

Werk

Titel: Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen

Jahr: 1903

Kollektion: Mathematica

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN360709532

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360709532>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360709532>

LOG Id: LOG_0020

LOG Titel: 2. Gravitation. Von J. ZENNECK in Straßburg. (Abgeschlossen im August 1901.)

LOG Typ: chapter

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN360504019

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360504019>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360504019>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

V 2. GRAVITATION.

VON

J. ZENNECK

IN STRASSBURG.

Inhaltsübersicht.

1. Das *Newton'sche* Gesetz.

I. Bestimmungen der Gravitationskonstanten.

2. Bedeutung dieser Bestimmungen.
3. Übersicht über die verschiedenen Methoden.
4. Bestimmungen mit der Drehwage.
 - a. Statische Methode. b. Dynamische Methode.
5. Bestimmung mit dem Doppelpendel.
6. Bestimmungen mit der gewöhnlichen Wage.
7. Bestimmungen mit Lot und Pendel.
 - a. Statische Methode, Lotablenkung. b. Dynamische Methode, Pendelbeobachtung.
8. Berechnungen der Gravitationskonstanten.
9. Das Ergebnis der Bestimmungen.

II. Astronomische und experimentelle Prüfung des *Newton'schen* Gesetzes.

10. Allgemeines.
11. Abhängigkeit von der Masse. Astronomische Prüfung.
12. Abhängigkeit von der Masse. Experimentelle Prüfung für Massen desselben Materials.
13. Abhängigkeit von der Masse. Experimentelle Prüfung für Massen verschiedener chemischer Zusammensetzung.
14. Abhängigkeit von der Masse. Experimentelle Prüfung für Massen verschiedener Struktur.
15. Abhängigkeit von der Entfernung. Astronomische Prüfung.
16. Abhängigkeit von der Entfernung. Experimentelle Prüfung.
17. Einfluss des Mediums auf die Gravitation.
18. Einfluss der Temperatur.
19. Abhängigkeit von der Zeit. Konstanz der Kraftwirkung.
20. Abhängigkeit von der Zeit. Endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit.

III. Erweiterung des *Newton'schen* Gesetzes für bewegte Körper.

21. Übertragung der elektrodynamischen Grundgesetze auf die Gravitation.
22. Übertragung der *Lorentz'schen* elektromagnetischen Grundgleichungen auf die Gravitation.

23. Die *Laplace'sche* Annahme.
 24. Die Annahme von *Gerber*.

IV. Erweiterung des *Newton'schen* Gesetzes für unendlich grosse Massen.

25. Schwierigkeit des *Newton'schen* Gesetzes bei unendlich grossen Massen.
 26. Beseitigung der Schwierigkeit durch Änderung des Attraktionsgesetzes.
 27. Beseitigung der Schwierigkeit durch Einführung negativer Massen.

V. Versuche einer mechanischen Erklärung der Gravitation.

28. Druckdifferenzen und Strömungen im Äther.
 29. Ätherschwingungen.
 30. Ätherstösse. Die ursprünglichen Ideen von *Lesage*.
 31. Ätherstösse. Weitere Ausbildung der *Lesage'schen* Theorie.
 32. Ätherstösse. Schwierigkeiten dieser Theorie.
 33. Ätherstösse. Einwände und Theorie von *Jarolimex*.

VI. Zurückführung der Gravitation auf elektromagnetische Erscheinungen.

34. Die Gravitation als Feldwirkung.
 35. Elektromagnetische Schwingungen.
 36. Die *Mossotti'sche* Annahme und ihre Ausbildung.

Zusammenfassende Litteratur

findet sich zu Beginn jeden Abschnittes in den Anmerkungen 1, 2, 36, 47, 48, 77, 82, 107.

Vorbemerkung. In diesem Artikel müssen mehrfach astronomische Fragen berührt werden, die ausführlich erst in Bd. VI zur Behandlung kommen. Der gegenwärtige Artikel erstrebt in dieser Hinsicht keine Vollständigkeit, sondern zieht nur soviel astronomisches Material heran, als für die Behandlung des Gegenstandes unumgänglich ist.

1. Das *Newton'sche* Gesetz. Das Fundamentalgesetz der Gravitation ist bekanntlich zuerst¹⁾ von *Newton* klar erkannt und im dritten Buch seiner „*Philosophiae naturalis principia mathematica*“, propositiones I—VII, ausgesprochen worden.

1) Über die Vorläufer *Newton's* vgl. *F. Rosenberger*, Isaac Newton und seine physikalischen Prinzipien, Leipzig 1895. Eine Zusammenstellung von fast allen Arbeiten (bis 1869), die in irgend einer Beziehung zur *mathematischen* Durchführung des Attraktionsgesetzes stehen, findet sich bei *J. Todhunter*, History of the mathematical theories of attraction and the figure of the earth, 2 Bde., London 1873.

Es sagt aus: Befinden sich in einem bestimmten Zeitpunkt zwei Massenelemente mit den Massen m_1 und m_2 in der Entfernung r von einander, so wirkt in demselben Zeitpunkt auf jedes der beiden Elemente in der Richtung des anderen eine Kraft vom Betrage

$$G \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

In diesem Ausdruck bedeutet G eine universelle, d. h. nur vom Maasssystem abhängige Konstante, die sogenannte Gravitationskonstante.

I. Bestimmungen der Gravitationskonstanten²⁾.

2. Bedeutung dieser Bestimmung. Zu der Bedeutung, welche die absolute Bestimmung jeder beliebigen physikalischen Konstanten hat, kommen bei der Bestimmung der Gravitationskonstanten noch zwei Punkte hinzu.

1) Ist die Gravitationskonstante bekannt, so ergibt sich aus der Erdbeschleunigung g einerseits, den Dimensionen der Erde andererseits die Erdmasse und die mittlere Dichte der Erde³⁾. Diese letztere war das Endziel der meisten Bestimmungen: sie gehen deshalb meist unter dem Namen von *Bestimmungen für die mittlere Dichte der Erde*.

2) Kennt man die Erdmasse, so folgt daraus auch die Masse der

2) Zusammenfassende Litteratur über absolute Bestimmungen in erster Linie: *J. H. Poynting*, The mean density of the earth, London 1894; *F. Richarz* und *O. Krigar-Menzel*, Berl. Abh. 1898, Anhang; *C. V. Boys*, Rapp. congrès internat. phys. 3, Paris 1900, p. 306—349. Dann *Gehler's* physikalisches Handwörterbuch, Leipzig 1825, Artikel Anziehung, Drehwage, Erde, Materie; *S. Günther*, Lehrbuch der Geophysik 1, 2. Aufl., Stuttgart 1879; *F. Richarz*, Leipzig, Vierteljahrsh. astr. Ges. 24 (1887), p. 18—32 u. 184—186.

3) Bezeichnet Δ die mittlere Dichte der Erde, R ihren Radius, so ist in erster Annäherung

$$g = \frac{4}{3} R \pi \Delta G.$$

Zieht man die Korrekturen, welche durch Abplattung, Centrifugalkraft und deren Verschiedenheit in den verschiedenen Breiten bedingt werden, in Betracht, so gelangt man in der von *F. Richarz* und *O. Krigar-Menzel*²⁾ näher auseinandergesetzten Weise zu der Beziehung

$$9,7800 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} = \frac{4}{3} \cdot R_p \pi \Delta G \left(1 + a - \frac{3}{2} c \right),$$

worin

$$R_p = \text{Erdradius am Pol} = 6356079 \text{ m,}$$

$$a = \text{Abplattung} = 0,0033416,$$

$$c = \text{Verhältnis der Centrifugal- zur Schwerkraft am Äquator} = 0,0034672.$$

übrigen Planeten und der Sonne, da das Verhältnis dieser Masse zur Erdmasse durch astronomische Beobachtungen geliefert wird⁴⁾).

3. Übersicht über die verschiedenen Methoden. Die verschiedenen Methoden, die man wählte, um zu dem Wert der Gravitationskonstanten G in absolutem Maasse zu gelangen, lassen sich im wesentlichen in drei Hauptklassen einteilen:

1) Es wurde direkt die Kraft bestimmt, welche Massen bekannter Grösse in bekannter Entfernung auf einander ausüben: Bestimmungen mit der Drehwage, dem Doppelpendel, der gewöhnlichen Wage⁵⁾.

2) Es wurde die Veränderung gemessen, die in der Richtung oder Grösse der Erdbeschleunigung g durch Massen bekannter Grösse hervorgerufen wird: Ablenkung der Lotlinie, Pendelbeobachtungen.

3) Es wurde versucht, die mittlere Erddichte und damit die Gravitationskonstante aus der Dichte an der Oberfläche zu berechnen auf Grund eines mehr oder weniger hypothetischen Gesetzes über die Zunahme der Dichte nach dem Erdinnern.

4. Bestimmungen mit der Drehwage. a) Statische Methode. Die auf dem Wagebalken befestigten Gewichte werden durch Massen, welche sich *neben* dem Wagebalken befinden, angezogen. Die dadurch hervorgebrachte Drehung des Wagebalkens giebt ein Maass für die Grösse der Anziehungskraft.

Verwandt wurde diese Methode, die wohl zuerst von Reverend *J. Michell*⁶⁾ vorgeschlagen wurde, von *H. Cavendish*⁷⁾, *F. Reich*⁸⁾, *F. Baily*⁹⁾, *A. Cornu* und *J. Baille*¹⁰⁾, *C. V. Boys*¹¹⁾ und endlich *C. Braun*¹²⁾.

Der Fortschritt von *Reich* gegenüber *Cavendish* besteht hauptsächlich in der Verwendung der Spiegelablesung. *Baily's* Messungen sind besonders dadurch wertvoll, dass sie auf eine grosse Reihe von Stoffen ausgedehnt und auch sonst in der mannigfaltigsten Weise variiert wurden. *Cornu* und *Baille* haben gezeigt, dass man dieselbe

4) Vgl. aber Nr. 11.

5) Bei der letzteren Methode geht g in das Resultat ein.

6) Citirt von *Cavendish*, Lond. Trans. 88 (1798).

7) S. die vorige Anmerkung.

8) „Versuche über die mittlere Dichtigkeit der Erde mittelst der Drehwage“, Freiberg 1838 und „Neue Versuche mit der Drehwage“, Leipzig 1852.

9) Lond. Astr. Soc. Mem. 14 (1843).

10) Paris, C. R. 76 (1873), p. 954—58.

11) Lond. Trans. 186 (1889), p. 1—72.

12) Wien. Denkschr. 64 (1897), p. 187—285. Referat darüber: *F. Richarz*, Leipzig Vierteljahrsschr. astr. Ges. 33 (1898), p. 33—44.

Genauigkeit (denselben Ablenkungswinkel) erreichen kann trotz beliebiger Reduktion des Maassstabs, wenn man nur durch passende Wahl der Aufhängung dafür sorgt, dass die Schwingungsdauer der Drehwage dieselbe bleibt. Sie haben demgemäss viel geringere Dimensionen bei ihren Apparaten angewandt und dadurch eine Reihe von Störungen vermieden. *Boys*¹³⁾ trieb diese Reduzierung auf kleinen Maassstab noch weiter und machte es dadurch möglich, bei der Aufhängung die Metalldrähte durch die viel günstigeren Quarzfäden zu ersetzen. *Braun* verwendet eine Drehwage im Vacuum, um die schlimmste Störung bei Messungen mit der Drehwage, die Luftströmungen, radikal zu vermeiden.

Die Mängel extrem kleiner Dimensionen, wie sie *Boys* benützte, hat dieser zum Teil durch geschickte Anordnung seiner Drehwage umgangen; bestehen bleibt aber bei kleinen Dimensionen der Nachteil, dass, abgesehen von der starken Dämpfung der Schwingungen, Fehler in den Längenbestimmungen und mangelhafte Homogenität des Materials die Genauigkeit des Resultats sehr stören können¹⁴⁾. Um diesen Mangel kleiner Dimensionen zu vermeiden und trotzdem sehr hohe Empfindlichkeit zu erreichen, hat *F. R. Burgess*¹⁵⁾ vorgeschlagen, die Verwendung grosser Massen und gleichzeitig dünner Aufhängedrähte dadurch zu ermöglichen, dass man die Gewichte auf Quecksilber schwimmen lässt. Er erhielt in einem Vorversuch bei 10×2 kg Gewicht jederseits 12° Ausschlag, hat aber seine Bestimmungen zur Zeit noch nicht durchgeführt.

b) Dynamische Methode. Die anziehenden Massen befinden sich *in der Verlängerung* des Wagebalkens. Ihre Anziehung dient dazu, das Direktionsmoment der Aufhängung zu verstärken. Die dadurch hervorgerufene Verkürzung der Schwingungsdauer giebt ein Maass für die Grösse der anziehenden Kraft.

C. Braun erhielt mit dieser Methode einen Wert von G , der mit dem Resultate seiner Messungen nach der statischen Methode sehr gut übereinstimmt. *R. von Eötvös*¹⁶⁾ hat eine Modifizierung dieser

13) *Boys* erhielt bei einer Länge des Wagebalkens von 2,3 cm belastet jederseits mit 1,3 bis 3,98 g und abgelenkt auf jeder Seite durch 7,4 kg ca. 370 Skalenteile Ausschlag. Bei *Cavendish* betragen die betreffenden Grössen 194 cm, 730 g, 158 kg; er bekam 6—14 Skalenteile Ausschlag.

14) Vgl. *F. Richarz*, in dem Anm. 12 zitierten Referat.

15) Paris, C. R. 129 (1899), p. 407—409. Einen ähnlich angeordneten Versuch hat schon *Poynting*²⁾ gemacht, diese Anordnung aber wegen störender Strömungen in der Flüssigkeit verlassen.

16) Ann. Phys. Chem. 59 (1896), p. 354—400.

Methode vorgeschlagen, aber noch keine endgültigen Resultate veröffentlicht.

5. Bestimmung mit dem Doppelpendel. Bei dem vertikalen Doppelpendel von *J. Wilsing*¹⁷⁾ — vertikaler Wagebalken, an dessen Enden sich je ein Gewicht befindet, welches durch seitlich davon angebrachte Massen angezogen wird — wird nicht die Torsion von Drähten, sondern die Schwere als Direktionskraft benützt. Das Drehmoment wird auf ein Minimum reduziert dadurch, dass der Schwerpunkt des Doppelpendels nur ca. 0,01 mm unter der Schneide liegt. Diese Anordnung vereinigt grosse Empfindlichkeit¹⁸⁾ mit bedeutender Stabilität und besitzt ausserdem gegenüber der Drehwage den Vorteil, viel weniger durch Luftströmungen beeinflusst zu werden.

6. Bestimmungen mit der gewöhnlichen Wage. Das Prinzip dieser, wie es scheint, schon von *Descartes*¹⁹⁾ angegebenen Methode ist das folgende: Auf die Wagschalen einer Wage werden zwei gleiche Gewichte m gelegt. Unter eine der beiden Wagschalen — eventuell auch gleichzeitig über die andere — wird nun eine Masse M gebracht. Die jetzt beobachtete Gewichtsdivergenz giebt ein Maass für die Anziehung von M auf m .

Zum Zweck der absoluten Bestimmung der Gravitationskonstanten wurde diese Methode wohl zuerst durch *Ph. von Jolly*²⁰⁾, später durch *J. H. Poynting*²⁾ und dann durch *F. Richarz* und *O. Krigar-Menzel*²⁾ benützt.

