Messung ist in der Regel mit einer *Längenmessung* verbunden, es wird gewöhnlich *das Resultat der eigentlichen Messung* an einer *linearen Skala abgelesen*. So wird z. B. bei einer feinen Wägung schliesslich die Ruhelage des Zeigers durch die Beobachtungen der Umkehrpunkte auf der Skala bestimmt, die Messung des Zeitpunktes, in dem ein Sternbild den Faden im Okular eines Fernrohrs passiert, geschieht nach der Registriermethode auf der Trommel des Chronographen durch Ausmessung von Längen, die Bestimmung eines elektrischen Widerstandes mit der Wheatstone'schen Brücke ergibt sich aus der Stellung des Kontaktes auf dem Draht, der den veränderlichen Widerstand darstellt. Während der Messungsoperation können aber sehr wohl auch die Wahrnehmungen der übrigen Sinne ins Spiel kommen. Man kann z. B. im Telephon das Verschwinden eines Wechselstroms durch das Ohr bestimmen. Bei der Zeitbestimmung nach der „Aug' und Ohr“-Methode wird ein mit dem Auge wahrgenommenes Ereignis in die mit dem Ohr aufgefasste Zeitskala interpoliert; oder es wird umgekehrt die mit dem Ohr aufgefasste Skala in das Gesichtsfeld projiziert, indem man sich die entsprechenden Orte des Sternbildes als Skalenabteilungen vorstellt. Geruch und Geschmack werden bei chemischen Analysen unter Umständen verwendet, ebenso der Tastsinn z. B. um durch das seifige Gefühl einer Lösung das Auftreten einer Lauge festzustellen. Weitaus häufiger wird aber auch hier das Auge verwendet z. B. um an der Trübung oder Färbung einer Lösung die Gegenwart gewisser Stoffe zu erkennen.

3. Die Beziehungen zwischen den Einheiten verschiedenartiger Grössen. Durch den Umstand, dass man die Eigenschaft eines Körpers nicht unmittelbar misst, sondern durch eine sekundäre Wirkung, die durch sie verursacht wird, ergibt sich eine Beziehung zwischen der für diese Eigenschaft festzusetzenden Einheit und der bei der Messung dieser Wirkung festgesetzten Einheit oder Einheiten. Eine Geschwindigkeit z. B., mit der ein Körper sich bewegt, kann gemessen werden durch die Länge des Weges, der in einer gewissen Zeit zurückgelegt wird. Indem man die Einheit der Geschwindigkeit so definiert, dass dabei in der Zeiteinheit die Einheit der Weglänge zurückgelegt wird, stellt man eine Beziehung zwischen diesen drei Einheiten auf, sodass

nur zwei von ihnen willkürlich sind. *Eine Notwendigkeit so zu verfahren liegt nicht vor.* Man könnte, abgesehen von praktischen Schwierigkeiten, die Geschwindigkeit auch durch andere mit ihr verbundene Veränderungen messen, z. B. durch den Widerstand, den ein bestimmter Körper erfährt, wenn er sich mit der betreffenden Geschwindigkeit durch ein bestimmtes Medium bewegt oder durch den Stoss, den eine bestimmte Masse ausübt, wenn sie mit der betreffenden Geschwindigkeit auf eine andere ruhende Masse stösst, oder durch die Wärmemenge, welche von der Masseneinheit des Körpers entwickelt wird, wenn man ihn bremst. Vielmehr sind es praktische Gründe, die uns veranlassen, die Einheit der Geschwindigkeit auf die Einheit der Länge und der Zeit zurückzuführen. Erstens lässt sich auf diese Weise die Geschwindigkeit genau bestimmen und zweitens lässt sich die so bestimmte Einheit an einem andern Orte und zu einer andern Zeit mit Genauigkeit wiederherstellen, sodass auf diese Weise zwei Geschwindigkeiten auch an weit auseinanderliegenden Orten und zu weit auseinanderliegenden Zeiten mit Genauigkeit mit einander verglichen werden können. Als Einheiten, die sich besonders genau reproduzieren und unveränderlich aufheben lassen, hat man die Einheiten der Zeit, der Länge und der Masse erkannt. Sobald daher die Einheit irgend einer messbaren Grösse auf jene drei Einheiten genau bezogen werden kann, so ist sie auch genau reproduzierbar und unveränderlich aufzubewahren.

4. Die Messung der Zeit. Was zunächst die Zeit betrifft, so ist sie uns durch die Umdrehung der Erde gegeben, bei der wir keine Ungleichmässigkeit in der Dauer einer Umdrehung wahrzunehmen vermögen. Allerdings muss durch die Reibung der Flutwelle die kinetische Energie der Erde allmählich sich vermindern, während durch die Abkühlung der Erde eine Zusammenziehung eintritt. Das erste würde für sich eine Verminderung, das zweite eine Vergrösserung der Umdrehungsgeschwindigkeit zur Folge haben, und es ist unwahrscheinlich, dass beide Ursachen sich grade aufheben sollten. Eine Umdrehung wird durch die Beobachtung eines Gestirns erkannt, das relativ zur Erde nach Vollendung einer Umdrehung wieder dieselbe Stellung einnehmen muss, wenn man von der fortschreitenden Bewegung der Erde und des Gestirns absehen kann. Bruchteile einer Umdrehung werden bestimmt durch die Messung der Stundenwinkel eines Gestirns, d. i. der Winkel, welche eine durch die Erdaxe und das Gestirn gelegte Ebene mit der Meridianebene des Beobachtungsortes bildet. In dem sphärischen Dreieck, das von dem Gestirn, dem

