$$J(\lambda) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\left\{\frac{e^{-\lambda^2}}{2\lambda} - \int_\lambda^\infty e^{-\lambda^2} d\lambda\right\}$$

und

$$\psi(\lambda) = \frac{1}{6}\left(\frac{e^{-\lambda^2}}{2\lambda^3\sqrt{\pi}J(\lambda)}\right) - 1.$$

Wenn es erforderlich ist, kann ebenso wie bei der vorigen Methode durch Einführung zweier Konstanten ξ und τ die Lösung dem wirklichen Vorgange besser angepasst werden.

c. Berechnung der nach diesen Methoden angestellten Versuche.

Wenn der Temperaturverlauf in zwei Querschnitten x_1 und x_2 beobachtet und durch eine Hülfsmessung, etwa nach der *Despretz*'schen Methode, der Wert von $\frac{h}{k}$ gefunden ist, werden zunächst die beobachteten Temperaturen u nach den Formeln (XV) bezw. (XVI) durch Division mit dem in [ ] stehenden Faktor auf den idealen Fall ohne äussere Wärmeleitung reduziert, wozu Näherungswerte von k und ev. ξ und τ ausreichen. Die so erhaltenen verbesserten Temperaturen, die mit ϑ bezeichnet seien, müssen als Funktion der Zeit durch die Formel

(XVII) $$\vartheta(t) = C\,U\left(\frac{x+\xi}{2\sqrt{k(t+\tau)}}\right)$$

bezw.

(XVIII) $$\vartheta(t) = C(x+\xi)\,J\left(\frac{x+\xi}{2\sqrt{k(t+\tau)}}\right)$$

dargestellt werden, indem man τ und der Grösse

$$\gamma = \frac{x+\xi}{\sqrt{k}}$$

einen passenden Zahlenwert giebt. Aus zwei Wertepaaren (x_1, γ_1) und (x_2, γ_2) erhält man das Resultat

$$k = \left(\frac{x_2 - x_1}{\gamma_2 - \gamma_1}\right)^2.$$

Das Auffinden des Parameters γ geschieht zweckmässig auf folgende Weise. Man zeichnet zunächst auf Koordinatenpapier die Kurve aus der bekannten mathematischen Funktion $\log U(z)$ bezw. $\log J(z)$ als Ordinate zu $\log \frac{1}{z^2}$ als Abscisse, welche zur Berechnung aller nach der Methode angestellten Versuche benutzt wird. Sodann trägt man aus den (wegen der äusseren Wärmeleitung reduzierten) Beobachtungen die Werte $\log \vartheta$ als Ordinate zu $\log(t+\tau)$ als Abscisse auf Pauspapier in dasselbe Koordinatensystem ein, ev. für mehrere Werte τ, von denen der passendste ausgewählt wird. Durch Parallelverschieben des Pauspapiers müssen die beiden Kurven zur Deckung gebracht werden können, und die Verschiebung in Richtung der Abscissenaxe liefert den Wert $\log \frac{\gamma^2}{4}$. Nach den Formeln (XVII) und (XVIII) ist nämlich

$$z = \frac{x + \xi}{2\sqrt{k(t+\tau)}} = \frac{\gamma}{2\sqrt{t+\tau}},$$

also

$$\log \frac{1}{z^2} = \log(t+\tau) - \log \frac{\gamma^2}{4}.$$

27. Isothermen-Methode von Voigt (1897)[115]. Eine Wärmeströmung durchsetze die Grenzfläche zweier Körper mit dem Wärmeleitvermögen $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$. Die äussere Oberfläche sei normal zur Grenzfläche. Bedeuten dann φ_1 und φ_2 die Winkel zwischen den Isothermen auf der Oberfläche und der Grenzlinie, so folgt aus den Stetigkeitsbedingungen (VIII) für jede Art der Strömung, also unabhängig von der äusseren Wärmeleitung,

$$\text{(XIX)} \qquad \varkappa_1 : \varkappa_2 = \operatorname{tg} \varphi_1 : \operatorname{tg} \varphi_2 .$$

Kann man die Isothermen sichtbar machen[116], so liefert die Messung der Winkel φ das Verhältnis $\varkappa_1/\varkappa_2$. Bei logarithmischem Variieren folgt aus (XIX)

$$\frac{\delta(\varkappa_1/\varkappa_2)}{\varkappa_1/\varkappa_2} = \frac{2\,\delta\varphi_1}{\sin 2\varphi_1} - \frac{2\,\delta\varphi_2}{\sin 2\varphi_2}.$$

Darnach üben Messfehler den geringsten Einfluss, wenn die Winkel φ nahe an 45^0 gebracht sind.

28. Wärmeleitung in Krystallen, Allgemeines. Anstatt einer einzigen Konstanten, wie bei isotropen Körpern, ist in krystallinischen Medien die Grösse und Richtung der drei aufeinander senkrechten Hauptleitfähigkeiten zu bestimmen. Doch sind hiermit die Aufgaben der Messung noch nicht erschöpft. Die drei Hauptleitfähigkeiten genügen zwar zur Lösung aller die Temperaturverteilung betreffenden Probleme, aber die Richtung des Wärmeflusses bleibt unbekannt. In (Nr. 4) ist gezeigt, dass der den Wärmefluss darstellende Vektor im allgemeinen ausser einem von den Hauptleitfähigkeiten abhängenden

115) *W. Voigt,* Gött. Nachr. (1897), p. 184; Ann. Phys. Chem. 64 (1898), p. 95.

116) Mittel dazu sind die Schmelzkurven an Überzügen mit geeigneten Substanzen (Wachs-Terpentingemische, oder die bei 45^0 erstarrende Elaidinsäure), ferner thermoskopische Substanzen, die bei bestimmten Temperaturen einen Farbenwechsel zeigen (die Doppelsalze Jodsilber-Jodquecksilber bei 45^0, Jodkupfer-Jodquecksilber bei 70^0), endlich Behauchen und Bestreuen mit Lykopodium.