Die *Jolly'sche* Anordnung, die in ganz ähnlicher Weise schon zur Zeit *Newton's* von *Hooke*²¹⁾ zur Bestimmung einer Abnahme von g mit der Höhe verwandt wurde, hat den Nachteil, dass vertikale durch Temperaturdivergenzen hervorgerufene Luftströmungen durch Reibung an den langen Aufhängedrähten die Wägung stören können. *Poynting* hat diesen Missstand vermieden, ausserdem dafür gesorgt, dass der Winkel, um den sich der Wagebalken dreht, sehr genau abgelesen und die anziehenden Gewichte entfernt oder genähert werden können, ohne dass die Wage arretiert zu werden brauchte oder Erschütterungen ausgesetzt wäre. Die Methode von *Richarz* und *Krigar-Menzel* hat den Vorteil, ohne all zu grosse Schwierigkeit die Verwendung ausserordentlich grosser anziehender

17) Potsdam. Astr.-physik. Obs. 6 (1887), Nr. 22 u. 23.

18) Bei $325 \times 0,54$ kg 1 bis 10' Ablenkung.

19) Citirt in *Observ. sur la physique*, 2, Paris 1773.

20) Münchn. Abh. (2) 14 (1881); *Ann. Phys. Chem.* 14 (1881), p. 331—335.

21) Citirt bei *Rosenberger*, Anm. 1.

Massen (100 000 kg Blei) zu gestatten und ausserdem noch die vierfache Anziehung dieser Masse wirksam werden zu lassen. Sie leidet aber an dem Übelstand, dass ein Entlasten und Arretieren der Wage im Verlauf derselben Bestimmung notwendig wird.

7. Bestimmungen mit Lot und Pendel. a) Statische Methode (Lotablenkung). Die ablenkenden Massen waren stets Berge und die Ablenkung des Lots durch dieselben wurde derart bestimmt, dass von zwei Punkten, die womöglich im Norden und Süden des ablenkenden Berges angenommen wurden, der Unterschied der geographischen Breite einmal astronomisch — dabei geht die Richtung des Lots ein — und dann trigonometrisch gemessen wurde. Die Differenz der beiden Bestimmungen liefert die doppelte durch den Berg hervorgerufene Ablenkung. Die Masse des Berges wird aus den Dimensionen und dem spezifischen Gewicht der Gesteine bestimmt.

Bestimmungen dieser Art wurden ausgeführt durch *Bouguer*²²⁾ am Chimborazo, durch *N. Maskelyne* und *C. Hutton*²³⁾, später durch *James*²⁴⁾ und *Clarke* an Bergen des schottischen Hochlands, durch *E. Pechmann*²⁵⁾ in den Alpen und unter besonders günstigen Bedingungen durch *E. D. Preston*²⁶⁾ auf den Hawaiiinseln.

An Stelle eines Berges das Meer bei Ebbe und Flut²⁷⁾ oder einen ablassbaren See²⁸⁾ zu verwenden, wurde vorgeschlagen, aber es scheint nie eine Bestimmung auf diesem Wege gemacht worden zu sein, obwohl derselbe vor Benützung eines Berges bedeutende Vorteile hätte.

b) Dynamische Methode (Pendelbeobachtung). Das Schema der Bestimmungen dieser Art ist das folgende. Entweder am Fusse und auf der Spitze eines Berges, oder an der Erdoberfläche und in der Tiefe eines Bergwerks wird die Schwingungsdauer desselben Pendels beobachtet. Der an den beiden Punkten festgestellte Unterschied in der Schwingungsdauer und damit der Erdbeschleunigung

22) La figure de la terre, Paris 1749, VII. sect., chap. IV.

23) Lond. Trans. 1775, p. 500—542; 1778, p. 689—788; 1821, p. 276—292.

24) Phil. Mag. (4) 12 (1856), p. 314—316; 13 (1856), p. 129—132 und Lond. Trans. 1856, p. 591—607.

25) Wien. Denkschr. (math.-naturw. Kl.) 22 (1864), p. 41—88.

26) Washington, Bull. Phil. Soc. 12 (1895), p. 369—395.

27) Durch *Robison* 1804 (cit. von *Richarz* und *Krigar-Menzel*, s. Anm. 2), *Boscovich* 1807 (cit. in monatl. Korrespondenz z. Beförd. d. Erd- u. Himmelskunde 21 (1810)), ferner durch *von Struve* (cit. Astr. Nachr. 22 (1845), p. 31 f.)

28) *F. Keller*, Linc. Rend. 3 (1887), p. 493.

ergibt die Anziehung des Berges bezw. der Erdschichte über dem Bergwerk²⁹⁾.

Bestimmungen der ersten Art rühren her von *Bouguer*²³⁾ (Cordilleren), *Carlini*³⁰⁾ [und *Plana*] (Mont Cenis), unter besonders günstigen Bedingungen von *Mendenhall*³¹⁾ (Fusijama, Japan) und *E. D. Preston*²⁶⁾ (Hawaiiinseln).

Bestimmungen der zweiten Art wurden zuerst vorgeschlagen von *Drobisch*³²⁾, später ausgeführt durch *G. B. Airy*³³⁾ und in grosser Zahl durch *R. v. Sterneck*³⁴⁾.

Eine dritte, im Prinzip entschieden günstigere Methode hat *A. Berget*³⁵⁾ versucht: künstliche Änderung von g durch einen ablassbaren See bei verschiedenem Niveau. Er hat sich jedoch seine Bestimmung durch ungeeignete Messung dieser Änderung von g verdorben.

8. Berechnungen der Gravitationskonstanten³⁶⁾.

1) Die Voraussetzungen, welche *Laplace*³⁷⁾ ähnlich wie *Clairaut* und *Legendre* seiner Berechnung zu Grunde legt, sind die folgenden:

- a) Die Erde bestehe aus einzelnen ellipsoidischen Schichten. Die Dichte innerhalb jeder Schicht sei konstant.
- b) Die Rotation sei so langsam, dass die Abweichung von der Kugelgestalt klein wird, ebenso der Einfluss der Centrifugalkraft gegenüber g .
- c) Die Substanz der Erde soll als flüssig betrachtet werden dürfen.

Unter diesen Voraussetzungen rechnet *Laplace* die Gleichgewichtsbedingungen aus, in die ausser der Elliptizität der Erde noch das

29) Vgl. hierzu und zu den folgenden Nummern Bd. VI der Encyklop., Geophysik.

30) Milano Effem. 1824. Vgl. dazu *E. Sabine*, Quart. J. 2 (1827), p. 153 und *C. J. Giulio*, Torino Mem. 2 (1840), p. 379.

31) Amer. J. of scienc. (3) 21 (1881), p. 99—103.

32) De vera lunae figura etc., Lipsiae 1826.

33) Lond. Trans. 1856, p. 297—342 und 343—352. Zur Berechnung vgl. *S. Haughton*, Phil. Mag. (4) 12 (1856), p. 50—51 und *F. Folie*, Bruxelles Bull. (2) 33 (1872), p. 389—409.

34) Wien. Mitteil. d. milit.-geogr. Inst. 2—6, 1882—1886 und Wien. Ber. 108 (2a), p. 697—766.

35) Paris C. R. 116 (1893), p. 1501—1503. Vgl. den Einwand *Gouy's* (Paris C. R. 117 (1893), p. 96), dass die Temperatur auf wenigstens $0,2 \cdot 10^{-6}$ Grad hätte konstant sein müssen.

36) Vgl. *F. Tisserand*, Mécan. céleste, 2, Paris 1891, chap. XIV und XV.

37) Méc. céleste, 5 (1824), Livr. 11, cap. 5.

Gesetz eingeht, welches die Dichte einer Erdschicht als Funktion ihres Abstands vom Mittelpunkt ausdrückt. Für dieses Gesetz macht *Laplace* zwei Annahmen:

$$(1) \quad \rho = \rho_0[1 + e(1 - a)],$$

$$(2) \quad \rho = \frac{A}{a} \sin(an),$$

worin ρ die Dichte, a den Abstand einer Schicht vom Erdmittelpunkt (Erdradius = 1) und ρ_0 , e ebenso A , n Konstante bedeuten. Diese Konstanten werden durch den Wert von ρ an der Erdoberfläche einerseits, die entwickelten Gleichgewichtsbedingungen andererseits bestimmt. Man erhält dann eine Beziehung zwischen der mittleren Dichte der Erde (und damit der Gravitationskonstanten) und der Oberflächendichte ρ_0 ; und zwar folgt aus der ersten Annahme über die Zunahme der Dichte nach dem Erdinnern

$$\Delta_1 = 1,587 \cdot \rho_0,$$

aus der zweiten Annahme

$$\Delta_2 = 2,4225 \cdot \rho_0,$$

wenn die Erdelliptizität gleich 0,00326 angenommen wird.

2) Unter wesentlich denselben Voraussetzungen, mit Benützung der zweiten Annahme von *Laplace* über die Zunahme der Dichte nach dem Erdinnern, der Formel von *Clairaut* für das Gleichgewicht der rotierenden als flüssig gedachten Erde und des Werts 0,00346 für die Elliptizität der Erde, gelangt *J. Ivory*³⁸⁾ zu der Beziehung:

$$\Delta = 1,901 \cdot \rho_0 \cdot ^{39)}$$

3) Die neuere umfangreiche Litteratur dieser Frage (*Lipschitz*, *Stieltjes*, *Tisserand*, *Roche*, *Maurice Lévy*, *Saigey*, *Callandreaux*, *Radau*, *Poincaré*, *Tumlriz* kann hier nicht besprochen werden; wir verweisen dieserhalb auf die angezogenen Kapitel bei *Tisserand*⁴⁰⁾ oder auf Bd. VI der Encyklopädie.

9. Das Ergebnis der Bestimmungen. Für die Frage, was man als wahrscheinlichsten Wert der Gravitationskonstanten zu betrachten hat, muss von den Ergebnissen der unter Nr. 7 und 8 besprochenen Methoden von vornherein abgesehen werden.

38) *Phil. Mag.* 66 (1825), p. 321 f.

39) Nimmt man als durchschnittliche Dichte der gesamten Erdoberfläche den Wert von *S. Haughton*³⁸⁾ = 2,059, so würde man erhalten nach

$$\text{Laplace } \Delta_1 = 3,268,$$

$$\Delta_2 = 4,962,$$

$$\text{Ivory} \quad = 3,914.$$

40) Vgl. *Anm.* 46.

Die thatsächlich ausgeführten terrestrischen Methoden (Nr. 7) haben zwar vor den Laboratoriumsmethoden (Nr. 4—6) den Vorteil, dass die anziehenden Massen und damit auch die zu beobachtenden Differenzen relativ bedeutende Grösse haben. Allein dieser Vorteil wird mehr als aufgewogen dadurch, dass die Dimensionen und die Dichte der anziehenden Massen nur unvollkommen bekannt sind und die der Beobachtung unzugängliche Massenverteilung unter dem Beobachtungsort eine wesentliche, aber völlig unkontrollierbare Rolle spielt⁴¹⁾.

Diejenigen terrestrischen Methoden aber, die Aussicht auf Erfolg hätten, da sie nicht nur die Verwendung sehr grosser Massen gestatten, sondern auch die Grösse der anziehenden Masse bei ihnen mit ausreichender Genauigkeit zu bestimmen wäre und ausserdem der Einfluss der Umgebung herausfallen würde — Veränderung der Grösse oder Richtung von g durch einen See oder das Meer bei verschiedenem Niveau —, sind nicht oder nicht einwurfsfrei ausgeführt worden.

Die Versuche zur Berechnung der Gravitationskonstanten (Nr. 8) können ebenfalls kein einigermaßen zuverlässiges Resultat liefern. Abgesehen von anderen Bedenken geht in diese Rechnungen die durchschnittliche Oberflächendichte der Erde ein und diese ist bei weitem nicht mit derjenigen Genauigkeit bekannt, als die Gravitationskonstante selbst durch die Laboratoriumsbestimmungen erhalten wurde.

Es bleiben also nur die Resultate der Laboratoriumsbestimmungen (Nr. 4—6). Berücksichtigt man von jeder Methode nur die zwei neuesten Bestimmungen, so erhält man folgende Zusammenstellung:

	Δ	G
Drehwage	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Boys} \\ \text{Braun} \end{array} \right. \begin{array}{l} 5,527 \\ 5,5270^{42)} \end{array}$	$6,658 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-2} \text{ gr}^{-1}$
[Doppelpendel	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Wilsing} \\ \text{Poynting} \end{array} \right. \begin{array}{l} 5,577 \\ 5,4934 \end{array}$	$6,596 \cdot 10^{-8}$ „]
Wage	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Richarz u.} \\ \text{Krigar-Menzel} \end{array} \right. \begin{array}{l} 5,5050 \\ 5,5050 \end{array}$	$6,698 \cdot 10^{-8}$ „
Mittel aus diesen Bestimmungen	$5,513^{43)}$	$6,675 \cdot 10^{-8}$ „

41) Vgl. darüber *W. S. Jacob*, *Phil. Mag.* (4) 13 (1857), p. 525—528. Umgekehrt können derartige Bestimmungen von Bedeutung sein, weil sie einen Schluss auf die Massenverteilung in der Nähe des Beobachtungsorts gestatten. Vgl. *R. v. Sterneck's* Messungen³⁴⁾.

42) In später ausgegebenen Exemplaren hat *Braun* als wahrscheinlichstes Resultat seiner Beobachtungen $\Delta = 5,52725$ angenommen (Mitteilung von Herrn Prof. *F. Richarz*).

43) Bekanntlich hat *Newton* (*Principia* lib. III, propos. X) die mittlere

Die gute Übereinstimmung⁴⁴⁾ der Werte, welche nach derselben Methode erhalten wurden einerseits, die relativ bedeutenden Differenzen zwischen den Resultaten der verschiedenen Methoden⁴⁵⁾ andererseits zeigen, dass diese Differenzen nur in prinzipiellen Mängeln der Methoden ihren Grund haben können. Solange diese aber nicht aufgedeckt sind, kann wohl kaum einem dieser Resultate mehr Gewicht beigelegt werden als dem anderen. Bei der Methode von *Wilsing* ist nur zu bedauern einmal, dass sie bis jetzt nicht von einem zweiten Beobachter angewandt und dadurch das Resultat von *Wilsing* kontrolliert wurde, und dann, dass bis jetzt der Einfluss der magnetischen Permeabilität des Doppelpendels einer Prüfung nicht unterzogen wurde⁴⁶⁾. Bei der Bildung des Mittelwertes oben ist deshalb das Resultat *Wilsing's* nicht berücksichtigt.

II. Astronomische und experimentelle Prüfung des Newton'schen Gesetzes.

10. Allgemeines. Dass das *Newton'sche* Gesetz, falls es nicht absolut richtig sein sollte, jedenfalls eine so weit gehende Annäherung an die thatsächlichen Verhältnisse darstellt, wie kaum ein anderes Gesetz, ist auf zwei von einander unabhängigen Gebieten sicher gestellt.

Auf *astronomischem*⁴⁷⁾ Gebiet ergeben sich aus diesem Gesetz nicht nur die Planetenbewegungen in erster Annäherung (*Kepler'sche* Gesetze); sondern auch die zweite Näherung, die Abweichungen von dieser Bewegung infolge der Störung durch andere Planeten, folgen aus dem *Newton'schen* Gesetz noch so richtig, dass aus beobachteten Störungen die Bahn und relative Masse eines bis dahin unbekanntem Planeten (*Neptun*) vorhergesagt werden konnte.