Pol und dem Zenith des Ortes gebildet wird, ist dies der Winkel am Pol. Man hat von diesem Dreieck drei Bestimmungsstücke zu kennen, um die übrigen zu berechnen. Man misst z. B. die Polhöhe, den Polabstand des Gestirnes (am besten durch Beobachtung seiner Höhe beim Meridiandurchgang) und die Zenithdistanz des Gestirns zur Zeit der Beobachtung. Die Zeit einer Umdrehung kann auch durch eine Uhr in Unterabteilungen geteilt werden. Von der Genauigkeit, mit welcher dies durch eine gute Pendeluhr geschieht, giebt eine Untersuchung von *Tisserand*¹⁰⁾ einen Begriff. Durch Beobachtung von Sterndurchgängen stellte er fest, dass die Hauptuhr des Pariser Observatoriums bei geeigneter Fehlerkorrektion die Zeit während 143 Tagen etwa auf 0,3 Sekunden genau abzulesen gestattet. Bei etwa 12 Millionen Pendelschwingungen beträgt also die Fehlergrenze nicht mehr als ein Drittel einer Pendelschwingung. Bei kleineren Zeiten können die von der Uhr herrührenden Fehler als wesentlich kleiner angenommen werden. Die Zeit zwischen den Kulminationen zweier Sterne, d. i. also die Differenz ihrer Rektascensionen, wird mit einer Genauigkeit von einigen Hundertsteln Sekunden gemessen¹¹⁾. Bei der Zeitbestimmung, wie sie bei der Bestimmung geographischer Längenunterschiede gemacht wird, erreicht man Genauigkeiten eines Sterndurchganges von $\pm 0,03^{\text{sec}}$ (mittlerer Fehler)¹²⁾. Bei physikalischen Untersuchungen sowie im bürgerlichen Leben wird die Zeiteinheit von dem mittleren Sonntag, d. i. der mittleren Zeit zwischen zwei Durchgängen der Sonne durch den Meridian abgeleitet. Wegen der Bewegung der Erde um die Sonne beobachtet man eine scheinbare Bewegung der Sonne relativ zu den Sternen. Dadurch kommt es, dass der mittlere Sonntag nicht mit dem Sterntag identisch ist. Rechnet man ein Jahr von einer Frühlings-Tag- und Nachtgleiche bis zur nächsten, so ist die Zahl der mittleren Sonnentage, die auf ein Jahr gehen, um 1 geringer als die Zahl der Sterntage und im gleichen Verhältnis ist der mittlere Sonntag länger. Bei der Messung kleiner Zeitintervalle ist der relative Fehler erheblich grösser, wenn auch natürlich der absolute Fehler herabgedrückt werden kann. Zeiten von etwa $2 \cdot 10^{-8}$ Sekunden sind von *E. Wiechert* mit Hülfe elektrischer Wellen noch mit einer Genauigkeit von etwa 30 Prozent gemessen worden¹³⁾.

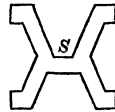
10) *F. Tisserand*, Paris C. R. 122 (1896), p. 646—651.

11) Vgl. z. B. *Fr. Cohn*, Astr. Nachr. 157 (1902), Nr. 3766—67.

12) Veröffentl. d. kgl. preuss. geodät. Inst., astronomisch-geodätische Arbeiten 1. Ordnung. Neue Folge 5 (1901), p. 54.

13) *E. Wiechert*, Ann. Phys. Chemie 69 (1899), p. 739; vgl. auch *H. Abraham* u. *J. Lemoine*, J. de Phys. (3) 9 (1900), p. 262.

5. Die Messung der Länge. Um die Einheit der Länge so zu definieren, dass sie unveränderlich erhalten bleibt, hat man daran gedacht, sie auf die Erddimensionen zu gründen und den zehnmillionsten Teil des Erdquadranten zur Einheit zu machen. Es hat sich indessen gezeigt, dass die Genauigkeit, mit der die Längen zweier geeigneten Strichmaasse mit einander verglichen werden können und die Sicherheit, mit der sie voraussichtlich ihre Länge bewahren, viel grösser ist, als die Genauigkeit, mit der man den zehnmillionsten Teil des Erdquadranten bis jetzt bestimmen kann. Infolge dessen wird jetzt die Einheit der Länge nicht durch die Erddimension, sondern durch ein bestimmtes Strichmaass definiert. Für die 22 Staaten, welche der Meterkonvention beigetreten sind, wird das Strichmaass in Sèvres bei Paris aufbewahrt. Seine Länge ist so genau wie möglich mit der Länge des „mètre des archives“ zur Übereinstimmung gebracht, des Längenmaasses, welches die französische Regierung am Ende des 18. Jahrhunderts als Verwirklichung des zehnmillionsten Teiles des Erdquadranten hat herstellen lassen. Es besteht aus einer Legierung von Platin mit 10 Prozent Iridium, einem Stoffe, der unveränderlich ist, grosse Härte, einen grossen Elastizitätsmodul und einen geringen Ausdehnungskoeffizienten besitzt. Der Querschnitt ist von der Form



und ist so eingerichtet, dass sein Schwerpunkt bei *S* liegt¹⁴⁾. Mit dieser Form werden zwei Ziele erreicht. Erstens fällt, wenn der Stab auf zwei horizontalen Schneiden aufliegt, der ebene Teil der Oberfläche des Stabes, in der die Schwerpunkte der Querschnitte liegen, in die Schicht der neutralen Fasern, die ihre Länge bei der Verbiegung des Stabes durch seine eigene Schwere unverändert beibehalten, und zweitens ist das Trägheitsmoment in Bezug auf die neutrale Axe des Querschnitts im Verhältnis zur Fläche des Querschnitts gross, sodass der Widerstand gegen Verbiegung für die gegebene Masse des Stabes gross ist. Die Striche, deren Abstand die Länge definiert, sind auf die Fläche der neutralen Fasern geritzt. Wenn der Stab an zwei Stellen unterstützt ist, die gleich weit von seiner Mitte und 0,5594 seiner Länge von einander entfernt sind, so

