$$U(\lambda) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\lambda}^{\infty} e^{-\lambda^2} d\lambda$$

gesetzt ist. Dies Integral lässt sich nach Potenzen von h entwickeln, was bei Beschränkung auf die erste Potenz ergiebt

$$\text{(XV)} \qquad u = C \cdot U\left(\frac{x}{2\sqrt{kt}}\right)\left[1 - \varphi\left(\frac{x}{2\sqrt{kt}}\right) x^2 \frac{h}{k}\right],$$

mit

$$\varphi(\lambda) = \frac{\frac{e^{-\lambda^2}}{2\lambda} - \int_{\lambda}^{\infty} e^{-\lambda^2} d\lambda}{2\int_{\lambda}^{\infty} e^{-\lambda^2} d\lambda}.$$

Die Lösung bleibt ein Integral der Differentialgleichung (IX), wenn zwei willkürliche Konstanten ξ und τ eingeführt werden, indem man x durch $x + \xi$ und t durch $t + \tau$ ersetzt. Diese beiden Konstanten hat man zur Verfügung, um die Formel den Beobachtungen anzupassen.

b. Bestrahlung der Endfläche mit einem glühenden Platinblech.

Sehr viel exakter, als sich die Grenzbedingung der vorigen Methode verwirklichen lässt, kann man bei Bestrahlung der Endfläche mit einem glühenden Platinblech den wirklichen Grenzvorgang mit der mathematischen Form in Übereinstimmung bringen, indem man annimmt, dass der Endfläche des Stabes durch die Bestrahlung eine zeitlich konstante Wärmemenge zugeführt wird. Darnach erhält man zu Gleichung (IX) die Grenzbedingungen

$$\text{für } t = 0 \text{ ist } \quad u = 0,$$
$$\text{für } x = 0 \text{ ist } \quad \frac{\partial u}{\partial x} = -C$$

und dazu das Integral

$$u = \frac{C}{2\sqrt{\frac{h}{k}}}\left\{e^{-x\sqrt{\frac{h}{k}}} U\left(\frac{x}{2\sqrt{kt}} - \sqrt{ht}\right) - e^{x\sqrt{\frac{h}{k}}} U\left(\frac{x}{2\sqrt{kt}} + \sqrt{ht}\right)\right\},$$

oder nach Potenzen von h entwickelt

$$\text{(XVI)} \qquad u = Cx\, J\left(\frac{x}{2\sqrt{kt}}\right)\left[1 - \psi\left(\frac{x}{2\sqrt{kt}}\right) x^2 \frac{h}{k}\right],$$

wo

$$J(\lambda) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\left\{\frac{e^{-\lambda^2}}{2\lambda} - \int_{\lambda}^{\infty} e^{-\lambda^2} d\lambda\right\}$$

und

$$\psi(\lambda) = \frac{1}{6}\left(\frac{e^{-\lambda^2}}{2\lambda^3\sqrt{\pi}J(\lambda)}\right) - 1.$$

Wenn es erforderlich ist, kann ebenso wie bei der vorigen Methode durch Einführung zweier Konstanten ξ und τ die Lösung dem wirklichen Vorgange besser angepasst werden.

c. Berechnung der nach diesen Methoden angestellten Versuche.

Wenn der Temperaturverlauf in zwei Querschnitten x_1 und x_2 beobachtet und durch eine Hülfsmessung, etwa nach der *Despretz*'schen Methode, der Wert von $\frac{h}{k}$ gefunden ist, werden zunächst die beobachteten Temperaturen u nach den Formeln (XV) bezw. (XVI) durch Division mit dem in [ ] stehenden Faktor auf den idealen Fall ohne äussere Wärmeleitung reduziert, wozu Näherungswerte von k und ev. ξ und τ ausreichen. Die so erhaltenen verbesserten Temperaturen, die mit ϑ bezeichnet seien, müssen als Funktion der Zeit durch die Formel

$$\text{(XVII)} \qquad \vartheta(t) = C\,U\left(\frac{x+\xi}{2\sqrt{k(t+\tau)}}\right)$$

bezw.

$$\text{(XVIII)} \qquad \vartheta(t) = C(x+\xi)\,J\left(\frac{x+\xi}{2\sqrt{k(t+\tau)}}\right)$$

dargestellt werden, indem man τ und der Grösse

$$\gamma = \frac{x+\xi}{\sqrt{k}}$$

einen passenden Zahlenwert giebt. Aus zwei Wertepaaren (x_1, γ_1) und (x_2, γ_2) erhält man das Resultat

$$k = \left(\frac{x_2 - x_1}{\gamma_2 - \gamma_1}\right)^2.$$

Das Auffinden des Parameters γ geschieht zweckmässig auf folgende Weise. Man zeichnet zunächst auf Koordinatenpapier die Kurve aus der bekannten mathematischen Funktion $\log U(z)$ bezw. $\log J(z)$ als Ordinate zu $\log \frac{1}{z^2}$ als Abscisse, welche zur Berechnung aller nach der Methode angestellten Versuche benutzt wird. Sodann trägt man aus den (wegen der äusseren Wärmeleitung reduzierten) Beobachtungen die Werte $\log \vartheta$ als Ordinate zu $\log(t+\tau)$ als Abscisse auf Paus-