Andererseits liegen aber eine Reihe von astronomischen Beob-

Erdichte auf 5—6 geschätzt. Das Mittel 5,5 stimmt also mit dem Mittel aus den neuesten Messungen bis auf $\frac{1}{4}\%$ überein.

44) Zwischen den Drehwagebestimmungen $\overline{\leq} 0,012\%$, zwischen den Wagebestimmungen ca. $0,2\%$.

45) Grösste Differenz zwischen Wage- und Doppelpendelbestimmung ca. $1,5\%$.

46) Nach *F. Richarz* und *O. Krigar-Menzel* (Bemerkungen zu dem . . . von Herrn *C. V. Boys* über die Gravitationskonstante . . . erstatteten Bericht. Greifswald 1901) könnte die Abweichung des *Wilsing'schen* Resultats von den anderen durch einen solchen Einfluss bedingt sein.

47) Diskussion der Gültigkeit des *Newton'schen* Gesetzes auf astronomischem Gebiet bei *Tisserand*, *Méc. céleste* 4 (1896), cap. 29 und *S. Newcomb*⁴⁸⁾.

achtungen vor, die gegenüber der Berechnung auf Grund des *Newton'schen* Gesetzes Differenzen zeigen. Diese Differenz beträgt⁴⁸⁾

- 1) in der Perihelbewegung des Merkur: ca. 40" im Jahrhundert;
- 2) in der Bewegung des Knotens der Venusbahn: 5mal wahrscheinlicher Fehler;
- 3) in der Perihelbewegung des Mars: 3mal wahrscheinlicher Fehler;
- 4) in der Excentricität der Merkurbahn: 2mal wahrscheinlicher Fehler (unsicher!).

Dazu kommen

- 5) bedeutende Anomalien in der Bewegung des *Encke'schen* Kometen und
- 6) kleine Unregelmässigkeiten in der Mondbahn.

Kleine Korrekturen am *Newton'schen* Gesetz sind also auf Grund der astronomischen Erfahrung nicht ausgeschlossen⁴⁹⁾, wenn auch — insbesondere in den unter 5 und 6 aufgeführten Fällen, in denen die Verhältnisse komplizierter und unsicherer liegen als bei den Planetenbahnen — keineswegs ausgemacht ist, dass die angegebenen Differenzen in einer Ungenauigkeit des Gravitationsgesetzes ihren Grund haben⁴⁸⁾.

Auf *experimentellem* Gebiet haben die besten Bestimmungen der Gravitationskonstanten, die sämtlich auf der Annahme der Gültigkeit des *Newton'schen* Gesetzes fussen, ziemlich gut übereinstimmende Resultate ergeben⁵⁰⁾. Da diese Bestimmungen mit Massen der verschiedensten Grösse, des verschiedensten Materials und in den verschiedensten Entfernungen ausgeführt wurden, so schliesst diese Übereinstimmung eine irgendwie beträchtliche Ungenauigkeit des

48) *S. Newcomb*, The elements of the four inner planets etc., Washington 1895. Auf p. 109 ff. sind die möglichen Erklärungen dieser Abweichungen diskutiert.

49) *Th. von Oppolzer* (Tagebl. d. 54. Vers. d. Naturf. u. Ärzte, Salzburg 1881) kommt sogar zu dem etwas sehr apodiktischen Schluss: „Die Theorie des Mondes lässt mit einiger Wahrscheinlichkeit vermuten, die des Merkur weist mit Bestimmtheit darauf hin, die des *Encke'schen* Kometen erhebt es zur unumstösslichen Sicherheit, dass die allein auf das *Newton'sche* Attraktionsgesetz in der *gegenwärtigen Form* aufgebauten Theorien zur Erklärung der Bewegungen der Himmelskörper nicht ausreichend sind.“

50) Man vergleiche die besten terrestrischen und Laboratoriumsmethoden:

	Beobachter	anziehende Masse	Δ
Laboratoriums- methoden	<i>Boys</i>	7,4 kg	5,527
	<i>Braun</i>	9,1 „	5,5270
	<i>Poynting</i>	154 „	5,4934
	<i>Wilsing</i>	325 „	5,577
	<i>Richarz</i> u. <i>Krigar-Menzel</i>	100000 „	5,5050

Newton'schen Gesetzes aus und lässt höchstens *kleine* Korrekturen desselben zu.

11. Abhängigkeit von der Masse. Astronomische Prüfung.

Dass die Kraft, welche zwei Körper auf einander ausüben, der Masse jedes der Körper proportional sei, hat *Newton* auf folgende Weise abgeleitet.

a) Die Beobachtung zeigt, dass Jupiter seinen Trabanten, die Sonne den Planeten, die Erde dem Mond und Körpern an ihrer Oberfläche, die Sonne dem Jupiter und seinen Trabanten *Beschleunigungen* erteilt, welche gleich sind bei gleicher Entfernung. Daraus folgt: in diesen Fällen muss die *Kraft* proportional sein der Masse des *angezogenen* Körpers.

b) Daraus liefert das Prinzip von Wirkung und Gegenwirkung, dass sie auch proportional sein muss der Masse des *anziehenden* Körpers.

Gegen diese Schlussweise hat *M. E. Vicaire*⁵¹⁾ folgenden Einwand, der aber wohl noch der Diskussion bedürfte⁵²⁾, erhoben. In den angeführten Beispielen liegt ein ganz spezieller Fall vor: die Anziehung eines sehr grossen auf einen im Verhältnis dazu sehr kleinen Körper. Dann liefert aber schon die Voraussetzung, dass bei gleicher Entfernung die Anziehungskraft überhaupt nur Funktion der beiden Massen ist, das Resultat, dass die Anziehungskraft der Masse des kleinen Körpers annähernd proportional sein muss.

Denn die Funktion A_{Mm} , welche die Anziehung der grossen Masse M auf die kleine m ausdrückt, ist jedenfalls homogen in M und m . Man kann demnach setzen:

	Beobachter	anziehende Masse	Δ
Terrestrische Methoden	{	<i>Mendenhall</i>	Berg von 3800 m Höhe 5,77
		<i>E. D. Preston</i>	„ „ 3000 „ „ 5,57
		„	„ „ 4000 „ „ 5,13
		<i>von Sterneck</i>	Erdschichten von 5,275
		(Wien. Ber. 108)	verschiedener Dicke 5,56
	„	„	5,3
	„	„	5,35

51) Paris, C. R. 78 (1874), p. 790—794.

52) Dagegen spricht, dass die Massenbestimmungen der Planeten aus den Störungen, welche sie auf andere Planeten ausüben, stets innerhalb der wahrscheinlichen Fehler übereinstimmen mit den Massenbestimmungen derselben Planeten aus den Bewegungen ihrer eventuellen Monde. Z. B. ergibt sich die Masse des Mars aus Jupiterstörungen = $1/2812526$, aus Elongationsbewegungen seiner Monde = $1/3093500$. Vgl. übrigens auch *F. W. Bessel*, Berl. Abh. 1824 und Ges. Werke 1, p. 84.

$$\begin{aligned}
 A_{Mm} &= M^k \cdot f\left(\frac{m}{M}\right) \\
 &= M^k \left[\frac{m}{M} \cdot f'(0) + \left(\frac{m}{M}\right)^2 \frac{f''(0)}{1 \cdot 2} + \dots \right] \\
 &= M^{k-1} \cdot m \cdot f'(0) \text{ approx. ,}
 \end{aligned}$$

also die Anziehung in erster Näherung proportional m . Daraus also dass diese Proportionalität durch die Beobachtung bestätigt wird, darf nicht geschlossen werden, dass die Anziehung auch proportional der Masse des anziehenden grossen Körpers ist. Daraus würde sich aber ergeben, dass die auf das dritte *Kepler'sche* Gesetz gegründeten Berechnungen der Planetenmassen im Verhältnis zur Sonnenmasse prinzipiell verfehlt sind.

Vicaire wendet sich dann auch dagegen, dass diese Berechnungen sich durch die gewöhnlichen Berechnungen aus den Planetenstörungen stützen lassen. Die *säkularen* Störungen eines Planeten m durch einen anderen m' , die man in erster Linie beobachte und für jene Berechnungen herbeiziehe, geben überhaupt nicht die relative Masse des Planeten m' , sondern das Verhältnis $A_{mm'} : A_{Mm}$, was nach dem obigen nicht identisch mit $m' : M$ zu sein brauche. Über $m' : M$ könnten nur die *periodischen* Störungen Aufschluss geben.

12. Abhängigkeit von der Masse. Experimentelle Prüfung für Massen desselben Materials. Für die Frage, wie weit die Proportionalität der Anziehungskraft mit der Masse für Massen desselben Materials garantiert ist, sind von besonderem Wert die G -Bestimmungen von *Poynting*²⁾ und von *Richarz* und *Krigar-Menzel*²⁾. Beides sind einwurfsfreie Laboratoriumsmethoden mit der grössten Sorgfalt ausgeführt. Bei beiden Bestimmungen wurden dasselbe Material (Blei) und dieselbe Messmethode, aber Massen sehr verschiedener Grösse (154 bzw. 100 000 kg) verwandt. Trotzdem die Masse im einen Fall das 650fache derjenigen im anderen betrug, stimmen die Resultate bis auf ungefähr 0,2% überein.

13. Abhängigkeit von der Masse. Experimentelle Prüfung für Massen verschiedener chemischer Zusammensetzung. Ob die Proportionalität der Anziehungskraft mit der Masse auch für Massen verschiedener chemischer Zusammensetzung streng gültig sei, ist nach drei verschiedenen Methoden geprüft worden.

a) Es wurde für Massen verschiedenen Materials die Gravitationskonstante bestimmt.

Eine grosse Anzahl von Messungen dieser Art hat *F. Baily*⁹⁾ ausgeführt. Ordnet man seine Resultate nach dem spezifischen Gewicht

der Masse, die an der Drehwage aufgehängt war⁵³⁾, und nimmt man für jedes Material das Mittel aus allen Messungen, so zeigt sich folgendes. Die Werte von Δ nehmen immer mehr zu — diejenigen von G also immer mehr ab — je kleiner das spezifische Gewicht der Masse war⁵⁴⁾. Es ist indes Grund zu der Annahme vorhanden, dass es sich bei diesen Differenzen um einen prinzipiellen Fehler in seiner Anordnung oder Berechnung handelt⁵⁵⁾.

Gegen die Annahme, dass diese verschiedenen Resultate ihren Grund in einem verschiedenen Wert der Gravitationskonstanten für die verschiedenen Substanzen habe, würde jedenfalls ins Gewicht fallen, dass die Resultate von *Boys*¹¹⁾ und *Braun*¹²⁾ bis auf ca. 0,01% übereinstimmen, obwohl sie sich auf verschiedenes Material beziehen. Ebenso giebt *v. Eötvös*¹⁶⁾ an, mit Hülfe einer besonders empfindlichen Drehwage festgestellt zu haben, dass der Unterschied in der Anziehung von Glas, Antimonit, Korkholz gegenüber derjenigen von Messing kleiner als $\frac{1}{2} \cdot 10^{-7}$ und von Luft gegenüber derjenigen von Messing kleiner als $1 \cdot 10^{-5}$ der ganzen Anziehung sei.

b) Es wurden Pendel aus verschiedenem Material hergestellt und ihre Schwingungsdauer verglichen.

Diese schon von *Newton*⁵⁶⁾ angewandte Methode ist insbesondere von *F. W. Bessel*⁵⁷⁾ verfeinert worden. Während *Newton* aus seinen Versuchen nur schliessen konnte, dass der Unterschied in der Anziehung, welche die Erde auf Körper der verschiedensten Beschaffenheit ausübe, kleiner als $1 \cdot 10^{-3}$ der ganzen Anziehung sei, war es *Bessel* möglich, diese Grenze auf $\frac{1}{6} \cdot 10^{-4}$ herunterzudrücken.

c) Ein zugeschmolzenes Gefäss, welches zwei verschiedene chemische Substanzen getrennt enthält, wird gewogen, dann werden die Substanzen vereinigt und nach Vollendung der chemischen Reaktion wird das Gefäss wieder gewogen.

53) Anziehende Substanz überall dieselbe = Blei.

54) Substanz	spez. Gew.	Δ	
Platin	21	5,609	
Blei	11,4	5,622	
Messing	8,4	5,638	
Zink	7	5,691	
Glas	ca. 2,6	5,748	} Ausnahme.
Elfenbein	1,8	5,745	

55) Vgl. auch *F. Reich* in der Anm. 8 genannten Schrift „Neue Versuche etc.“, p. 190.

56) Principia lib. III, propos. VI.

57) Astr. Nachr. 10 (1833), p. 97.

Die ersten Versuche dieser Art von *D. Kreichgauer*⁵⁸⁾ an Quecksilber und Brom und an Quecksilber und Jod führten zu dem Ergebnis, „dass bei den verwendeten Körpern eine Änderung der Anziehung durch die Erde infolge chemischer Kräfte unterhalb $1/20000000$ der ganzen Anziehung bleiben müsste“. Allein *H. Landolt*⁵⁹⁾ hat unter möglichst einfachen Verhältnissen — ausser Reaktionen, bei denen eine Änderung des Gewichts nicht mit Sicherheit zu konstatieren war — folgendes gefunden:

1) Bei der Reduktion von Silbersulfat durch Ferrosulfat in drei Versuchsreihen Gewichtsabnahme um 0,167, 0,131 und 0,130 mg.

2) Bei Jodsäure und Jodwasserstoff in sechs Versuchsreihen Gewichtsabnahmen, die zwischen 0,01 und 0,177 mg schwanken.

Diese Gewichtsabnahmen übersteigen nicht nur die wahrscheinlichen Fehler der Wägungen, sondern zum Teil auch die grössten Abweichungen, welche die einzelnen Wägungen unter einander ergaben. *A. Heydweiller*⁶⁰⁾ hat diese Wägungen wieder aufgenommen, nachdem durch *M. Hänzel*⁶¹⁾ festgestellt worden war, dass die von *Landolt* in dem ersten Beispiel beobachteten Abweichungen nicht durch die Einwirkung magnetischer Kräfte zu erklären sind. Er erhält in einer Reihe von Fällen ebenfalls Gewichtsabnahme und kommt zu dem Ergebnis: „als sicher festgestellt kann man also die Gewichtsänderung betrachten: bei der Wirkung von Eisen auf Kupfersulfat in saurer oder basischer Lösung . . . , bei der Auflösung von saurem Kupfersulfat . . . , und bei der Wirkung von Kaliumhydroxyd auf Kupfersulfat . . .“.

Es handelt sich also in den angegebenen Fällen um *gut konstatierte aber vorerst völlig unaufgeklärte Abweichungen von der Proportionalität der Gravitationswirkung mit der Masse*.

14. Abhängigkeit von der Masse. Experimentelle Prüfung für Massen verschiedener Struktur. Die Vermutung, dass die Anziehung zweier Massen von ihrer Struktur abhängen könnte, ist durch manche Theorien zur Erklärung der Gravitation nahe gelegt. Sie wurde nach zwei Richtungen einer experimentellen Prüfung unterzogen.

58) Berl. physik. Ges. 10 (1891), p. 13—16.

59) Zeitschr. physik. Chem. 12 (1894), p. 11. Er citiert, dass *J. S. Stas* bei der Synthese von Jod- und Bromsilber immer weniger erhielt, als den angewandten Mengen entsprach und zwar betrug die Differenz im Mittel aus fünf Versuchen $\frac{1}{4} \cdot 10^{-4}$ der Gesamtmasse.

60) Ann. Phys. 5 (1901), p. 394—420.