14) *J. R. Benoit*, Rapp. présentés au Congrès internat. de Physique 1, p. 50, Paris 1900.

ist, wie *Bessel*¹⁵⁾ gezeigt hat, die Durchbiegung am geringsten. Als dann ist der Unterschied zwischen der Länge der neutralen Fasern und ihrer horizontalen Projektion für die Strecke des ganzen Meters auf $4 \cdot 10^{-7}$ mm berechnet, was auch für die feinsten jetzt ausführbaren Messungen vernachlässigt werden kann¹⁶⁾. Zugleich mit diesem Maass sind dreissig andere in derselben Weise ausgeführt worden und sowohl unter einander als mit dem Definitionsmaass verglichen worden. Der wahrscheinliche Fehler, mit dem die Länge jedes dieser Maasse durch das Definitionsmaass ausgedrückt ist, beträgt $4 \cdot 10^{-5}$ mm¹⁷⁾. Durch diese weiteren Kopieen, die an die verschiedenen Staaten verteilt sind, ist die Längeneinheit in alle Weltteile gebracht und zugleich ihre Erhaltung so gut wie möglich gewährleistet.

Die Vergleichung zweier Strichmaasse geschieht dadurch, dass die beiden Enden eines der beiden Maassstäbe unter zwei sehr fest fundierte mit Mikrometern versehene Mikroskope gebracht werden (Komparator). Die Mikrometer werden auf die die Länge definierenden Striche eingestellt und abgelesen. Unmittelbar darauf wird der zweite Maassstab unter dieselben beiden Mikroskope gebracht und die Mikrometer werden ebenso auf seine Striche eingestellt und abgelesen. Die Differenzen der Mikrometerablesungen geben die Differenz der Länge der beiden Maasse. Das messende Instrument besteht daher in den Schrauben der beiden Mikrometer. In den Mikrometern wendet man nicht mehr wie früher ein Fadenkreuz sondern zwei Parallelfäden an, zwischen die das Bild des Striches eingestellt wird. Man stellt ein auf die gleiche Helligkeit der beiden Zwischenräume zwischen Strich und Fäden. Wenn die Parallelfäden sehr nahe neben einander liegen, so ist das Auge sehr empfindlich für eine Ungleichheit in den Lichtmengen, die es von den beiden Zwischenräumen empfängt. Sehr wichtig ist bei dem ganzen Verfahren, dass die Temperatur der Stäbe dieselbe sei. Man kann zu dem Ende den ganzen Komparator bis auf die Okulare der Mikroskope in einem doppelwandigen Kasten anbringen, dessen Doppelwandung mit Wasser umspült wird. Es können auch die Maassstäbe selbst im Wasserbade liegen. In derselben Weise kann man auch Unterabteilungen desselben Stabes mit einander vergleichen und, indem man die gefundenen Korrekturen berücksichtigt, die genauen Unterabteilungen erhalten.

15) *F. W. Bessel*, Darst. der Untersuchungen u. Maassregeln, welche in den Jahren 1834 bis 1838 durch die Einheit des preussischen Längenmaasses veranlasst worden sind. Beilage 1, p. 132, Berlin 1839.

16) *J. R. Benoît*, vgl. Anm. 14, p. 50.

17) *J. R. Benoît*, vgl. Anm. 14, p. 64.

Die Messung von Drehungen (Winkeln) besteht in der Längenmessung von Kreisbögen, die von einem in gegebener Entfernung von der Drehungsaxe befindlichen Punkte des sich drehenden starren Körpers beschrieben werden. Zur praktischen Ausführung wird eine Kreisscheibe konzentrisch und senkrecht zur Drehungsaxe mit dem Körper fest verbunden, deren Rand eine Skala trägt. Da Kreisbögen desselben Radius ebenso wie grade Linien mit einander zur Deckung gebracht werden können, so ist die Art der Messung prinzipiell dieselbe. Man führt die zu vergleichenden Kreisbögen z. B. ebenso wie beim Komparator unter zwei feststehende Mikroskope, deren Mikrometer die Differenz bestimmen¹⁸⁾. Die Maasseinheit der Drehung wird von dem Radius des Kreises unabhängig, indem man das Verhältnis des Kreisbogens zum ganzen Umfang einführt.

6. Die Wellenlänge als Längenmaass. Anstatt den Erdquadranten der Definition der Längeneinheit zu Grunde zu legen, wie es die französische Revolution gethan hatte, schlug *Fizeau*¹⁹⁾ vor, an eine andere von der Natur gegebene Länge anzuknüpfen. Wenn man nämlich das von einer Lichtquelle ausgesandte Licht in zwei Strahlenbündel zerlegt, z. B. dadurch, dass man eine Glasplatte schräg in den Weg stellt, die das Licht zum Teil durchlässt, zum Teil reflektiert, so kann man Teile dieser beiden Strahlenbündel durch weitere Spiegelungen wieder in dieselbe Bahn und damit zur Interferenz bringen. Sie heben sich dabei genau auf, wenn der Gangunterschied der beiden Wellenzüge ein ungradiges Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt. Ordnet man den Versuch so an, dass die zur Interferenz kommenden Wellenzüge ebene Wellen sind, die man in ein auf unendlich gestelltes Fernrohr eintreten lässt, so entspricht jedem Punkte des Gesichtsfeldes eine gewisse Richtung der Wellenzüge, und wenn die Gangunterschiede der beiden Wellenzüge in den verschiedenen Richtungen verschieden sind, so wird man im Gesichtsfelde helle und dunkle Stellen sehen. Wenn z. B. alle Wellenzüge, die gegen die Axe des Fernrohrs gleich geneigt sind, dem gleichen Gangunterschied entsprechen, so muss das Gesichtsfeld aus konzentrischen hellen und dunkeln Ringen bestehen. Ändert man nun den Gangunterschied der beiden Strahlenbündel, so ändert sich der Gangunterschied, der den verschiedenen Stellen des Gesichtsfeldes entspricht, und die konzentrischen Ringe vergrössern oder verkleinern ihren Radius. Ist die

18) *O. Schreiber*, Untersuchung von Kreisteilungen mit zwei und vier Mikroskopen, Zeitschr. für Instrumentenkunde 6 (1886), p. 1, 47 und 93.

