

Werk

Titel: Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen

Jahr: 1903

Kollektion: Mathematica

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN360709532

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360709532>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360709532>

LOG Id: LOG_0030

LOG Titel: 9. Das Ergebnis der Bestimmungen

LOG Typ: chapter

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN360504019

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360504019>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360504019>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Gesetz eingeht, welches die Dichte einer Erdschicht als Funktion ihres Abstands vom Mittelpunkt ausdrückt. Für dieses Gesetz macht *Laplace* zwei Annahmen:

$$(1) \quad \rho = \rho_0[1 + e(1 - a)],$$

$$(2) \quad \rho = \frac{A}{a} \sin(an),$$

worin ρ die Dichte, a den Abstand einer Schicht vom Erdmittelpunkt (Erdradius = 1) und ρ_0 , e ebenso A , n Konstante bedeuten. Diese Konstanten werden durch den Wert von ρ an der Erdoberfläche einerseits, die entwickelten Gleichgewichtsbedingungen andererseits bestimmt. Man erhält dann eine Beziehung zwischen der mittleren Dichte der Erde (und damit der Gravitationskonstanten) und der Oberflächendichte ρ_0 ; und zwar folgt aus der ersten Annahme über die Zunahme der Dichte nach dem Erdinnern

$$\Delta_1 = 1,587 \cdot \rho_0,$$

aus der zweiten Annahme

$$\Delta_2 = 2,4225 \cdot \rho_0,$$

wenn die Erdelliptizität gleich 0,00326 angenommen wird.

2) Unter wesentlich denselben Voraussetzungen, mit Benützung der zweiten Annahme von *Laplace* über die Zunahme der Dichte nach dem Erdinnern, der Formel von *Clairaut* für das Gleichgewicht der rotierenden als flüssig gedachten Erde und des Werts 0,00346 für die Elliptizität der Erde, gelangt *J. Ivory*³⁸⁾ zu der Beziehung:

$$\Delta = 1,901 \cdot \rho_0 \cdot ^{39)}$$

3) Die neuere umfangreiche Litteratur dieser Frage (*Lipschitz*, *Stieltjes*, *Tisserand*, *Roche*, *Maurice Lévy*, *Saigey*, *Callandreaux*, *Radau*, *Poincaré*, *Tumlriz* kann hier nicht besprochen werden; wir verweisen dieserhalb auf die angezogenen Kapitel bei *Tisserand*⁴⁰⁾ oder auf Bd. VI der Encyklopädie.

9. Das Ergebnis der Bestimmungen. Für die Frage, was man als wahrscheinlichsten Wert der Gravitationskonstanten zu betrachten hat, muss von den Ergebnissen der unter Nr. 7 und 8 besprochenen Methoden von vornherein abgesehen werden.

38) *Phil. Mag.* 66 (1825), p. 321 f.

39) Nimmt man als durchschnittliche Dichte der gesamten Erdoberfläche den Wert von *S. Haughton*³⁸⁾ = 2,059, so würde man erhalten nach

$$\text{Laplace } \Delta_1 = 3,268,$$

$$\Delta_2 = 4,962,$$

$$\text{Ivory} \quad = 3,914.$$

40) Vgl. *Anm.* 46.

Die thatsächlich ausgeführten terrestrischen Methoden (Nr. 7) haben zwar vor den Laboratoriumsmethoden (Nr. 4—6) den Vorteil, dass die anziehenden Massen und damit auch die zu beobachtenden Differenzen relativ bedeutende Grösse haben. Allein dieser Vorteil wird mehr als aufgewogen dadurch, dass die Dimensionen und die Dichte der anziehenden Massen nur unvollkommen bekannt sind und die der Beobachtung unzugängliche Massenverteilung unter dem Beobachtungsort eine wesentliche, aber völlig unkontrollierbare Rolle spielt⁴¹⁾.

Diejenigen terrestrischen Methoden aber, die Aussicht auf Erfolg hätten, da sie nicht nur die Verwendung sehr grosser Massen gestatten, sondern auch die Grösse der anziehenden Masse bei ihnen mit ausreichender Genauigkeit zu bestimmen wäre und ausserdem der Einfluss der Umgebung herausfallen würde — Veränderung der Grösse oder Richtung von g durch einen See oder das Meer bei verschiedenem Niveau —, sind nicht oder nicht einwurfsfrei ausgeführt worden.

Die Versuche zur Berechnung der Gravitationskonstanten (Nr. 8) können ebenfalls kein einigermaßen zuverlässiges Resultat liefern. Abgesehen von anderen Bedenken geht in diese Rechnungen die durchschnittliche Oberflächendichte der Erde ein und diese ist bei weitem nicht mit derjenigen Genauigkeit bekannt, als die Gravitationskonstante selbst durch die Laboratoriumsbestimmungen erhalten wurde.