61) Diss. Breslau 1899.

a) *Kreichgauer*⁵⁸⁾ untersuchte, ob ein Körper (essigsäures Natrium) sein Gewicht ändere, wenn er krystallisiere, fand aber, dass eine etwaige Gewichtsänderung jedenfalls unter $\frac{1}{2} \cdot 10^{-7}$ der ganzen Anziehung liege⁶²⁾. +

b) *A. S. Mackenzie*⁶³⁾ und andererseits *J. H. Poynting* und *P. L. Grey*⁶⁴⁾ behandeln die Frage, ob die Gravitationswirkung eines krystallinischen Körpers nach verschiedenen Richtungen verschieden sei. *Mackenzie* prüfte Kalkspath gegen Blei, auch Kalkspath gegen Kalkspath, fand aber den Unterschied jedenfalls kleiner als $\frac{1}{200}$ der ganzen Anziehung. *Poynting* und *Grey* gelangen zu dem Resultat, dass die Anziehung von Quarz gegen Quarz bei parallelen und bei gekreuzten Axen sich um weniger als $\frac{1}{16500}$ der ganzen Anziehung unterscheidet und dass bei parallelen Axen, wenn aber der eine Krystall um 180° gedreht werde, die Anziehung sich um weniger als das $\frac{1}{2850}$ des ganzen Betrags ändere. +

15. Abhängigkeit von der Entfernung. Astronomische Prüfung

(vgl. Bd. VI). *S. Newcomb*⁶⁵⁾ hat die Frage, wie weit das $\frac{1}{r^2}$ im *Newton'schen* Gesetz durch astronomische Daten sicher gestellt sei, einer Diskussion unterzogen. Er kommt zu folgendem Ergebnis:

a) Die Übereinstimmung der beobachteten Mondparallaxe mit der aus der Grösse von g an der Erdoberfläche berechneten zeigt, dass für Grössen von r , die zwischen dem Erdradius und dem Radius der Mondbahn liegen, die 2 in r^2 bis auf 1/5000 ihres Betrags garantiert ist. +

b) Die Übereinstimmung der beobachteten Störung des Mondes durch die Sonne mit der auf Grund des *Newton'schen* Gesetzes berechneten beweist mit ungefähr derselben Genauigkeit die Gültigkeit des r^2 bis zu Entfernungen von der Grössenordnung des Radius der Erdbahn, d. h. bis zum ungefähr 24 000-fachen des Erdradius. +

c) Aus der Gültigkeit des dritten *Kepler'schen* Gesetzes folgt die Gültigkeit des *Newton'schen* Gesetzes bis zur Grenze des Planetensystems überhaupt, also bis zu Entfernungen, die ungefähr das 20-fache des Radius der Erdbahn betragen. Doch ist für diesen Bereich die (+)

62) Schon *Bessel*⁵⁷⁾ und neuerdings von *Eötvös*¹⁶⁾ haben bei ihren Versuchen keinen Unterschied zwischen krystallinischen und amorphen Körpern gefunden.

63) *Phys. Rev.* 2 (1895), p. 321—343.

64) *Lond. Trans. A* 192 (1899), p. 245—256.

65) In der in Anm. 48 cit. Schrift.

Genauigkeit, mit der das $1/r^2$ aus den Beobachtungen zu ermitteln ist, nicht sicher angebbar.

Einen weiteren Prüfstein derselben Frage liefert, wie schon *Newton*⁶⁶⁾ hervorgehoben hat, der Umstand, dass eine Abweichung des Exponenten der Entfernung von 2 *Perihelbewegungen* der Planeten zur Folge haben würde. Während also eine solche Abweichung einerseits nicht gross sein kann, weil sich sonst der Beobachtung widersprechende Perihelbewegungen ergeben würden, könnten andererseits die beobachteten anomalen Perihelbewegungen in einer geringen Ungenauigkeit des Gravitationsgesetzes ihren Grund haben. *M. Hall*⁶⁷⁾ hat in der That nachgewiesen, dass das schon von *G. Green*⁶⁸⁾ untersuchte Gesetz, welches $1/r^{2+\lambda}$ an Stelle von $1/r^2$ setzt, worin λ eine kleine Zahl bedeutet, genügt, um die anomale Perihelbewegung des Merkur zu erklären, wenn man $\lambda = 16 \cdot 10^{-8}$ nimmt. Dieselbe Zahl für λ würde auch die beobachtete anomale Perihelbewegung des Mars richtig liefern, für Venus und Erde allerdings etwas zu grosse Perihelbewegungen zur Folge haben⁶⁹⁾. *Newcomb* sagt aber noch Diskussion der einschlägigen Verhältnisse, die Annahme von *Hall* schein ihm „provisionally not inadmissible“.

16. Abhängigkeit von der Entfernung. Experimentelle Prüfung.

Die Frage wurde direkt durch *Mackenzie*⁶⁵⁾ geprüft, indem er mit der Drehwaage die Anziehung derselben Körper bei verschiedenen Entfernungen maass. Er stellte fest, dass die Abweichung zwischen dem beobachteten und dem aus dem *Newton*'schen Gesetz berechneten Resultat jedenfalls kleiner als $\frac{1}{500}$ der ganzen Anziehung sei.

In theoretischer Hinsicht rührt unsere Zuversicht zu der 2 im Exponenten des *Newton*'schen Gesetzes wohl wesentlich daher, dass vom Standpunkte der Feldwirkungstheorie (Nr. 34) nur dieses Gesetz mit der Annahme einer im allgemeinen quellenfreien Verteilung der Feldstärke verträglich ist, dass also nur bei genauer Gültigkeit dieses Gesetzes der Kraftlinienbegriff im Gravitationsfelde einen Inhalt hat.

17. Einfluss des Mediums auf die Gravitation. Die Analogie der elektrischen und magnetischen Massen, deren Wirkung in hohem Maasse von dem Medium abhängt, in welchem sie sich befinden, lässt es als durchaus möglich erscheinen, dass auch bei der Gravitation

66) Principia lib. I, sect. IX.

67) Astr. Journ. 14, p. 45.

68) Cambr. Trans. 1835, p. 403.

69) Vgl. *Newcomb* in der in Anm. 48 cit. Schrift, p. 109.

ein solcher Einfluss sich geltend macht, dass also die Gravitationskonstante nicht, wie *Newton* annahm, eine universelle, sondern eine Konstante des Mediums sei. Allein schon die relativ gute Übereinstimmung der *G*-Bestimmungen, trotzdem die *Form* der verwandten Massen eine ganz verschiedene war, schliesst einen einigermaßen erheblichen Einfluss von Körpern, die sich zwischen den anziehenden Massen befinden, aus⁷⁰⁾. Ausserdem wurde die Frage, ob ein Körper existiere, der für die Gravitation eine andere Permeabilität habe als die Luft, von *L. W. Austin* und *C. B. Thwing*⁷¹⁾ auch direkt mit der Drehwage untersucht. Sie schoben zwischen die beiden einander anziehenden Körper Platten der verschiedensten Substanzen, deren Dicke $\frac{1}{3}$ des Abstands der anziehenden Massen betrug. Das Resultat war, dass der Unterschied jedenfalls kleiner als 0,2% der ganzen Anziehung sein müsste.

In anderer Richtung hat *Laplace*⁷²⁾ die Frage nach einem möglichen Einfluss des Mediums diskutiert. Er nimmt an, die Körper ausser Luft mögen für die Gravitation einen kleinen Absorptionskoeffizienten α besitzen, so dass das Gravitationsgesetz für zwei in einem solchen Medium eingebettete Massenelemente m_1 und m_2 wäre:

$$K = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot e^{-\alpha r}.$$

Die Anwendung dieses Gesetzes auf die Verhältnisse von Sonne-Mond-Erde führt ihn aber zu dem Ergebnis, dass für die Erde (Radius *R*)

$$\alpha R < \frac{1}{10^6}$$

sein müsste⁷³⁾.

18. Einfluss der Temperatur. Manche mechanische Theorien über das Wesen der Gravitation⁷⁴⁾ lassen es als durchaus möglich erscheinen, dass die Gravitationswirkung von der Temperatur des

70) Bei *Wilsing* lange Cylinder, bei *Boys* und *Braun* Kugeln, bei *Richarz* und *Krigar-Menzel* Würfel, trotzdem gute Übereinstimmung, nämlich:

<i>Wilsing</i>	$\Delta = 5,577$	}	Differenz 0,9%
<i>Boys</i> u. <i>Braun</i>	$\Delta = 5,527$		
<i>Richarz</i> u. <i>Krigar-Menzel</i>	$\Delta = 5,505$		

Vgl. besonders auch Anm. 50.

71) Phys. Rev. 5 (1897), p. 294—300.

72) Méc. céleste, livre XVI, cap. IV, § 6.

73) Einen indirekten Beweis gegen die Existenz einer spezifischen Gravitations-Permeabilität führt *Poynting* an: es sei nie eine Ablenkung (Brechung) der Gravitationswirkung beobachtet worden. Indess scheint diese Frage bis jetzt überhaupt nie genau untersucht worden zu sein.

74) Vgl. Abschnitt V dieses Artikels.

Mediums modifiziert wird. Eine direkte Prüfung dieser Frage wurde bis jetzt nicht angestellt, von *Jolly* macht aber darauf aufmerksam, dass bei seinen absoluten Bestimmungen die Temperaturdifferenz im Maximum 29,6° betrug, ohne dass die Differenz im Resultate die Grösse der Versuchsfehler überschritten hätte.

19. Abhängigkeit von der Zeit. Konstanz. Die im *Newton*-schen Gesetz stillschweigend vorausgesetzte Unabhängigkeit der Gravitationswirkung von der Zeit ist nach zwei Richtungen angefochten worden. Es wurde die Frage aufgeworfen:

a) Ist die Gravitationskonstante auch eine Konstante bezüglich der Zeit, oder ändert sie sich im Verlauf der Zeit?

b) Braucht die Gravitation Zeit, um in Wirksamkeit zu treten, besitzt sie eine endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit, oder ist die Gravitationswirkung eine momentane?

Die erste Frage hat *R. Pictet*⁷⁵⁾ diskutiert auf Grund der Anschauung, dass die Gravitation eine Wirkung von Stössen der Äthertheilchen sei⁷⁴⁾. Seine Überlegung ist folgende. Die Gesamtenergie des Sonnensystems setzt sich aus zwei Teilen zusammen: 1) der lebendigen Kraft der Planeten und Sonne; 2) der lebendigen Kraft der Äthertheilchen. Nun ist die lebendige Kraft der Planeten sehr verschieden, je nach ihrer augenblicklichen Stellung zur Sonne. Ist also die gesamte Energie des Sonnensystems konstant, so folgt, dass die lebendige Kraft der Ätheratome und damit die Gravitationskonstante sich im Verlauf der Zeit ändern muss.

Versuche, um eine solche zeitliche Änderung der Gravitationskonstanten nachzuweisen, hätten nach *R. Pictet* und *P. Cellérier*⁷⁶⁾ Aussicht auf Erfolg, da die Differenz in der lebendigen Kraft der Planeten — ausschlaggebend sind Jupiter und Saturn — z. B. zwischen dem Minimum vom Jahre 1898—99 und dem Maximum von 1916—17 ca. 18 % beträgt.

20. Abhängigkeit von der Zeit. Endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit⁷⁷⁾. Die zweite Frage, ob die Gravitation momentan wirkt oder eine endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit besitzt, ist auf Grund der *Planetenbewegungen* in neuerer Zeit von *R. Lehmann-Filhès*⁷⁸⁾ und *J. v. Hepperger*⁷⁹⁾ untersucht worden.

75) Genève Bibl. (6 sér., 3 période) 7 (1882), p. 513—521.

76) Genève Bibl. (6 sér., 3 période) 7 (1882), p. 522—535.

77) Referat über diese Frage: *S. Oppenheim*, Jahresber. kais. kgl. akad. Gymn. Wien 1894—1895, p. 3—28; *F. Tisserand*, Méc. céle. 4 (1896), chap. 28; *P. Drude*, Ann. Phys. Chem. 62 (1897).

78) Astr. Nachr. 110 (1885), p. 208.

79) Wien. Ber. 97 (1888), p. 337—362.

Die Art, in welcher die endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit eingeführt wird, ist bei beiden dieselbe. In dem Moment, in welchem der Planet (Masse m) sich im Abstand r von der Sonne (Masse M) befindet, geht die dem *Newton'schen* Gesetz entsprechende Kraft $G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$ von der Sonne aus mit einer gewissen endlichen Geschwindigkeit. Diese Kraft wirkt dann auf den Planeten zu einer Zeit, in welcher sein Abstand von der Sonne sowohl der Richtung als der Grösse nach von r verschieden ist. Dasselbe gilt von der Kraft, welche der Planet auf die Sonne ausübt.

Etwas verschieden sind bei *Lehmann-Filhès* und *von Hepperger* die Bewegungsgleichungen, da ersterer die Geschwindigkeit der Sonne, letzterer die Geschwindigkeit des Schwerpunkts von Sonne und Planeten als konstant annimmt.

Beide kommen zu dem Resultat, dass die einflussreichste Änderung der Planetenbewegung eine säkulare Änderung der mittleren Länge wäre. Daraus folgt einmal, dass die Einführung einer endlichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit *unter Beibehaltung des Newton'schen Gesetzes* zur Hebung der p. 36 angeführten Schwierigkeiten bezüglich der Planetenbahnen nichts beiträgt; und dann, dass die hypothetische Fortpflanzungsgeschwindigkeit sehr viel grösser als die Lichtgeschwindigkeit sein müsste, da sich sonst eine säkulare Änderung der mittleren Länge in einem den Beobachtungen widersprechenden Betrag ergeben würde. Liegt die Eigengeschwindigkeit der Sonne zwischen 1 und 5 km/sec⁸⁰⁾, so müsste die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation nach *v. Hepperger* wenigstens 500mal grösser als die Lichtgeschwindigkeit sein.

Eine schärfere Prüfung der Annahme einer zeitlichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit liefert ihre Anwendung auf die *Mondbewegung*, die von *R. Lehmann-Filhès*⁸¹⁾ durchgeführt ist. Er kommt zu dem Schluss, dass man, um unter Beibehaltung des *Newton'schen* Gesetzes die Störung der Länge des Mondes auf ein erträgliches Mass herabzudrücken, der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation einen ungeheueren Wert, vielleicht das Millionenfache der Lichtgeschwindigkeit beilegen müsste. Auch stimmt das Vorzeichen der Störung nicht mit der beim Monde gefundenen Abweichung zwischen Beobachtung und Theorie überein.

Auf ähnliche Schwierigkeiten stösst *Th. v. Oppolzer*⁴⁹⁾ bei der An-

80) Nach neueren Untersuchungen soll dieselbe aber ca. 15 km/sec betragen (vgl. *H. C. Vogel*, *Astr. Nachr.* 132 (1893), p. 80 f.).

81) *Münch. Ber.* 25 (1896), p. 371.

wendung der Annahme einer endlichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit auf die Berechnung der Kometenbahnen.

III. Erweiterung des Newton'schen Gesetzes für bewegte Körper⁸²⁾.

21. Übertragung der elektrodynamischen Grundgesetze auf die Gravitation. Das Ergebnis der Versuche, unter Beibehaltung des *Newton'schen* Gesetzes auch für bewegte Körper eine endliche Fortpflanzung der Gravitation einzuführen und dadurch die bestehenden Differenzen zwischen Beobachtung und Berechnung zu heben, muss als ein wenig befriedigendes bezeichnet werden. Es ist deshalb nicht zu verwundern, wenn versucht wurde, die Giltigkeit des *Newton'schen* Gesetzes für bewegte Körper überhaupt in Zweifel zu ziehen, es nur als Spezialfall für ruhende Körper zu betrachten und für bewegte Körper ein erweitertes Gesetz an seine Stelle zu setzen.