19) *H. Fizeau*, Ann. Chim. Phys. (4) 2 (1864).

Änderung des Gangunterschiedes genau eine Wellenlänge, so muss der nächste benachbarte Ring genau an die Stelle des betrachteten Ringes gerückt sein. Denkt man sich die Änderung des Gangunterschiedes etwa dadurch bewirkt, dass ein ebener Spiegel, der das eine der beiden Strahlenbündel reflektiert, durch eine Schraube in einer Schlittenführung parallel verschoben wird, so kann man also durch Beobachtung der Interferenzstreifen die Verschiebung des Spiegels in Wellenlängen messen. Die Lichtwellen bilden, wie *Fizeau* sagt, ein natürliches Mikrometer von der höchsten Vollkommenheit. Solange es sich nur um sehr kleine Gangunterschiede der Wellenzüge handelt, ist es nicht wesentlich, dass das Licht rein monochromatisch sei. Sobald indessen die Gangunterschiede grösser werden, so liegen die den verschiedenen Wellenlängen entsprechenden Interferenzringe an merklich verschiedenen Stellen. Zunächst erscheint jeder Ring farbig; dann aber greifen sie immer mehr und mehr über einander und verwischen das Bild, sodass schliesslich keine Helligkeitsunterschiede mehr erkannt werden. Je vollkommener es gelingt, das Licht einfarbig zu machen, um so grösser sind die Gangunterschiede, die man messen kann, um so länger ist also das von den Lichtwellen gebildete natürliche Mikrometer. Bei grossen Gangunterschieden würde die Abzählung der Interferenzstreifen eine sehr mühsame Arbeit sein. Man umgeht sie dadurch, dass der Gangunterschied zunächst mit einem Maassstab angenähert bestimmt wird, und dann für mehrere Arten einfarbigen Lichtes der Bruchteil der Wellenlänge gemessen wird, um welchen der Gangunterschied vermindert werden muss, um durch die Wellenlänge teilbar zu sein²⁰⁾. *A. Michelson* hat auf diese Weise das Meter der internationalen Meterkonvention in Wellenlängen des roten, grünen und blauen Cadmiumlichtes gemessen²¹⁾. Es ist dabei notwendig, die Dichte der Luft anzugeben, bei der beobachtet wird, weil die Wellenlängen sich mit der Dichte der Luft verändern. Auf diese Weise ist die Länge des Meters auf Wellenlängen bezogen. Die Unsicherheit beträgt dabei nach der Angabe von *Benoît*²²⁾ nicht mehr als ein tausendstel Millimeter. Die Genauigkeit ist danach immer noch nicht so gross, wie die Genauigkeit einer Vergleichung zweier Meterstäbe mit Hilfe des Komparators. Es scheint indessen gute Aussicht dafür vorhanden zu sein, dass man die Messung in Wellen-

20) Vgl. *J. Macé de Lépinay*, Rapp. prés. au Congrès internat. de Physique 1, p. 115, Paris 1900.

21) *A. Michelson*, Travaux et mémoires du bureau international des poids et mesures 11, 1894.

22) Vgl. Anm. 14, p. 70.

längen noch vervollkommen wird²³⁾. Die Grenze der Genauigkeit ist hier durch die Grösse des Gangunterschiedes gegeben, bis zu welcher man die Interferenzfransen noch deutlich sieht. Könnte man Gangunterschiede bis zu einem Meter beobachten, so würde nach *Fizeau's* Ausdruck das von den Wellenlängen gebildete Mikrometer die Länge eines Meters haben: die Fransen würden wie die Teilstriche einer Skala zu betrachten sein, und die Genauigkeit hinge von der Genauigkeit ab, mit der man eine Marke zwischen diesen Teilstrichen einstellen und den Abstand von einer Franse als Bruchteil des Fransenabstandes bestimmen könnte. Die Grösse des Gangunterschiedes, die man erreichen kann, hängt davon ab, bis zu welchem Grade das Licht monochromatisch ist. Mit dem Lichte der grünen Quecksilberlinie haben *Perot* und *Fabry*²⁴⁾ noch bei einem Gangunterschiede von 43 Centimetern deutliche Interferenzen beobachtet.

Ein anderes Naturmaass, welches, im Gegensatz zu den sehr kleinen Wellenlängen, eine sehr grosse Einheit der Länge darstellt, ist in der Astronomie gebräuchlich und wird als Lichtjahr bezeichnet. Ein Lichtjahr ist gleich dem Wege, den das Licht im leeren Raum in einem Jahre zurücklegt, also gleich $3 \cdot 10^{10} \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60$ cm. Die nächsten Fixsterne sind vier bis fünf Lichtjahre entfernt.