Es bleiben also nur die Resultate der Laboratoriumsbestimmungen (Nr. 4—6). Berücksichtigt man von jeder Methode nur die zwei neuesten Bestimmungen, so erhält man folgende Zusammenstellung:

	Δ	G
Drehwage	{ <i>Boys</i> 5,527	$6,658 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-2} \text{ gr}^{-1}$
	{ <i>Braun</i> 5,5270 ⁴²⁾	
[Doppelpendel	<i>Wilsing</i> 5,577	$6,596 \cdot 10^{-8}$ „]
	<i>Poynting</i> 5,4934	$6,698 \cdot 10^{-8}$ „
Wage	{ <i>Richarz</i> u.	$6,685 \cdot 10^{-8}$ „
	{ <i>Krigar-Menzel</i> 5,5050	
Mittel aus diesen Bestimmungen	5,513 ⁴³⁾	$6,675 \cdot 10^{-8}$ „

41) Vgl. darüber *W. S. Jacob*, *Phil. Mag.* (4) 13 (1857), p. 525—528. Umgekehrt können derartige Bestimmungen von Bedeutung sein, weil sie einen Schluss auf die Massenverteilung in der Nähe des Beobachtungsorts gestatten. Vgl. *R. v. Sterneck's* Messungen³⁴⁾.

42) In später ausgegebenen Exemplaren hat *Braun* als wahrscheinlichstes Resultat seiner Beobachtungen $\Delta = 5,52725$ angenommen (Mitteilung von Herrn Prof. *F. Richarz*).

43) Bekanntlich hat *Newton* (*Principia* lib. III, propos. X) die mittlere

Die gute Übereinstimmung⁴⁴⁾ der Werte, welche nach derselben Methode erhalten wurden einerseits, die relativ bedeutenden Differenzen zwischen den Resultaten der verschiedenen Methoden⁴⁵⁾ andererseits zeigen, dass diese Differenzen nur in prinzipiellen Mängeln der Methoden ihren Grund haben können. Solange diese aber nicht aufgedeckt sind, kann wohl kaum einem dieser Resultate mehr Gewicht beigelegt werden als dem anderen. Bei der Methode von *Wilsing* ist nur zu bedauern einmal, dass sie bis jetzt nicht von einem zweiten Beobachter angewandt und dadurch das Resultat von *Wilsing* kontrolliert wurde, und dann, dass bis jetzt der Einfluss der magnetischen Permeabilität des Doppelpendels einer Prüfung nicht unterzogen wurde⁴⁶⁾. Bei der Bildung des Mittelwertes oben ist deshalb das Resultat *Wilsing's* nicht berücksichtigt.

II. Astronomische und experimentelle Prüfung des Newton'schen Gesetzes.

10. Allgemeines. Dass das *Newton'sche* Gesetz, falls es nicht absolut richtig sein sollte, jedenfalls eine so weit gehende Annäherung an die thatsächlichen Verhältnisse darstellt, wie kaum ein anderes Gesetz, ist auf zwei von einander unabhängigen Gebieten sicher gestellt.

Auf *astronomischem*⁴⁷⁾ Gebiet ergeben sich aus diesem Gesetz nicht nur die Planetenbewegungen in erster Annäherung (*Kepler'sche* Gesetze); sondern auch die zweite Näherung, die Abweichungen von dieser Bewegung infolge der Störung durch andere Planeten, folgen aus dem *Newton'schen* Gesetz noch so richtig, dass aus beobachteten Störungen die Bahn und relative Masse eines bis dahin unbekanntem Planeten (*Neptun*) vorhergesagt werden konnte.

Andererseits liegen aber eine Reihe von astronomischen Beob-

Erdichte auf 5—6 geschätzt. Das Mittel 5,5 stimmt also mit dem Mittel aus den neuesten Messungen bis auf $\frac{1}{4}\%$ überein.

44) Zwischen den Drehwagebestimmungen $\lesssim 0,012\%$, zwischen den Wagebestimmungen ca. $0,2\%$.

45) Grösste Differenz zwischen Wage- und Doppelpendelbestimmung ca. $1,5\%$.

46) Nach *F. Richarz* und *O. Krigar-Menzel* (Bemerkungen zu dem . . . von Herrn *C. V. Boys* über die Gravitationskonstante . . . erstatteten Bericht. Greifswald 1901) könnte die Abweichung des *Wilsing'schen* Resultats von den anderen durch einen solchen Einfluss bedingt sein.

47) Diskussion der Gültigkeit des *Newton'schen* Gesetzes auf astronomischem Gebiet bei *Tisserand*, *Méc. céleste* 4 (1896), cap. 29 und *S. Newcomb*⁴⁸⁾.