Vor allem wurde untersucht, ob nicht die schon bekannten elektrodynamischen Grundgesetze dem genannten Zwecke genügen.

Das *Weber'sche* Grundgesetz, das *Zöllner* bekanntlich für das Grundgesetz aller Fernkräfte hielt, wonach für zwei Massenelemente m_1 und m_2 im Abstand r das Potential

$$P = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r} \left[1 - \frac{1}{c^2} \cdot \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \right] \quad (c = \text{Lichtgeschwindigkeit})$$

ist, wurde von *C. Seegers*⁸³⁾ und *G. Holzmüller*⁸⁴⁾ auf die Planetenbewegungen im allgemeinen durchgeführt, von *F. Tisserand*⁸⁵⁾ und *H. Servus*⁸⁶⁾ numerisch durchgerechnet. Es würde für den Merkur eine anomale säkulare Perihelbewegung von ca. 14'' geben.

Die Übertragung des *Gauss'schen*⁸⁷⁾ elektrodynamischen Grundgesetzes auf die Gravitation in der Form, dass als Anziehungskraft K zweier Massenelemente mit den Koordinaten x_1, y_1, z_1 bzw. x_2, y_2, z_2 ,

82) Referate über einen Teil der Arbeiten aus diesem Gebiet bei *S. Oppenheim*⁷⁷⁾, *P. Drude*⁷⁷⁾ und *F. Tisserand*⁷⁷⁾.

83) Diss. Göttingen 1864.

84) Zeitschr. Math. Phys. 1870, p. 69—91.

85) Paris, C. R. 75 (1872), p. 760 und 110 (1890), p. 313.

86) Diss. Halle 1885. *F. Zöllner* citiert, *W. Scheibner* habe nach brieflicher Mitteilung auf Grund des *Weber'schen* Gesetzes 6,7'' säkulare Perihelbewegung für Merkur berechnet. Den Grund für die Abweichung dieser Zahl von der im Texte angegebenen doppelt so grossen liegt darin, dass *Scheibner* die Konstante c im *Weber'schen* Gesetz gleich dem $\sqrt{2}$ fachen der Lichtgeschwindigkeit setzt.

87) Ges. Werke 5, p. 616 f., Nachlass.

$$K = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \left\{ 1 + \frac{2}{c^2} \left[\left(\frac{d(x_1 - x_2)}{dt} \right)^2 + \left(\frac{d(y_1 - y_2)}{dt} \right)^2 + \left(\frac{d(z_1 - z_2)}{dt} \right)^2 - \frac{3}{2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \right] \right\}$$

angenommen wird, liefert nach der Berechnung von *F. Tisserand*⁸⁸⁾ für den Merkur auch nur eine säkulare Perihelbewegung von 28''.

Aus dem *Riemann'schen*⁸⁹⁾ Grundgesetz:

$$P = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r} \left\{ 1 - \frac{1}{c^2} \left[\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right] \right\}$$

(*x, y, z* Koordinaten von m_1 relativ zu m_2)

würde nach *M. Lévy*⁹⁰⁾ gerade die doppelte Perihelbewegung des Merkur, wie aus dem *Weber'schen* Gesetze folgen.

Lévy hat deshalb vorgeschlagen, das *Riemann'sche* und *Weber'sche* Gesetz zu kombinieren in der Form:

$$P = P_{\text{Weber}} + \alpha (P_{\text{Riemann}} - P_{\text{Weber}})$$

$$= \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r} \left\{ 1 - \frac{1}{c^2} \left[(1 - \alpha) \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \alpha \left(\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right) \right] \right\}$$

und nun α aus der beobachteten säkularen Perihelbewegung des Merkur zu bestimmen. Nimmt man als beobachtete Perihelbewegung 38'', als durch das *Weber'sche* Gesetz geliefert 14,4''⁹¹⁾, so folgt $\alpha = 1,64 = \text{approx. } \frac{5}{3}$.⁹⁰⁾ Wird die durch andere Beobachter angegebene Perihelbewegung des Merkur 41,25'', als durch das *Weber'sche* Gesetz gegeben 13,65''⁹¹⁾ zu Grunde gelegt, so wird $\alpha = 2,02$.

Das Gesetz, zu welchem man auf diese Weise gelangt, hat den entschiedenen Vorteil, in der Elektrodynamik genau das gleiche zu leisten wie das *Riemann'sche* und *Weber'sche*, für die Gravitation aber eine Erweiterung des *Newton'schen* Gesetzes für bewegte Körper darzustellen, welche die schlimmste Differenz, die bisher zwischen Beobachtung und Berechnung bestand, wegschafft. (+)

22. Übertragung der Lorentz'schen elektromagnetischen Grundgleichungen auf die Gravitation. *H. A. Lorentz*⁹²⁾ hat den Versuch gemacht, die von ihm auf bewegte Körper ausgedehnten *Maxwell'schen* Gleichungen⁹³⁾ auf die Gravitation anzuwenden. In der Vorstellung

88) Paris, C. R. 110 (1890), p. 313.

89) Schwere, Elektrizität und Magnetismus, ed. *Hattendorf*, Hannover 1896, p. 313 ff.

90) Paris, C. R. 110 (1890), p. 545—551. Für die Bewegung von zwei Massen wurde das Gesetz allgemein schon von *O. Limann* (Diss. Halle 1886) behandelt.

91) *Tisserand*⁸⁵⁾ (Paris, C. R. 75) und *Servus*⁸⁶⁾.

92) Amsterdam Versl., April 1900.

93) Harlem, Arch. Néerl. 25 (1892), p. 363.

über die Konstitution der gravitierenden Moleküle schliesst er sich dabei im wesentlichen, wenn auch in etwas modernisierter Form, an *F. Zöllner* an. Über die Begründung des *Lorentz'schen* Ansatzes wird in Nr. 36 berichtet werden.

Die Zusatzkräfte, welche *Lorentz* ausser den vom *Newton'schen* Gesetz gelieferten bekommt, enthalten als Faktor entweder $\left(\frac{p}{c}\right)^2$ oder $\frac{p \cdot w}{c^2}$, worin p die konstant angenommene Geschwindigkeit des Centralkörpers, w die Geschwindigkeit des Planeten relativ zum Centralkörper und c die Lichtgeschwindigkeit bedeutet. Diese Zusatzkräfte sind also so klein, dass sie wohl in allen Fällen sich der Beobachtung entziehen werden, im Falle des Merkur, wie die Rechnung von *Lorentz* zeigt, sicher unter dem Beobachtbaren liegen. Daraus folgt, dass die *Lorentz'schen* Gleichungen, verbunden mit der *Zöllner'schen* Anschauung über die Natur der gravitierenden Moleküle, auf die Gravitation zwar angewandt werden können⁹⁴⁾, aber zur Beseitigung der bestehenden Differenzen zwischen Beobachtung und Berechnung nichts beitragen.

23. Die Laplace'sche Annahme. In ganz anderer Weise hat schon *Laplace*⁹⁵⁾ eine Erweiterung des *Newton'schen* Gesetzes für bewegte Körper ins Auge gefasst. Er scheint sich die vom anziehenden Körper m_1 ausgehende Kraft als eine Art Welle vorzustellen, die auf jeden Körper m_2 , den sie trifft, eine Anziehungskraft vom Betrage $G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}$ in der Richtung, in welcher sie fortschreitet, ausübt. Nun kommt es bei der Wirkung einer solchen Welle auf einen in Bewegung befindlichen Körper m_2 nur an auf die *relative* Bewegung von Welle und Körper. Man kann sich also den Körper m_2 im Raum ruhend denken, wenn man der Welle ausser ihrer Geschwindigkeit in der Richtung von r noch eine Geschwindigkeitskomponente, gleich und entgegengesetzt der Geschwindigkeit von m_2 , erteilt. Der Körper m_2 erhält also nicht nur eine Kraftkomponente in der Richtung von r , sondern auch noch eine andere, entgegen der Richtung seiner Bahn und vom Betrage $\frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot \frac{v}{c}$ ⁹⁶⁾, wenn $v =$ Geschwindigkeit von m_2 , c Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation bezeichnet.

94) Das schliesst die Möglichkeit in sich, dass die *Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation gleich der Lichtgeschwindigkeit* ist.

95) *Méc. céleste*, 4, livre X, chap. VII, § 19 u. 22.

96) Die Verhältnisse würden also ganz denen bei der Aberration des Lichts entsprechen.

Die Durchführung dieser Anschauung liefert für die Planeten wenig Befriedigendes: sie ergibt eine Perihelbewegung überhaupt nicht, wohl aber eine säkulare Änderung der mittleren Länge und zwar z. B. für den Mond von solchem Betrage, dass als unterste Grenze von c ungefähr 100 000 000 mal die Lichtgeschwindigkeit angenommen werden müsste. Nicht uninteressant ist aber, dass die Anschauung von *Laplace* dieselbe Wirkung ergibt, wie ein der Geschwindigkeit des Planeten proportionaler *Widerstand des Mediums*.

Ein — allerdings dem *Quadrat* der Geschwindigkeit proportionaler — Widerstand des Mediums könnte vielleicht nach *Encke*⁹⁷⁾ und *v. Oppolzer*⁹⁸⁾ die p. 36 aufgeführten Unregelmässigkeiten des *Encke'schen* Kometen erklären. Die von *Oppolzer* vorausgesetzten und auf dieselbe Weise erklärten Anomalien des *Winnecke'schen* Kometen sind inzwischen durch Rechnungen *E. v. Haerdtl's*⁹⁹⁾ als nicht vorhanden nachgewiesen worden.

24. Die Annahme von Gerber. Die beiden Voraussetzungen von *P. Gerber*¹⁰⁰⁾ sind die folgenden.

a) Das von einer Masse μ nach einer zweiten m ausgesandte Potential P ist $\frac{\mu}{r}$, wo r den Abstand von μ und m im Moment der Aussendung des Potentials bedeutet. Dieses Potential pflanzt sich mit der endlichen Geschwindigkeit c fort.

b) Es ist eine gewisse Dauer nötig, damit das Potential „bei m angelangt, dieser Masse sich mitteile, d. h. den ihm entsprechenden Bewegungszustand von m hervorrufe“. „Wenn die Massen ruhen, geht die Bewegung des Potentials mit ihrer eigenen Geschwindigkeit an m vorüber; dann bemisst sich sein auf m übertragener Wert nach dem umgekehrten Verhältnis zum Abstände. Wenn die Massen aufeinander zueilen, verringert sich die Zeit der Übertragung, mithin der übertragene Potentialwert im Verhältnis der eigenen Geschwindigkeit des Potentials zu der aus ihr und der Geschwindigkeit der Massen bestehenden Summe, da das Potential in Bezug auf m diese Gesamtgeschwindigkeit hat.“

Zu dem Wert, den das Potential unter diesen Annahmen haben muss, gelangt *Gerber* auf folgende Weise:

„Das Potential bewegt sich ausser mit seiner Geschwindigkeit c noch mit der Geschwindigkeit der anziehenden Masse. Der Weg

97) Citiert bei *von Oppolzer*.

98) *Astr. Nachr.* 97, p. 150—154 u. 228—235.

99) *Wien. Denkschr.* 56 (1889), p. 179 f.

100) *Zeitschr. Math. Phys.* 43 (1898), p. 93—104.

$r - \Delta r$ ¹⁰¹⁾, den die beiden sich entgegenkommenden Bewegungen, die des Potentials und die der angezogenen Masse, in der Zeit Δt zurücklegen, beträgt daher

$$\Delta t \left(c - \frac{\Delta r}{\Delta t} \right),$$

während $r = c \Delta t$ ist. Also erhält man für den Abstand, bei dem sich das Potential zu bilden anfängt und dem es umgekehrt proportional ist,

$$r - \Delta r = r \left(1 - \frac{1}{c} \frac{\Delta r}{\Delta t} \right).$$

Weil ferner die Geschwindigkeit, mit der die Bewegungen aneinander vorbeigehen, den Wert

$$c - \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

hat, fällt das Potential wegen des Zeitverbrauchs zu seiner Mitteilung an m auch proportional

$$\frac{c}{c - \frac{\Delta r}{\Delta t}}$$

aus. Man findet so

$$P = \frac{\mu}{r \left(1 - \frac{1}{c} \frac{\Delta r}{\Delta t} \right)^2}.$$

Solange der Weg Δr kurz und deshalb $\frac{\Delta r}{\Delta t}$ gegen c klein ist, darf man dafür $\frac{dr}{dt}$ setzen. Dadurch wird

$$P = \frac{\mu}{r \left(1 - \frac{1}{c} \frac{dr}{dt} \right)^2},$$

woraus mit Hilfe des binomischen Satzes bis zur zweiten Potenz folgt:

$$P = \frac{\mu}{r} \left[1 + \frac{2}{c} \frac{dr}{dt} + \frac{3}{c^2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \right].''$$

Die Anwendung dieser Gleichung auf die Planetenbewegungen ergibt das bemerkenswerte Resultat: Bestimmt man aus der beobachteten Perihelbewegung des Merkur die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c , so erhält man $c = 305\,500$ km/sec, also überraschend genau die Lichtgeschwindigkeit oder: *Setzt man in der Gerber'schen Gleichung als Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation die Lichtgeschwindigkeit ein, so ergibt diese Gleichung genau die beobachtete anomale Perihelbewegung des Merkur.*

Für die anderen Planeten folgen aus der Gerber'schen Annahme

101) $\Delta r > 0$ bei wachsendem r .

keine Schwierigkeiten, ausgenommen für Venus, wo der *Gerber'sche* Ansatz die etwas zu grosse säkulare Perihelbewegung von 8" ergibt.

Die *Gerber'sche* Annahme zeigt also, ebenso wie diejenige von *Lévy*, dass eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation von derselben Grösse wie die Lichtgeschwindigkeit nicht nur möglich ist, sondern sogar dazu dienen kann, die schlimmste Differenz, welche bisher zwischen astronomischer Beobachtung und Berechnung vorhanden war, aus der Welt zu schaffen. Allerdings ist dies nur erreicht worden dadurch, dass die Gültigkeit des *Newton'schen* Gesetzes auf ruhende Körper beschränkt und für bewegte Körper ein erweitertes Gesetz zu Grunde gelegt wurde.

IV. Erweiterung des *Newton'schen* Gesetzes für unendlich grosse Massen.

25. Schwierigkeit des *Newton'schen* Gesetzes bei unendlich grossen Massen. Gegen die Allgemeingültigkeit des *Newton'schen* Gesetzes sind noch nach einer ganz anderen Richtung Bedenken geäussert und ist die Notwendigkeit einer Erweiterung in Betracht gezogen worden.

Im Falle, dass der Weltraum unendlich viele Massen enthält, hätte man, um die in irgend einem Punkt wirkende Kraft zu bekommen, streng genommen die Aufgabe zu lösen: die Wirkung unendlich vieler Massen von endlicher Grösse in einem bestimmten Punkte anzugeben.

*C. Neumann*¹⁰²⁾ hat wohl zuerst darauf hingewiesen, dass in diesem Falle die aus dem *Newton'schen* Gesetz sich ergebenden Kräfte unbestimmt werden können. *H. Seeliger*¹⁰³⁾ hat diese Frage allgemeiner durchgeführt und gezeigt, dass bei unendlichen Massen das *Newton'sche* Gesetz sowohl unendlich grosse Kräfte liefern als dieselben auch ganz unbestimmt lassen kann.