7. Die Messung der Masse. Die Einheit der Masse wird definiert durch die Masse eines bestimmten Körpers. Für die Staaten der internationalen Meterkonvention besteht dieser Körper aus einem Cylinder von kreisförmigem Querschnitt aus einer Legierung von Platin-Iridium, demselben Material, aus welchem die Meterprototype hergestellt sind. Die Masse des Körpers ist mit möglichster Genauigkeit der Masse desjenigen Körpers gleich gemacht, den die französische Revolution als Verwirklichung der Masse eines Kubikdezimeters Wasser im Zustande seiner grössten Dichte bei normalem Druck angenommen hatte (s. Nr. 8) und die das „kilogramme des archives“ genannt wird. Der jetzt zur Definition der Masseneinheit dienende Körper heisst das internationale Kilogrammprototyp. Aus derselben Platin-Iridiumlegierung sind an die Staaten der internationalen Meterkonvention Kopieen des internationalen Prototyps, die nationalen Prototype, verteilt worden, die mit der äussersten erreichbaren Genauigkeit unter einander und mit dem internationalen Prototyp verglichen sind. So ist z. B. die Masse des dem deutschen Reiche überwiesenen nationalen Prototyps gleich

23) Vgl. *J. Macé de Lépinay*, Rapp. prés. au Congrès internat. de Physique 1, p. 108, Paris 1900.

24) *Ch. Fabry* und *A. Perot*, J. de phys. (3) (1900), p. 369.

1 kg + 0,053 mg gefunden worden mit einem wahrscheinlichen Fehler von 0,002 mg²⁵⁾.

Die Vergleichung zweier Massen geschieht durch Wägung im luftleeren Raum. Dieser Methode liegt eine Hypothese zu Grunde. Denn nach den Begriffen der Mechanik ist die Masse unabhängig von der Erdanziehung nur durch die Trägheit zu definieren. Zwei Massen gelten danach einander gleich, wenn die gleiche Kraft ihnen in der gleichen Zeit die gleiche Beschleunigung erteilt oder wenn sie bei gleicher Geschwindigkeit gleiche kinetische Energie aufweisen. Bei der Wägung sind die Gewichte einander gleich. Soll daraus folgen, dass nach den Begriffen der Mechanik auch die Massen einander gleich sind, so wird dabei vorausgesetzt, dass unter dem Einfluss ihres Gewichtes jede Masse in der gleichen Zeit die gleiche Beschleunigung erfährt. Diese Voraussetzung ist keineswegs mit derselben Genauigkeit geprüft worden, mit der sich Gewichte vergleichen lassen. Neuerdings hat *R. Eötvös* angegeben, dass er mit der Genauigkeit von 1 auf $2 \cdot 10^7$ die Gewichte gleicher Massen von Glas, Messing, Antimon und Kork einander gleich gefunden habe²⁶⁾. Andererseits ist von *Landolt* und *Heydweiler* eine Änderung in dem Gewichte der gleichen Masse behauptet worden, wenn in der Masse gewisse chemische und physikalische Umsetzungen vor sich gehen²⁷⁾.

8. Die Beziehungen zwischen den Einheiten der Zeit, der Länge und der Masse. Der Gedanke, die Einheit der Masse durch die Masse der Volumeinheit des Wassers im Zustande seiner grössten Dichte bei normalem Druck zu definieren, den die von der französischen Revolution eingesetzte Kommission auszuführen strebte, ist wieder aufgegeben aus demselben Grunde, aus dem die Längeneinheit nicht durch die Länge des Meridians oder die Länge des Sekundenpendels definiert wird. Die Genauigkeit, mit der man die Masse eines Kubikdezimeters Wasser zu bestimmen vermag, ist erheblich geringer als die Genauigkeit, mit der die Prototype mit einander verglichen werden können und mit der sie die Einheit der Masse voraussichtlich unverändert erhalten. Nach neueren Messungen hat sich denn auch herausgestellt, dass die Masse des kilogramme des archives merklich von der Masse eines Kubikdezimeters Wasser abweicht, die vermutlich zwischen 0,99995 und 0,99996 Kilogramm liegt²⁸⁾. Die Schwierig-

25) Mitteilungen der kaiserl. Normal-Aichungskommission, Berlin, 1. Reihe, p. 146.

26) *R. Eötvös*, Rapp. prés. au Congrès internat. de Physique 3, p. 389, Paris 1900.

27) Vgl. Art. V 2, Nr. 13.

28) *C. E. Guillaume*, Rapp. prés. au Congrès internat. de Phys. 1, p. 99, Paris 1900.

keit liegt darin, das Volumen eines Körpers mit Genauigkeit auf die Längeneinheit zu beziehen. Ist dieses geschehen, so findet man durch Äquilibrieren des Gewichtsverlustes beim Eintauchen des Körpers in Wasser die Masse des gleichen Volumens Wasser und daraus die Masse der Volumeinheit. Die Bestimmung des Volumens ist sowohl durch die oben besprochene Methode der Interferenzfransen an einem durchsichtigen Würfel wie auch an Metalcyllindern durch Kontaktmessungen einer grossen Anzahl von Durchmessern ausgeführt worden. Kontaktmessungen werden so ausgeführt, dass man von zwei Seiten Stäbe mit sphärischen Endflächen mit dem zu messenden Körper in Berührung bringt. Jeder Stab trägt im Kugelcentrum der sphärischen Endfläche einen Strich; den Abstand beider Striche bestimmt man auf die in Nr. 5 angegebene Weise unter dem Komparator. Danach wird der Körper entfernt, die Stäbe werden mit ihren sphärischen Endflächen zur Berührung gebracht und der Abstand der Striche von neuem unter dem Komparator bestimmt. Die Differenz der beiden Abstände giebt die Dicke des Körpers zwischen den Berührungspunkten²⁹⁾.

Selbst wenn man die Masse eines Kubikdezimeters Wasser mit derselben Genauigkeit zu bestimmen lernte, mit der man die Massen zweier Körper zu vergleichen im Stande ist, so würde man deshalb doch weder die Einheit der Masse noch die der Länge ändern. Denn für alle praktischen Zwecke kann die Abweichung der Dichtigkeit des Wassers von Eins vernachlässigt werden. Bei Messungen aber, deren Feinheit die Abweichung nicht zu vernachlässigen erlaubt, kann die etwas vermehrte Rechenarbeit ohne wesentlichen Nachteil aufgebracht werden. Der Vorteil bleibt bestehen, dass man durch die Bestimmung der Dichte des Wassers die Masse des Kilogramms, soweit die Genauigkeit jener Bestimmung geht, von der Aufbewahrung der Prototype der Länge allein abhängig machen kann oder umgekehrt die Länge des Meters von den Prototypen des Kilogramms. In ähnlicher Weise wird z. B. durch die Messung der Lichtgeschwindigkeit die Einheit der Länge mit der Einheit der Zeit in Beziehung gebracht. Indessen ist die Genauigkeit hier nur etwa ein Tausendstel des Betrages oder eine Grösse von dieser Ordnung³⁰⁾ und kommt daher gar nicht in Betracht gegenüber der Genauigkeit, mit der die Unveränderlichkeit der Einheiten von Zeit und Länge uns verbürgt erscheint, und mit welcher Zeiten und Längen gemessen werden

29) *Guillaume*, s. vorige Anm. p. 97.

30) *A. Cornu*, Rapp. prés. au Congrès internat. de Physique 2, p. 236, Paris 1900.

können. Genauer schon sind die Einheiten der Länge und der Zeit durch die Länge des Sekundenpendels an einem bestimmten Orte der Erde mit einander in Beziehung gebracht. Allerdings ist auch hier jene Genauigkeit nicht erreicht. Dazu kommt, dass wir hier die Annahme zu Grunde legen würden, die Schwerkraft ändere sich nicht mit der Zeit, eine Annahme, die hinfällig werden würde, wenn im Innern der Erde Massenverschiebungen vor sich gehen. Immerhin ist jede genaue Messung einer physikalischen Grösse, die auf Zeit, Länge und Masse zurückgeführt werden kann, für die Erhaltung der drei Maasseinheiten von Wert, sobald wir Grund haben, die betreffende Grösse für unveränderlich zu halten. Die Dichtigkeit wohl definierter chemischer Körper, die Wellenlängen im Spektrum chemischer Körper, die Schallgeschwindigkeit und die Lichtgeschwindigkeit in wohl definierten Körpern, die Kraft, mit der sich gegebene Massen in gegebenen Entfernungen anziehen, sind z. B. Grössen, die nach unsern jetzigen physikalischen Anschauungen unter gewissen uns wohl-bekanntem Bedingungen von der Zeit unabhängig sind.

Ogleich es hiernach möglich ist, die Einheiten der Zeit, Länge und Masse durch eine einzige dieser drei Einheiten zu definieren, so hat man dennoch davon abgesehen, weil die unabhängige Definition genauer ist. Dagegen sucht man soviel wie möglich die Einheiten anderer messbarer Grössen auf diese drei Einheiten zu beziehen. Sobald dies für eine Grösse mit einer gewissen Genauigkeit möglich ist, so ist die Einheit dieser Grösse mit entsprechender Genauigkeit definiert und die Vorteile, welche die Einheiten der Länge, Masse und Zeit durch ihre Unveränderlichkeit und Reproduzierbarkeit darbieten, sind dadurch auch für die Einheit der neuen Grösse gewonnen.

9. Das absolute Maasssystem. Man nennt das System der auf Zeit, Länge, Masse bezogenen Einheiten messbarer Grössen nach *Gauss*³¹⁾ das *absolute Maasssystem*. Die Bezeichnung *absolut* ist nicht glücklich gewählt. Denn erstens sind die Einheiten der Zeit, Länge und Masse auch nicht absolut unveränderlich und mit absoluter Genauigkeit reproduzierbar und zweitens lässt sich sehr wohl der Fall denken, dass die Einheit einer messbaren Grösse, auch ohne sie auf Zeit, Länge und Masse zu beziehen, mit grosser Genauigkeit unveränderlich und reproduzierbar definiert werden kann. Eine solche Einheit würde man mit eben demselben Rechte eine absolute nennen

31) *C. F. Gauss*, *Intensitas vis magneticæ ad mensuram absolutam revocata*, Gött. Abh. 1832 = Werke 5, p. 81—118.

können³²⁾. Drittens liegt eine gewisse Willkür darin, dass man die Einheiten der Zeit, Länge und Masse nicht auf einander bezieht. Übrigens braucht *Gauss* das Wort absolut nur als Gegensatz zu denjenigen „relativen Messungen“, bei denen das Messungsergebnis von der Grösse der Magnetisierung einer gegebenen, als unveränderlich vorausgesetzten Nadel abhängt. Man hat, wie *F. Kohlrausch* richtig bemerkt, später in der Bezeichnung mehr zu finden geglaubt als sie besagen sollte.