26. Beseitigung der Schwierigkeit durch Änderung des Attraktionsgesetzes. Zur Beseitigung dieser Schwierigkeit schlägt *Seeliger* vor, das *Newton'sche* Gesetz etwas zu modifizieren und diskutiert verschiedene Möglichkeiten.

Die schon von *Laplace* besprochene Form

$$K = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot e^{-ar}$$

102) Leipz. Abh. 1874.

103) Astr. Nachr. 137 (1895), p. 129—136; Münchn. Ber. 26 (1896), p. 373—400. Kontroverse von *J. Wilsing* und *H. Seeliger* über den Gegenstand, Astr. Nachr. 137 u. 138.

lässt, da sie der Annahme einer Absorption des Mediums entspricht, schon aus physikalischen Gründen erwarten, dass sie dem genannten Zweck genügen wird. Sie thut das thatsächlich, hätte ausserdem den Vorteil, dass sie eine Perihelbewegung der Planeten liefern würde. Allein der aus der beobachteten Perihelbewegung des Merkur entnommene Wert $\alpha = 0,000\,000\,38$ ergibt für die anderen Planeten Perihelbewegungen, die nur schwer mit den Beobachtungen zu vereinigen sind¹⁰⁴).

Denselben Zweck erfüllen auch die von *C. Neumann* behandelten Gesetze, nach denen das Potential P die Form hat

$$P = G \cdot m_1 m_2 \left(\frac{A e^{-\alpha r}}{r} + \frac{B e^{-\beta r}}{r} + \dots \right),$$

allein die aus ihnen folgenden Perihelbewegungen der Planeten stehen in grobem Widerspruch mit den Beobachtungen.

Dagegen ergibt das früher besprochene Gesetz von *Green-Hall*

$$P = \frac{G \cdot m_1 m_2}{r^{1+\lambda}},$$

welches zur Darstellung der Perihelbewegungen der Planeten geeignet wäre, bei unendlichen Massen dieselbe Schwierigkeit wie das *Newton'sche*.

27. Beseitigung der Schwierigkeit durch Einführung negativer Massen. Der Gedanke, die von *Neumann* und *Seeliger* hervorgehobene Schwierigkeit des *Newton'schen* Gesetzes nicht durch Änderung der Form des Gesetzes, sondern unter Beibehaltung des Gesetzes durch Einführung „negativer Massen“ zu heben, rührt von *A. Föppl*¹⁰⁵ her. Wie aus den bekannten positiven Massen die Gravitationskraftlinien ausströmen, so sollen in die negativen Massen die Kraftlinien einmünden. Nimmt man die Summe der negativen Massen gleich derjenigen der positiven, so würde die Gesamtsumme gleich 0: es wären, wie auf elektrischem und magnetischem Gebiet, eben so viele Einmündungs- wie Ausströmungsstellen vorhanden.

Bei dieser Annahme darf als Ausdruck für die Energie des Feldes nicht der gewöhnliche

$$\frac{1}{2} a |\mathfrak{R}|^2 dS$$

zu Grunde gelegt werden, in welchem a eine Konstante des Mediums, \mathfrak{R} der das Gravitationsfeld definierende Vektor der Feldstärke, $|\mathfrak{R}|$ sein

104) Münchn. Ber. 26 (1896), p. 388.

105) Münchn. Ber. 27 (1897), p. 93—99.

absoluter Betrag und dS ein Volumelement ist. Man hat diesen Ausdruck vielmehr, worauf schon *Maxwell* aufmerksam machte, zu ersetzen durch

$$\left(C - \frac{1}{2} a |\mathfrak{R}|^2\right) dS$$

($C =$ Konstante), um eine Anziehung von Massen gleichen Vorzeichens zu erhalten. Über die Bedeutung der Konstanten C vgl. Nr. 34.

Der Vorschlag, negative Massen von derselben Grösse wie die bekannten positiven überhaupt einzuführen, ist schon vor *Föppl* durch *C. Pearson*¹²²⁾ gemacht worden. Er ist eine Folge seiner Theorie, welche den Versuch macht, die elektrischen, optischen, chemischen und Gravitationserscheinungen aus geeignet gewählten Ätherbewegungen abzuleiten.

Schwierigkeiten ergibt die Einführung negativer Massen kaum. Denn die Thatsache, dass nie Abstossung zwischen zwei Massen nachgewiesen, also nie eine negative Masse konstatiert wurde, lässt sich dahin deuten, dass es möglich — wenn auch nicht notwendig — ist, dass solche Massen vermöge der Abstossung durch die positiven Massen unseres Systems in Räume, welche der Beobachtung nicht mehr zugänglich sind, fortgetrieben worden wären. Andererseits könnte die Einführung negativer Massen nach *A. Schuster*¹⁰⁶⁾, der diesen Gedanken ebenfalls — allerdings nur in einem „Holiday Dream“ — ausgeführt hat, vielleicht dazu dienen, auf manche Erscheinungen, z. B. die Kometenschweife, ein ganz neues Licht zu werfen.

V. Versuche einer mechanischen Erklärung der Gravitation¹⁰⁷⁾.

28. Druckdifferenzen und Strömungen im Äther¹⁰⁸⁾. Die Vermutung, dass die Gravitation verursacht sein könnte durch *Druckdifferenzen* in dem homogen gedachten Äther, der die gravitierenden

106) *Nature* 58 (1898), p. 367 u. 618.

107) Zusammenfassende Arbeiten: *W. B. Taylor*, *Smithson. Inst. Rep.* for 1876 (1877), p. 205—282: Ausführliche Besprechung der Arbeiten bis 1873. *C. Isenkrahe*, a) *Isaac Newton und die Gegner seiner Gravitationstheorie etc.*, *Progr. Gymn. Crefeld*, 1877—1878. b) *das Rätsel von der Schwerkraft*, *Braunschweig* 1879. c) *Zeitschr. Math. Phys.* 37, *Suppl.* (1892), p. 161—204; *P. Drude*⁷⁷⁾; zum Teil auch *H. Gellenthin*, „*Bemerkungen über neuere Versuche, die Gravitation zu erklären etc.*“, *Progr. Realgymn. Stettin* 1884 und *Gehler*²⁾, Artikel *Anziehung, Materie*.

108) Das Wort „Äther“ ist im folgenden nicht immer in demselben Sinne gebraucht und wird auch in den einschlägigen Arbeiten durchaus nicht immer genügend definiert. Was in jedem Falle ungefähr gemeint ist, ergibt sich aus dem Zusammenhang.

Massen umgiebt, rührt von *Newton*¹⁰⁹⁾ selbst her. Der Äther soll nach ihm um so dichter werden, je weiter er von den Massen entfernt ist. Da nun jeder Körper das Bestreben habe — er spricht später von einer elastischen Kraft des Mediums — von den dichteren Teilen des Mediums nach den weniger dichten zu gehen, so müssen zwei Körper jeder in der Richtung des anderen sich bewegen.

Ähnliche Vorstellungen sind von *Ph. Villemot*¹¹⁰⁾, *L. Euler*¹¹¹⁾, *J. Herapath*¹¹⁰⁾ und in etwas anderer Weise von *J. Odstrčil*¹¹²⁾ ausgearbeitet worden.

Die Annahme von Druckdifferenzen im Äther verbunden mit der Vorstellung, dass der Äther sich wie eine Flüssigkeit oder ein Gas verhalte, hat zur Folge, dass *Ätherströme* in die Körperatome hinein stattfinden müssen. Nach *J. Bernoulli*¹¹⁰⁾, *B. Riemann*¹¹³⁾, *J. Yarkovski*¹¹⁴⁾ sollen diese Ätherströme es sein, welche die Körper mit sich führen und dadurch die Gravitation verursachen. Zu einer ähnlichen Vorstellung ist *G. Helm*¹⁵²⁾ bei dem Versuche „die Gravitation durch Energieübertragung im Äther zu erklären“, ebenso *C. Pearson*¹¹⁵⁾ gelangt.

Mit der Frage nach der *Ursache* der Ätherströme hat sich *Yarkovski* beschäftigt, dafür aber eine physikalisch nicht haltbare Erklärung gegeben.

Unter den vielen Bedenken, welche gegen diese Theorien vorliegen, befindet sich auch die Frage, was mit dem Äther geschieht, der in die Körperatome einströmt. Für ihre Beantwortung giebt es nur zwei Möglichkeiten, entweder: der Äther sammelt sich in ihnen an, oder: er verschwindet in denselben. Für die erstere haben sich *Bernoulli*, *Helm*, *Yarkovski*, für die letztere *Riemann* entschieden, der in den ponderablen Körpern beständig Stoff „aus der Körperwelt in die Geisteswelt“ treten lässt.

29. Ätherschwingungen. Die Idee, dass Ätherschwingungen nicht nur die Licht- und Wärmeerscheinungen, sondern in Form von Longitudinalwellen auch die Gravitation veranlassen könnten, wurde nach zwei Richtungen ausgebildet.

109) Nach *W. B. Taylor*¹⁰⁷⁾ hat Newton diese Anschauung in einem Brief ausgesprochen und sie in seiner *Optice* wiederholt.

110) Vgl. *Taylor*¹⁰⁷⁾.

111) Vgl. *Taylor*¹⁰⁷⁾ und besonders *Isenkrahe*¹⁰⁷⁾.

112) Wien. Ber. 89 (1884), p. 485—491.

113) Ges. Werke, 2. Aufl. 1853, p. 529.

114) Hypothèse cinétique de la gravitation universelle etc., Moscou 1888.

115) Amer. J. of math. 13 (1898), p. 419.

1. Nach der einen Anschauung sollen der anziehende Körper, bzw. dessen Atome sich selbst in Schwingungen befinden; diese Schwingungen sollen sich dem Äther mitteilen, bis zum angezogenen Körper sich fortpflanzen und dessen Annäherung bewirken.

Schon *Hooke*¹¹⁶⁾, der originelle Rivale *Newton's*, hat diese Anschauung ausgesprochen, die dann von *J. Guyot* und *F. Guthrie* wieder aufgenommen wurde. Die beiden letzteren scheinen dazu durch die Erfahrung gelangt zu sein, dass in der Nähe eines in Schwingungen befindlichen Körpers leichte Gegenstände zu demselben hingedrängt werden. Indes die Thatsache, dass die Annäherung nur unter ganz bestimmten Bedingungen erfolgt, dass unter anderen Bedingungen eine scheinbare Abstossung beobachtet wird — eine solche wurde von *F. A. E.* und *E. Keller*¹¹⁷⁾ zur Erklärung der Gravitation auch beigezogen — beweist, dass die Annahme eines elastischen Äthers und schwingender Körperatome zur Erklärung der Gravitation nicht genügt. Es muss wenigstens noch eine Annahme dazukommen, welche die Bedingungen schafft, die unter allen Umständen eine *Anziehung* garantieren.

Um diese Bedingungen kennen zu lernen, hat *J. Challis*¹¹⁸⁾ in ausführlicher Weise analytisch die Frage behandelt: Wie wirken Longitudinalwellen in einem Fluidum, dessen Druckänderungen den Dichtigkeitsänderungen proportional sind, auf unelastische, glatte Kügelchen, die in das elastische Fluidum eingebettet sind? Er kommt zu dem Resultat, dass die Kügelchen dann nach dem Centrum der Kugelwelle gedrängt werden, wenn die Wellenlänge gross ist gegen den Radius der Kügelchen; dass man also für eine Erklärung der Gravitation solche Schwingungen anzunehmen hätte, deren Wellenlängen im Äther gross sind gegen die Dimensionen der gravitierenden Atome.

Ungenügend an dieser Behandlung ist die Voraussetzung, dass nur der anziehende Körper Wellen aussende. Eine solche prinzipielle Unterscheidung zwischen anziehendem und angezogenem Körper ist dem Wesen der Gravitation nach unzulässig. Die Fragestellung darf nicht die sein: wie wirken Kugelwellen auf einen ruhenden, sondern: wie wirken sie auf einen selbst in Schwingungen befindlichen Körper.

Diese vollständige Fragestellung ist wohl zuerst von *C. A.*

116) Vgl. *W. B. Taylor*¹⁰⁷⁾ und *F. Rosenberger*¹⁾.

117) Paris, C. R. 56 (1863), p. 530—533; vgl. auch *Taylor*¹⁰⁷⁾.

118) z. B. Phil. Mag. (4) 18 (1859), p. 321—334 u. 442—451, über andere Arbeiten von *Challis* vgl. *Taylor*¹⁰⁷⁾.

*Bjerknes*¹¹⁹⁾ mathematisch durchgeführt worden unter der Voraussetzung eines inkompressibeln Äthers und reiner Pulsationen der Kugeln (Körperatome). Er hat nachgewiesen, dass zwei pulsierende Kugeln, deren Radius klein ist gegen ihre Entfernung, eine scheinbare Anziehung zeigen, und dass diese Anziehung proportional ist der Intensität der Pulsationen und umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung, wenn ihre Pulsationen übereinstimmen nach Schwingungszahl und Phase. Soll also die Gravitation auf Pulsationen der Körperatome und -moleküle zurückgeführt werden, so sind jedenfalls noch folgende Annahmen nötig:

a) Die Pulsationen aller Atome oder Moleküle müssen nach Schwingungszahl und Phase übereinstimmen.

b) Die Intensitäten der Pulsationen müssen der Masse proportional gesetzt werden.

Dazu kommt noch eines. *A. H. Leahy*¹²⁰⁾ hat darauf aufmerksam gemacht, dass bei Annahme einer *kompressibeln* Flüssigkeit die Wirkung von zwei mit gleicher Phase und Schwingungsdauer pulsierenden Kugeln ihr Zeichen umkehrt, wenn die Entfernung derselben eine halbe Wellenlänge überschreitet. Wenn man also die *Bjerknes*'schen Ergebnisse für die Gravitation verwenden will, so muss man entweder den Äther als *vollkommen* inkompressibel (*Bjerknes*) oder wenigstens als so wenig kompressibel voraussetzen, dass die halbe Wellenlänge der Ätherschwingungen grösser ist als diejenigen Entfernungen, für welche die Giltigkeit des *Newton*'schen Gesetzes durch die Beobachtung gesichert ist (*A. Korn*¹²¹⁾). Nur dann ist in Übereinstimmung mit der Beobachtung stets Anziehung garantiert.

Eine weitere Ausbildung hat die *Bjerknes*'sche Anschauung erfahren durch *C. Pearson*¹²²⁾ und die eben genannte Arbeit von *A. Korn*. Letzterer hat diese Anschauungen hauptsächlich auf elektromagnetische Erscheinungen, ersterer auf diejenigen der Optik und Molekularphysik unter der Annahme komplizierterer Schwingungsformen der Körperatome ausgedehnt. In seiner letzten Arbeit hat *Pearson* indess für die Gravitation die Annahme von Oscillationen verlassen und diese nur für die Optik und Molekularphysik beibehalten, aber die pul-

119) Vgl. die Zusammenstellung in *V. Bjerknes*, „Vorlesungen über hydrodynamische Fernkräfte nach C. A. Bjerknes' Theorie“, Leipzig 1900.

120) *Cambr. Trans.* 14 (1) (1885), p. 45, 188.

121) „Eine Theorie der Gravitation und der elektrischen Erscheinungen auf Grundlage der Hydrodynamik“, 2. Aufl. Berlin 1898.