In manchen Fällen giebt es verschiedene Möglichkeiten, eine Einheit durch das absolute Maasssystem zu definieren. Man kann z. B. die Einheit des Rauminhalts durch den Würfel definieren, dessen Seite gleich der Längeneinheit ist, man kann sie aber auch durch den Raum definieren, den die Masseneinheit Wasser im Zustande seiner grössten Dichte unter normalem Druck einnimmt³³⁾. Sobald die Einheit einer Grösse in bestimmter Weise auf die Einheiten von Zeit, Länge und Masse bezogen ist, so ist die „Dimension“ der Grösse bestimmt, d. h. es ist bestimmt, in welcher Weise die Zahl, welche die betreffende Grösse bei der festgesetzten Beziehung der Einheiten misst, sich ändert, wenn man die Einheit von Zeit, Länge und Masse ändert³⁴⁾. Ist z. B. die Einheit des Rauminhalts durch den Würfel von der Länge 1 definiert, so hat der Rauminhalt die Dimension der dritten Potenz einer Länge, d. h. die Zahl, welche den Rauminhalt misst, ändert sich bei einer Änderung der Einheiten von Zeit, Länge und Masse in demselben Verhältnis, wie die dritte Potenz der Zahl, die eine Länge misst. Die Einheit ändert sich dabei im umgekehrten Verhältnis wie die Zahl. Wenn man dagegen die Einheit des Rauminhaltes durch den Raum definiert, den die Masseneinheit des Wassers im Zustand seiner grössten Dichte bei normalem Druck annimmt, so ist die Dimension des Rauminhalts gleich der einer Masse. Dieselbe Grösse kann also im absoluten Maasssystem ganz verschiedene Dimensionen haben, je nach der Art, wie man sie auf die Grundeinheiten bezieht. Diese Verschiedenheit würde man dadurch beseitigen können, dass man die Grundeinheiten vermindert, indem man hier z. B. die

32) z. B. die Siemens'sche Einheit des elektrischen Widerstandes, vgl. *W. Siemens*, Ann. Phys. Chem. 127 (1866), p. 328 u. 336.

33) So definiert das Comité international des poids et mesures: le litre est le volume occupé par 1 kilogramme d'eau pure à son maximum de densité et sous la pression normale, Rapp. prés. au Congrès internat. de Physique 1, p. 83, Paris 1900.

34) *J. Fourier*, Théorie de la chaleur (1822) und *C. F. Gauss* (1832), vgl. Ann. 31.

Einheit der Länge als Seite eines Wasserwürfels von der Masse 1 definiert. Dann erhalte die Länge die Dimension der dritten Wurzel aus einer Masse und der Rauminhalt würde auf beiden Wegen die gleiche Dimension erhalten. So lange man aber bei den drei Grundeinheiten bleibt, werden die beiden Zahlen, die einen Rauminhalt nach den beiden Einheiten messen, sich in verschiedener Weise mit den Grundeinheiten ändern und ihr Quotient wird also bei einer Änderung der Grundeinheiten nicht unverändert bleiben. Wir können von einer Dimension des Quotienten reden, um auszudrücken, dass er sich wie eine Zahl ändert, die eine Grösse dieser Dimension misst. Hier hat der Raum einmal die Dimension einer Masse, das andere Mal die Dimension der dritten Potenz einer Länge. Der Quotient hat daher die Dimension Masse durch Länge zur dritten Potenz, d. h. die Dimension einer Dichte, wenn man unter Dichte die Masse des Würfels von der Seite 1 versteht. Die Zahl, die einen Raum in Litern misst³⁵⁾, dividiert durch die Zahl, die denselben Raum in Kubikdezimetern misst, ergibt die Dichte des Wassers, d. h. die in Kilogrammen angegebene Masse von einem Kubikdezimeter Wasser.

Ähnlich liegt der Fall bei den elektrischen Grössen, die man auf doppeltem Wege einmal durch Betrachtung der elektrostatischen Kräfte und andererseits durch die elektromagnetischen Wirkungen auf die drei Grundeinheiten beziehen kann. Dieselbe Grösse erhält auf beiden Wegen verschiedene Dimensionen, wobei die Fortpflanzungsgeschwindigkeit elektrischer Störungen im reinen Äther dieselbe Rolle spielt, wie die Dichte des Wassers in dem eben betrachteten Beispiel³⁶⁾.

10. Abarten des absoluten Maasssystems. Das technische Maasssystem. Statt Zeit, Länge und Masse könnte man natürlich auch drei mit diesen zusammenhängende von einander unabhängige Grössen zu Grundeinheiten machen. *Gauss* selbst stellt als Grundeinheiten zunächst die Länge, die Masse und die Beschleunigung (*vis acceleratrix*) auf³⁷⁾. Die Kraft (*vis motrix*) ist für ihn das Produkt von Masse und Beschleunigung, sodass die Einheit der Kraft mit den Einheiten der Masse und Beschleunigung zugleich gegeben ist. Für die Beschleunigung giebt er zwei Möglichkeiten an. Entweder man wählt für ihre Einheit die Beschleunigung durch die Schwere am Orte der Beobachtung; damit würde die Einheit der Kraft gleich dem Gewicht der Masseneinheit. Oder man führt eine Einheit der

35) Vgl. Anm. 33, Definition des Liters.

36) *Maxwell*, Electricity and Magn. part. IV, chap. 10.

37) *Gauss*, vgl. Anm. 31.