122) *Quart. J.* 20 (1883), p. 60, 184; *Cambr. Trans.* 14 (1889), p. 71 ff.; *Lond. math. Proc.* 20 (1888—1889), p. 38—63; *Amer. J. of math.* 13 (1898).

sierenden Körperatome ersetzt durch Stellen im inkompressibeln Äther, in denen fortgesetzt Äther oscillatorisch aus- und einströmt („Ether squirts“). Für die Gravitation nimmt er dann an den betreffenden Stellen ausser der oscillatorischen noch eine konstante Strömung an. Bei dieser Voraussetzung führt die Annahme der Inkompressibilität des Äthers unmittelbar zu der Folgerung, dass ausser den Einströmungsstellen (Quellpunkten, den Massen im gewöhnlichen Sinn), eben so viele Ausströmungsstellen (Sinkstellen, „negative Massen“) vorhanden sein müssen¹²³).

Die Verwendung der *Bjerknes'schen* Resultate für die Erklärung der Gravitation leidet an dem offenbaren Mangel, dass dabei Annahmen erforderlich sind, die erst selbst erklärt werden müssten. Nur bei *einer* dieser Annahmen, der synchronen Pulsation der Körperatome, ist der Versuch gemacht worden, sie wirklich zu begründen. *J. H. Weber*¹²⁴) weist darauf hin, dass bei dem Versuch zur Demonstration der *Bjerknes'schen* Resultate der Synchronismus der beiden Kugeln sich in kürzester Zeit „von selbst“ d. h. in Folge der Kräfte, welche in der Flüssigkeit durch die Schwingungen geweckt werden, herstellt, auch wenn die Pulsationen anfänglich nicht synchron waren. Er schliesst daraus, dass wenn die Körperatome überhaupt pulsieren, die Pulsationen „von selbst“ (in dem angegebenen Sinne) synchron werden müssten.

Ersetzen lässt sich nach *Korn* die Annahme der synchronen Pulsationen durch die andere, dass das ganze Sonnensystem einem periodischen Druck ausgesetzt sei, eine Annahme, die vor der *Bjerknes'schen* den Vorzug grösserer Einfachheit, aber auch nur diesen voraus hat.

2. Die zweite Klasse von Versuchen, auf Ätherschwingungen eine Erklärung der Gravitation zu gründen, nimmt an, dass die Körperatome sich nicht selbst in Schwingungen befinden, sondern ihre Thätigkeit nur in einer Art Schirmwirkung oder Absorption der Ätherschwingungen bestehe.

Vertreter dieser Anschauung sind *F. und E. Keller*¹¹⁷), *Lecoq de Boisbaudran*¹²⁵) und in etwas anderer Weise *N. von Dellingshausen*¹²⁶).

30. Ätherstösse. Die ursprünglichen Ideen von Le Sage. Den Ausgangspunkt aller Ätherstosstheorien bildet die Vorstellung, die

123) S. Nr. 27 dieses Art.

124) *Prometheus* 9 (1898), p. 241—244, 257—262.

125) Vgl. *Paris, C. R.* 69 (1869), p. 703—705; vgl. *Taylor*¹⁰⁷).

126) „Die Schwere oder das Wirksamwerden der potentiellen Energie“, *Kosmos* 1, Stuttgart 1884. Vgl. *C. Isenkrahe*¹⁰⁷).

in besonders klarer und geschickter Weise *Le Sage*¹²⁷⁾ ausgearbeitet hat. Nach ihm soll der die Körperatome umgebende Gravitationsäther aus diskreten Teilchen — „corpuscules ultramondains“ — bestehen, die mit derselben ausserordentlich hohen Geschwindigkeit nach allen Richtungen durcheinander schwirren. Ein einziges in diesen Äther eingebettetes Körperatom erfährt durch die Stösse dieser Ätherteilchen keine fortschreitende Bewegung, da die Wirkung der von allen Seiten erfolgenden Ätherstösse sich aufhebt. Werden aber zwei Körperatome A_1 und A_2 in diesen Äther hineingebracht, so tritt eine Änderung der Verhältnisse in doppelter Beziehung ein.

a) Es wird A_1 durch A_2 gegen einen Teil der Ätheratome geschützt: es treffen auf A_1 auf der A_2 zugewandten Seite weniger Ätherteilchen auf als auf der A_2 abgewandten. Die Folge müsste sein, dass A_1 in der Richtung auf A_2 durch die Wirkung der Ätherstösse getrieben würde und umgekehrt A_2 in der Richtung auf A_1 .

Dass diese *Schirmwirkung* eines Körperatoms auf ein anderes mit dem Quadrat der Entfernung abnimmt, ergibt sich ohne Schwierigkeit, wenn die Körperatome im Vergleich zu den Ätherteilchen als sehr gross vorausgesetzt werden. Um zu der Proportionalität der Schirmwirkung mit der Masse zu gelangen, führt *Le Sage* die Annahme ein, dass die gravitierenden Massen für die Ätherteilchen ausserordentlich porös¹²⁸⁾ sind, so dass dann die Wirkung des ganzen Körpers der Anzahl der in ihm enthaltenen Atome proportional wird¹²⁹⁾.

b) Infolge der *Reflexion* der Ätherteilchen an A_2 treffen nun auch eine Anzahl von Ätherteilchen das Körperatom A_1 , die es ohne die Anwesenheit von A_2 nicht getroffen hätten¹³⁰⁾. Würden diese reflektierten Ätheratome dieselbe Geschwindigkeit haben wie die A_1 direkt treffenden, so würden sie die durch die Schirmwirkung von A_2 hervorgerufene Annäherung von A_1 gegen A_2 gerade aufheben, eine Gravitation würde also nicht zustande kommen.

Deshalb macht *Le Sage* die weitere Annahme, dass die Ätherteilchen *absolut unelastisch* — „privé de toute élasticité“ — seien und

127) Berlin Mém. 1782 und in *P. Prévost*, Deux traités de Physique mécanique, Paris 1818. In letzter Arbeit wird citiert, dass ähnliche Theorien schon vorher (von *Nicolas Fatio* und *F. A. Redecker*) aufgestellt waren.

128) Seltsamerweise dehnt *Le Sage* die Annahme sehr hoher Porosität auf jedes einzelne Körperatom aus und kommt dadurch zu der Vorstellung der eigentümlichen „Kastenatome“.

129) Vgl. aber Nr. 32, c).

130) Bei *P. Drude*⁷⁾ findet sich die Angabe, dass *Le Sage* von der Reflexion einfach absehe und seine Betrachtung deshalb unstreng sei. Das ist wohl ein Versehen: *Le Sage* widmet der Reflexion Kap. IV in *P. Prévost*.

sagt, dass unter dieser Annahme die mittlere Geschwindigkeit der reflektierten Atome $= \frac{2}{3}$ der nicht reflektierten sei¹³¹⁾.

Die Differenz der Wirkungen *a* und *b* ergibt also doch eine Annäherung der beiden Körperatome gegen einander.

31. Ätherstösse. Weitere Ausbildung der Le Sage'schen Theorie.

Die *Le Sage'sche* Theorie ist in neuerer Zeit hauptsächlich von *C. Isenkrahe* verfochten worden mit besonderer Betonung der Annahme, dass für Stösse der Äther- und Körperatome die Gesetze des *unelastischen* Stosses gelten. Der Fortschritt gegenüber *Le Sage* besteht bei *Isenkrahe* in folgenden Punkten.

a) Er schreibt dem Gravitationsäther die Eigenschaften eines Gases im Sinne der kinetischen Gastheorie zu, giebt also die Annahme einer *gleichen* Geschwindigkeit¹³²⁾ der Ätheratome auf.

b) Die Porosität der Körper gegenüber den Ätherteilchen begründet er nicht durch eine Porosität der Körperatome selbst, sondern durch die Annahme, dass der Abstand der Atome¹³³⁾ eines Körpers gross sei gegen ihre Dimensionen.

c) Um Proportionalität der Anziehung mit der Masse zu bekommen, die durch die *Le Sage'sche* Annahme nur für Körper desselben Stoffs garantiert ist, nimmt er an, dass „die letzten Bestandteile der Materie alle gleich gross, dass es vielleicht die Ätheratome selber seien“.

Ganz ähnlich sind die Voraussetzungen von *A. Rysánek*¹³⁴⁾. Sein Verdienst besteht in einer exakten¹³⁵⁾ Durchführung der Vorstellungen der kinetischen Gastheorie. Er nimmt bei seinen Rechnungen wirklich darauf Rücksicht, dass die Geschwindigkeiten der Ätheratome nach dem *Maxwell'schen* Gesetz verteilt sind, während z. B. auch *Isenkrahe* zwar eine verschiedene Geschwindigkeit der Ätheratome annimmt, sie aber bei allen seinen Überlegungen durch *eine* mittlere Geschwindigkeit ersetzt.

Schon etwas vor *Isenkrahe* machte *S. T. Preston*¹³⁶⁾ darauf auf-

131) Über Begründung und Gültigkeit dieser Angabe vgl. *C. Isenkrahe*¹⁰⁷⁾ in der Arbeit b), p. 155 ff.

132) die aber auch bei *Le Sage* nur der Einfachheit halber gewählt wurde, da er bei der Reflexion der Äther- und Körperatome ausdrücklich auf die *verschiedene* Geschwindigkeit aufmerksam macht.

133) denen der Einfachheit wegen kugelförmige Gestalt zugeschrieben wird.

134) Repert. Exp.-Phys. 24 (1887), p. 90—115.

135) Vgl. aber Nr. 33.

136) Phil. Mag. (5) 4 (1877); Wien. Ber. 87 (1882); Phil. Mag. (5) 11 (1894); Diss. München 1894.

merksam, dass man die Anschauungen von *Le Sage* zweckmässig durch die Vorstellungen der kinetischen Gastheorie ersetzen könne, wenn man die mittlere Weglänge der Ätheratome von der Grössenordnung der Planetenentfernungen annehme. Er hat diesen Gedanken in einer Reihe von Arbeiten ausgeführt, ohne aber auf die Einzelheiten eben so sorgfältig einzugehen wie *Isenkrahe* und *Rysáneck*.

32. Ätherstösse. Schwierigkeiten dieser Theorien.

a) Notwendige Bedingung für das Zustandekommen einer Gravitationswirkung ist, dass die Ätheratome beim Stoss gegen die Körperatome an Translationsgeschwindigkeit verlieren, was am einfachsten durch die Annahme des unelastischen Stosses erreicht wird.

Diese Annahme führt aber zu der Schwierigkeit, wo die beim Stoss verloren gegangene Energie bleiben soll. Sie zu vermeiden, haben *P. Leray*¹³⁷) und später *P. A. Secchi*¹³⁸), *W. Thomson*¹³⁹), *S. T. Preston*¹³⁶), dann *A. Vaschy*¹⁴⁰), *Isenkrahe* selbst, und *Rysáneck* auf den verschiedensten Wegen versucht. Keiner dieser Versuche ist indess selbst einwurfsfrei¹⁴¹).

b) *J. Croll*¹⁴²) wendet sich gegen die bei den meisten Ätherstosstheorien gemachte Annahme, dass der Abstand zweier Körpermoleküle sehr gross ist gegen ihre Dimensionen oder besser gegen ihre Wirkungssphären. Er bemerkt, dass diese Annahme in grobem Widerspruche stehe mit den Schätzungen von *W. Thomson* über die Grösse der Moleküle und deren Anzahl in der Volumeinheit.

c) Gegen die Annahme einer hohen Porosität der Körper für die Ätheratome erheben sich auch noch von anderer Seite Bedenken. Setzt man die Porosität so gross voraus, dass die Ätheratome, welche eine Körperschicht passiert haben, mit vollkommen ungeschwächter Geschwindigkeit auf die nächste Schicht auftreffen, so würde man zwar streng die Proportionalität der Anziehung mit der Masse erhalten, aber diese Voraussetzung schliesst zugleich eine Anziehung überhaupt aus. Man muss also annehmen, dass die Ätheratome beim Passieren einer Körperschicht einen merkbaren Betrag ihrer Energie einbüssen. Dass diese Annahme mit der erforderlichen strengen Pro-

137) Paris, C. R. 69 (1869), p. 615—621; vgl. auch *Taylor*.

138) cit. bei *Isenkrahe*^{107b}).

139) Phil. Mag. (4) 45 (1871), p. 321—332.

140) J. de Phys. (2) 5 (1886), p. 165—172.

141) Vgl. *C. Isenkrahe*^{107b}); *Maxwell*, Encycl. Brit., 9. edit., Artikel Atom und Scient. Pap. 2, p. 445, Cambridge 1890.

142) Phil. Mag. (5) 5 (1877), p. 45—46.

portionalität zwischen Anziehung und Masse nicht unvereinbar ist, hat *A. M. Bock*¹⁴³⁾ gezeigt.

d) *Bock* hat auf eine weitere Schwierigkeit hingewiesen. Tritt zwischen zwei Massen eine dritte, so wird, wie eine mathematische Behandlung dieses Falls auf Grund der Ätherstosstheorien zeigt, die Anziehung der beiden Massen wesentlich modifiziert und zwar so, als ob die dritte Masse grössere Permeabilität hätte. Da dieser Fall z. B. für Mond, Erde, Sonne nicht selten eintritt, so müsste das im Laufe der Zeit Störungen von beobachtbarem Betrage geben. Thatsächlich sind aber derartige Störungen nie beobachtet worden.

e) Einen anderen Einwand gegen die Ätherstosstheorien hat schon *Le Sage* besprochen. Bewegt sich irgend ein Körper z. B. ein Planet in einem Äther von der vorausgesetzten Beschaffenheit, so muss er einen Widerstand finden. Ein solcher ist aber bei Planeten nicht beobachtet worden.

Genauer ist die letzte Frage behandelt worden von *Rysánek, Bock* und *W. Browne*¹⁴⁴⁾ auf Grund astronomischer Daten¹⁴⁵⁾. Da die säkularen Änderungen der Planetenbahnen eine obere Grenze für diesen hypothetischen Widerstand liefern, so gelangt man auf Grund der Ätherstosstheorien zu einer unteren Grenze für die Geschwindigkeit der Ätheratome, wenn deren Dichte als bekannt angenommen wird. Nimmt man die Dichte von derselben Grössenordnung, wie sie für den Lichtäther geschätzt wurde, so erhält man für die untere Grenze der mittleren Geschwindigkeit enorme Zahlen, *Rysánek* z. B. auf Grund von Berechnungen an der Neptunbahn die Zahl $5 \cdot 10^{19}$ cm/sec.

f) Von den Einwänden, die *P. du Bois-Reymond*¹⁴⁶⁾ gegen die Ätherstosstheorien vorgebracht hat, ist besonders einer beachtenswert.

Man denke sich einen ponderabeln abgestumpften Kreiskegel (Querschnitt *ABCD*) und nahe der Spitze desselben eine Molekel α . Die Beschleunigung, welche α gegen den Kegelstumpf erhält, ist nach den Ätherstosstheorien die Differenz der Wirkung, welche die Ätheratome des Winkelraums ω_1 , und derjenigen, welche die Ätheratome des Winkelraums ω_2 auf das Molekül ausüben. Die erstere Wirkung bleibt ungeändert, die zweite wird immer kleiner, wenn *R*, der Abstand der Grundfläche *CD* von der Kegelspitze *O*, grösser wird.

143) Diss. München 1891. Schon *Isenkrahe*^{107b)} hat diese Frage, aber nicht vollständig, behandelt.

144) Phil. Mag. (5) 10 (1894), p. 437—445.

145) Vgl. auch Nr. 23.