Zeit ein und definiert die Einheit der Beschleunigung als diejenige, bei der in der Zeiteinheit der Geschwindigkeitszuwachs 1 entsteht, und unter der Einheit der Geschwindigkeit diejenige, bei der der Weg 1 in der Zeiteinheit zurückgelegt wird. In dem letzten Fall ist die Krafteinheit nicht gleich dem Gewicht der Masseneinheit. *Gauss* entscheidet sich für den letzteren Weg, der eben zu dem vorher besprochenen absoluten Maasssystem führt. Dieses ist in der theoretischen Physik sowie in der Elektrotechnik heutzutage das übliche. Der andere Weg würde zu einer aus der Einheit der Masse und der Einheit der Kraft abgeleiteten Einheit der Zeit führen, die recht unbequem wäre. Er ist daher von *Gauss* nicht weiter verfolgt worden. Dagegen hat *Gauss* in einer späteren Arbeit (vom Jahre 1836) ein Maasssystem zu Grunde gelegt, welches mit jenem anderen Wege die von der Schwere hergenommene Krafteinheit gemein hat. Er benutzt dort nämlich als Grundeinheiten die Länge, Zeit und die Gewichtseinheit. Dieses Maasssystem hat seine bemerkenswerten praktischen Vorteile und ist in der technischen Mechanik das allgemein übliche. Es liegt auch der allgemein üblichen Messung der Arbeitsgrössen in Meterkilogramm zu Grunde und wird vereinzelt auch von den Physikern z. B. in der Elastizitätstheorie angewandt, wo es üblich ist, einen Druck oder einen Elastizitätsmodul durch die Angabe so und soviel Kilogramm (d. h. Gewichtseinheiten) auf das Quadratcentimeter zu bestimmen. Im technischen Maasssystem *bedeutet das Wort Kilogramm eine Kraft*. Die Masseneinheit ist aus der Einheit der Kraft und der Beschleunigung abgeleitet. Sie ist diejenige Masse, der die Einheit der Kraft die Beschleunigung Eins erteilt. Die Masse m eines beliebigen Körpers vom Gewichte p Kilogramm ist $m = \frac{p}{g}$ Masseneinheiten, da sein Gewicht ihm die Beschleunigung g erteilt. Die Einheit der Masse kommt also hier dem Gewichte von g kg zu, d. h. einem Körper, welcher 9,8 oder 981 kg wiegt, je nachdem man das Meter oder das Centimeter als Längeneinheit benutzt; die Dimension der Masse ist $\text{kg sec}^2 \text{m}^{-1}$ oder $\text{kg sec}^2 \text{cm}^{-1}$. Ein kleiner Missstand bei den technischen Einheiten liegt in der Veränderlichkeit der Schwere. Dieser bringt es mit sich, dass man die Beobachtungsdaten von einem Beobachtungsort genau genommen erst korrigieren müsste, um sie mit denen an einem andern Beobachtungsorte vergleichen zu können. Jedoch pflegt die Genauigkeit derjenigen Messungen, auf die man das technische System anwendet, nicht so gross zu sein, dass diese Korrektur ins Gewicht fällt. Es ist kaum wahrscheinlich, dass das physikalische Maasssystem das technische

verdrängen wird oder umgekehrt. Für die technische Mechanik steht der Begriff der Kraft so sehr im Vordergrund, dass hier ein Wechsel der üblichen Einheiten nicht wünschenswert ist, während die theoretische Physik ihre ebenfalls in die Praxis eingedrungenen Maasseinheiten auch nicht wird aufgeben wollen. Wünschenswert wäre es dagegen, wenn in der technischen Mechanik für die dort übliche Masseneinheit ein Name eingeführt würde, ähnlich wie die Kräfteinheit des physikalischen Systems einen eignen Namen hat (eine Dyne gleich der Kraft, die einem Gramm die Beschleunigung 1 cm/sec^2 erteilt).

11. Die praktischen Einheiten. In der Regel sind gleichartige Grössen mit geringerer Mühe und mit grösserer Genauigkeit unter einander zu vergleichen als auf die Grundeinheiten zu beziehen. Wenn sie zugleich unveränderlich und reproduzierbar dargestellt werden können, so wird man unter solchen Umständen vorziehen, ihre Einheit nicht durch die Grundeinheiten zu definieren, sondern durch eine Darstellung der betreffenden Grösse, die so genau wie möglich gleich der durch die Grundeinheiten bestimmten Einheit gemacht wird. So hat der internationale Kongress in Chicago 1893 die Einheit des elektrischen Widerstandes definiert: „Das internationale Ohm ist dargestellt durch den Widerstand einer Quecksilbersäule von gleichförmigem Querschnitt, von 106,3 Centimeter Länge und 14,4521 Gramm Masse bei der Temperatur des schmelzenden Eises“. Die Genauigkeit, mit welcher diese Einheit mit der auf die Grundeinheiten bezogenen von 10^7 Meter pro Sekunde übereinstimmt, hat nach *Dorn*³⁸⁾ einen wahrscheinlichen Fehler von etwa zwei bis drei Zehntausendstel ihres Betrages. Eben wegen dieser Unsicherheit ist es wichtig, eine Einheit des Widerstandes zu definieren, von der genaue Verwirklichungen oder Kopieen mit grösserer Leichtigkeit hergestellt werden können. Wenn eine Verbesserung der Methoden es ermöglichen wird, den Widerstand mit grösserer Genauigkeit auf die Grundeinheiten zu beziehen, so ist es desshalb doch nicht notwendig, die Einheit zu ändern, sondern es ist nur notwendig, in denjenigen Fällen, wo die Abweichung eine Rolle spielt, die betreffende kleine Korrektur anzubringen. Ebenso wird die Definition der Einheit des Stromes durch einen Strom, der Einheit der elektromotorischen Kraft durch eine elektromotorische Kraft, der Einheit des Druckes durch einen Druck³⁹⁾

38) *E. Dorn*, Über den wahrscheinlichsten Wert des Ohm nach den bisherigen Messungen, Wiss. Abhandl. der physik.-techn. Reichsanstalt Berlin, 2 (1895), p. 355.

39) *Guillaume*, vgl. Anm. 28, p. 87.

vorgeschlagen und nicht durch den Bezug auf die Grundeinheiten. Ebenso ist die praktische Einheit einer Wärmemenge wieder eine Wärmemenge, die hier allerdings auch nicht annähernd der auf die Grundeinheiten bezogenen Einheit der Energie gleich gemacht, sondern, in letzterer gemessen, gleich dem sogenannten mechanischen Wärmeäquivalent ist. Diese praktischen Einheiten hindern die theoretische Physik nicht, alle Maasseinheiten auf den Grundeinheiten aufzubauen, deren Abweichung von den praktischen Einheiten erst in Frage kommt, wo die Ergebnisse der Theorie durch den Versuch geprüft werden.

(Abgeschlossen im Januar 1902.)