146) Naturw. Rundschau 3 (1888), p. 169—178.

Die Gesamtwirkung bleibt also stets kleiner als die Wirkung der Ätheratome des Winkelraums ω_1 .

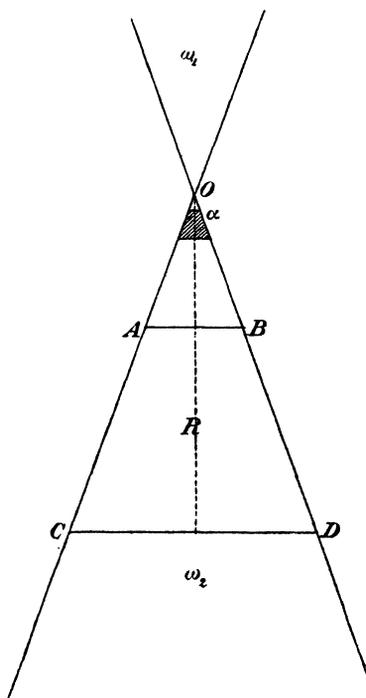


Fig. 1.

Da nun andererseits nach dem *Newton'schen* Gesetz die Anziehung des Kegelstumpfs auf α um so grösser wird, je grösser R ist und über jede angebbare Grösse wächst, wenn von R dasselbe angenommen wird, so giebt es nur zwei Möglichkeiten: entweder vorauszusetzen, dass die Wirkung der Ätheratome im Raum ω_1 auf das Molekül α unendlich gross ist, oder anzunehmen, dass das *Newton'sche* Gesetz nicht mehr gilt für unendlich ausgedehnte Massen¹⁴⁷⁾.

Diese letztere Annahme hat *Isenbrahe*¹⁴⁸⁾ dem Einwand von *P. du Bois-Reymond* entgegeng gehalten. Es bleibt aber die Schwierigkeit, dass man der Wirkung der Ätheratome wenn auch keine unendliche, so doch enorme Grösse zuschreiben muss, was nach anderer Richtung Übelstände im Gefolge hat¹⁴⁹⁾.

33. Ätherstösse. Einwände und Theorie von Jarolimek. Einen Mangel aller derjenigen Ätherstosstheorien, welche sich den Äther als ein Gas im Sinne der kinetischen Gastheorie vorstellen, hat *A. Jarolimek*¹⁵⁰⁾ hervorgehoben. Diese Theorien rechnen bei Ableitung des Gravitationsgesetzes ohne weiteres mit einer gewissen mittleren Weglänge der Ätheratome und nehmen auf die Verschiedenheit in den Weglängen keine Rücksicht.

Demgegenüber bemerkt *Jarolimek*, dass für die gegenseitige Anziehung zweier Körpermoleküle nur diejenigen Ätheratome in Betracht kommen können, deren tatsächliche Weglänge grösser ist als der Abstand der beiden Körpermoleküle. Es kommt also gerade auf die ab-

147) Vgl. Abschnitt IV.

148) In dem Buche: Über die Fernkraft und das durch *P. du Bois-Reymond* aufgestellte etc., Leipzig 1889.

149) Auf eine ähnliche Schwierigkeit führt die Felddarstellung (s. Nr. 34).

150) Wien. Ber. 88² (1883), p. 897—911.

solute, nicht auf die mittlere Weglänge an. Nimmt man aber auf die Verschiedenheit der absoluten Weglängen Rücksicht, so erhält man unter den sonstigen Voraussetzungen der Ätherstosstheorien überhaupt nicht das Newton'sche Gesetz.

Bezüglich der Annahme von *Isenkrahe*¹⁵¹⁾, dass die Körperatome selbst noch ein Aggregat der äusserst feinen Ätheratome seien, macht *Jarolimek* auf eine weitere Schwierigkeit aufmerksam: diese Annahme widerspreche einer mit dem Quadrat der Entfernung abnehmenden Schirmwirkung zweier Körperelemente. Sind nämlich diese identisch mit den Ätheratomen, so kann ein Körperelement ein anderes nur schützen gegen diejenigen Ätheratome, deren Centrum genau in der Verbindungslinie der beiden Körperelemente liegt; die Schirmwirkung würde also von der Entfernung überhaupt nicht mehr abhängen, wenn letztere so gross ist gegen den Radius der Körperelemente, dass diese als dimensionslos betrachtet werden können.

Auf Grund solcher Überlegungen stellt *Jarolimek* folgende Theorie auf. Er behält die Annahme von *Isenkrahe* — die letzten Elemente der Körperatome sind mit den Schwereäther-Atomen identisch — bei. Dadurch wird er von einer Schirmwirkung praktisch überhaupt frei. Zu der Abnahme der Gravitationswirkung nach dem Quadrat der Entfernung gelangt er dann auf folgende Weise: „In dem Weltenraume muss man sich die unendliche Zahl der *herumschwirrenden* Ätheratome in jedem Moment gleichförmig verteilt denken, und muss sich vorstellen, dass von einem Punkte aus die *abprallenden* Atome nach allen Richtungen in geraden Bahnen wegfliegen. Betrachtet man dann ein Kegelbündel, dessen Scheitel in diesem Ausgangspunkte steht und dessen Querschnitt also im quadratischen Verhältnisse mit der Entfernung vom Scheitel steigt, und demnach bei steigender Entfernung auch im quadratischen Verhältnisse *mehr von den gleichverteilten Ätheratomen enthält*, so muss man einsehen, dass die Wahrscheinlichkeit der abprallenden Atome (wovon eine *bestimmte* Zahl das betrachtete Kegelbündel vom Scheitel aus durchfliegt) ein anderes Atom im Weltraum zu treffen, im quadratischen Verhältnisse zu der Entfernung beider steigen muss.

Hieraus folgt aber unmittelbar, dass sich die Anzahl der geradlinig fortschreitenden Atome mit dem Wachsen der Entfernung im quadratischen Verhältnisse vermindert oder mit anderen Worten: *dass der Äther n^2 mal so viel Atome mit den Weglängen r als Atome mit den Weglängen nr enthält*“. Es ist also „in der Ungleichheit der Weg-

151) Vgl. Nr. 31.

längen der Athermoleküle die einfachste Erklärung für das Gravitationsgesetz gegeben“.

VI. Zurückführung der Gravitation auf elektromagnetische Erscheinungen.

34. Die Gravitation als Feldwirkung. Bevor wir über die elektromagnetischen Erklärungsversuche berichten, mögen die in dem *Newton'schen* Gesetz enthaltenen Erfahrungsthatfachen durch die Beschreibung des „Gravitationsfeldes“ unter Absehung von jeder speziellen Vorstellung über die Natur desselben mathematisch wiedergegeben werden¹⁵²⁾.

Man ist gewohnt, das *Newton'sche* Gesetz als das vornehmste Beispiel einer Fernwirkung anzusehen. Demgegenüber muss betont werden, dass der Inhalt desselben ebenso gut in die folgende, dem Feldwirkungsstandpunkt entsprechende Aussage gefasst werden kann: *„Die Feldstärke der Gravitation ist wirbellos und in denjenigen Raumbereichen, wo keine Massen vorhanden sind, quellenfrei verteilt. Wo aber Massen vorhanden, ist die Divergenz der Feldstärke proportional der dort befindlichen Massendichte ρ .“*

Unter Feldstärke ist dabei die auf die *Masseneinheit* ausgeübte Anziehungskraft verstanden; die auf die *Masse* m_1 ausgeübte Kraft ist m_1 -mal so gross wie die Feldstärke. Der Proportionalitätsfaktor für die Divergenz der Feldstärke ist mit $4\pi G$ identisch. Der formelmässige¹⁵³⁾ Ausdruck unserer Beschreibung des Gravitationsfeldes lautet, wenn etwa \mathfrak{H} den Vektor der Feldstärke bedeutet:

$$\text{rot } \mathfrak{H} = 0, \quad \text{div } \mathfrak{H} = 0 \text{ bzw. } = -4\pi G\rho.$$

Diese Formulierung und die in Nr. 1 gegebene klassische Formulierung sind mathematisch genau äquivalent; insbesondere folgt aus den vorstehenden Differentialgleichungen nach den Sätzen der Potentialtheorie, dass die von einer einzelnen Masse m_2 in der Entfernung r hervorgerufene Feldstärke sich berechnet zu

$$\mathfrak{H} = \text{grad } \frac{m_2 G}{r}.$$

Hieraus ergibt sich als Grösse der Feldstärke (oder als Betrag derselben in der Richtung von r) in Übereinstimmung mit dem *Newton'schen* Gesetz:

$$|\mathfrak{H}| = \frac{d}{dr} \frac{m_2 G}{r}.$$

152) Felddarstellungen besonderer Art geben *G. Helm*, Ann. Phys. Chem. 14 (1881), p. 149; *O. Heaviside*, Electrician 31 (1893), p. 281 u. 359.

153) Wegen der Bedeutung der Vektorensymbole rot, div, grad vgl. den Anfang des 2. Halbbandes V der Encyklopädie.

Insofern bietet die Feldauffassung der Gravitation gegenüber der Fernwirkungsauffassung keinen Vorteil und keinen Nachteil dar. Einen Vorteil würde jene dann gewähren, wenn sich eine endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit für die Gravitationswirkungen mit Sicherheit nachweisen liesse und wenn sich diese insbesondere gleich der Lichtgeschwindigkeit herausstellte. Dann würden die vorstehenden Differentialgleichungen der stationären Gravitationswirkung auf den Fall einer zeitlich veränderlichen Gravitationswirkung zu erweitern sein, was nach dem Vorbilde der elektromagnetischen Gleichungen ungezwungen geschehen könnte. Andererseits bringt die Feldauffassung auch eine ernstliche Schwierigkeit mit sich, auf welche *Maxwell*¹⁵⁴⁾ aufmerksam gemacht hat. Fragt man nämlich nach der Gravitationsenergie, welche in einem Volumenteilchen dS des Feldes enthalten ist, so muss diese, damit man *Anziehung* gleichnamiger Massen erhält, in der Form angesetzt werden

$$\left(C - \frac{1}{2} a |\mathfrak{R}|^2\right) dS;$$

die Konstante a ist dabei mit $1/4\pi G$ identisch. Die Konstante C müsste, damit sich für die Gravitationsenergie durchweg ein positiver Wert ergibt, grösser gewählt werden als $\frac{a}{2} |\mathfrak{R}'|^2$, wo $|\mathfrak{R}'|$ den grössten Betrag der Feldstärke an irgend einer Stelle des Weltalls bedeutet. Hieraus aber würde folgen, dass an den Stellen verschwindender Feldstärke, also z. B. zwischen Erde und Sonne an derjenigen Stelle, wo sich Sonnen- und Erdanziehung gerade kompensieren, der Energieinhalt des Raumes die enorme Grösse C pro Volumeneinheit haben müsste. *Maxwell* fügt hinzu, dass er sich unmöglich ein Medium von dieser Eigenschaft vorstellen könnte.

35. Elektromagnetische Schwingungen. Die schon unter Nr. 29 besprochene Vermutung, die Gravitation könnte ihre Ursache in Ätherschwingungen haben, ist von *H. A. Lorentz*⁹²⁾ geprüft worden unter folgenden Annahmen:

a) Die gravitierenden Moleküle bestehen aus Ionen, welche eine elektrische Ladung besitzen.

b) Die Ätherschwingungen sind elektromagnetische Schwingungen, deren Wellenlänge klein ist gegen alle diejenigen Abstände, in denen das *Newton'sche* Gesetz noch gültig ist.

Lorentz kommt zu dem Resultat: eine Anziehung ist unter diesen Voraussetzungen nur dann möglich, wenn fortgesetzt elektromagne-

154) Lond. Trans. 155 (1865), p. 492 = Scient. Papers 1, p. 570, Cambridge 1890. -

tische Energie in die Volumelemente, in welchen sich gravitierende Moleküle befinden, einströmt. Werden die Annahmen so abgeändert, dass ein solches Verschwinden elektromagnetischer Energie vermieden wird, so erhält man auch keine anziehenden Kräfte. Aus diesem Grunde verwirft *Lorentz* selbst diese Theorie und schliesst sich im weiteren Verlauf seiner Betrachtung der *Mossotti-Zöllner*'schen Auffassung an (s. u.).

36. Die *Mossotti*'sche Annahme und ihre moderne Ausbildung.

In ganz anderer Richtung ist von *O. F. Mossotti*¹⁵⁵⁾ im Anschluss, wie es scheint, an *Aepinus*, versucht worden die Gravitation auf elektrische Kräfte zurückzuführen. Er nimmt an, dass zwischen zwei Körpermolekülen und ebenso zwischen zwei „Ätheratomen“ eine Abstossung stattfindet, dass aber zwischen einem Körpermolekül und einem Ätheratom eine Anziehungskraft besteht, welche die Abstossung zweier Körpermoleküle oder zweier Ätheratome überwiegt. Diese Annahme liefert eine Anziehung von zwei in Äther eingebetteten Körpermolekülen, wie sie das *Newton*'sche Gesetz verlangt.

Vereinfacht wurde diese Idee von *F. Zöllner*¹⁵⁶⁾. Er denkt sich jedes gravitierende Molekül oder Atom aus einem negativ und einem positiv geladenen Teilchen bestehend und nimmt an, dass die Abstossung von zwei gleichartigen Ladungen geringer sei als die Anziehung von zwei gleich grossen ungleichartigen.

Eine mathematische Behandlung hat diese *Zöllner*'sche Anschauung durch *W. Weber*¹⁵⁷⁾ auf Grundlage von dessen elektrodynamischem Grundgesetz gefunden. Sie ist erst kürzlich durch *H. A. Lorentz*⁹²⁾, mit Benutzung der von ihm verallgemeinerten *Maxwell*'schen Gleichungen, für bewegte Körper durchgeführt worden (vgl. Nr. 22). An die *Lorentz*'sche Anschauung schliesst sich eine Arbeit von *W. Wien*¹⁵⁸⁾ an. Vgl. über diese neueste Phase des Gravitationsproblems den Schluss von Art. 14 dieses Bandes.

So sympathisch man heutzutage gerade den elektromagnetischen Erklärungsversuchen gegenübersteht, so muss man, zumal der Gegenstand noch wenig durchgearbeitet ist, zunächst abwarten, ob sich von hieraus greifbare Vorteile für das Verständnis der Gravi-

155) Sur les forces qui régissent la constitution intérieure des corps, Turin 1836.

156) Erklärung der universellen Gravitation aus den statischen Wirkungen der Elektrizität, Leipzig 1882.

157) Vgl. *F. Zöllner*¹⁵⁶⁾.

158) Über die Möglichkeit einer elektromagnetischen Begründung der Mechanik, Arch. Néerl. 1900.

tationswirkung und für die Hebung noch bestehender Schwierigkeiten ergeben. Nach Nr. 22 hat es nicht den Anschein, als ob in dieser Richtung durch die elektromagnetische Auffassung viel gewonnen werden könnte.

Einstweilen wird man die vorstehenden Betrachtungen dahin zusammenfassen müssen, dass alle Versuche, die Gravitation in befriedigender Weise an andere Erscheinungsgebiete anzuschliessen, als misslungen oder als noch nicht hinreichend gesichert anzusehen sind. Damit ist man aber am Anfang des 20. Jahrhunderts wieder zum Standpunkt des 18. Jahrhunderts zurückgekehrt, zu dem Standpunkt, die Gravitation als eine Fundamenteigenschaft aller Materie anzusehen.

(Abgeschlossen im August 1901.)

