

## Werk

**Titel:** Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen

**Jahr:** 1903

**Kollektion:** Mathematica

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN360709532

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360709532>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360709532>

**LOG Id:** LOG\_0134

**LOG Titel:** c) Berechnung der nach diesen Methoden angestellten Versuche

**LOG Typ:** chapter

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN360504019

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360504019>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360504019>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

$$J(\lambda) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left\{ \frac{e^{-\lambda^2}}{2\lambda} - \int_{\lambda}^{\infty} e^{-\lambda^2} d\lambda \right\}$$

und

$$\psi(\lambda) = \frac{1}{6} \left( \frac{e^{-\lambda^2}}{2\lambda^2 \sqrt{\pi} J(\lambda)} \right) - 1.$$

Wenn es erforderlich ist, kann ebenso wie bei der vorigen Methode durch Einführung zweier Konstanten  $\xi$  und  $\tau$  die Lösung dem wirklichen Vorgange besser angepasst werden.

### c. Berechnung der nach diesen Methoden angestellten Versuche.

Wenn der Temperaturverlauf in zwei Querschnitten  $x_1$  und  $x_2$  beobachtet und durch eine Hilfsmessung, etwa nach der *Despretz'schen* Methode, der Wert von  $\frac{h}{k}$  gefunden ist, werden zunächst die beobachteten Temperaturen  $u$  nach den Formeln (XV) bzw. (XVI) durch Division mit dem in [ ] stehenden Faktor auf den idealen Fall ohne äussere Wärmeleitung reduziert, wozu Näherungswerte von  $k$  und  $ev$ .  $\xi$  und  $\tau$  ausreichen. Die so erhaltenen verbesserten Temperaturen, die mit  $\vartheta$  bezeichnet seien, müssen als Funktion der Zeit durch die Formel

$$(XVII) \quad \vartheta(t) = CU \left( \frac{x + \xi}{2\sqrt{k(t + \tau)}} \right)$$

bzw.

$$(XVIII) \quad \vartheta(t) = C(x + \xi) J \left( \frac{x + \xi}{2\sqrt{k(t + \tau)}} \right)$$

dargestellt werden, indem man  $\tau$  und der Grösse

$$\gamma = \frac{x + \xi}{\sqrt{k}}$$

einen passenden Zahlenwert giebt. Aus zwei Wertepaaren  $(x_1, \gamma_1)$  und  $(x_2, \gamma_2)$  erhält man das Resultat

$$k = \left( \frac{x_2 - x_1}{\gamma_2 - \gamma_1} \right)^2.$$

Das Auffinden des Parameters  $\gamma$  geschieht zweckmässig auf folgende Weise. Man zeichnet zunächst auf Koordinatenpapier die Kurve aus der bekannten mathematischen Funktion  $\log U(z)$  bzw.  $\log J(z)$  als Ordinate zu  $\log \frac{1}{z^2}$  als Abscisse, welche zur Berechnung aller nach der Methode angestellten Versuche benutzt wird. Sodann trägt man aus den (wegen der äusseren Wärmeleitung reduzierten) Beobachtungen die Werte  $\log \vartheta$  als Ordinate zu  $\log(t + \tau)$  als Abscisse auf Paus-

papier in dasselbe Koordinatensystem ein, ev. für mehrere Werte  $\tau$ , von denen der passendste ausgewählt wird. Durch Parallelverschieben des Pauspapiers müssen die beiden Kurven zur Deckung gebracht werden können, und die Verschiebung in Richtung der Abscissenaxe liefert den Wert  $\log \frac{\gamma^2}{4}$ . Nach den Formeln (XVII) und (XVIII) ist nämlich

$$z = \frac{x + \xi}{2 \sqrt{k(t + \tau)}} = \frac{\gamma}{2 \sqrt{t + \tau}},$$

also

$$\log \frac{1}{z^2} = \log(t + \tau) - \log \frac{\gamma^2}{4}.$$

**27. Isothermen-Methode von Voigt (1897)<sup>115)</sup>.** Eine Wärme-  
strömung durchsetze die Grenzfläche zweier Körper mit dem Wärme-  
leitvermögen  $\kappa_1$  und  $\kappa_2$ . Die äussere Oberfläche sei normal zur Grenz-  
fläche. Bedeuten dann  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  die Winkel zwischen den Isothermen  
auf der Oberfläche und der Grenzlinie, so folgt aus den Stetigkeits-  
bedingungen (VIII) für jede Art der Strömung, also unabhängig von  
der äusseren Wärmeleitung,

$$(XIX) \quad \kappa_1 : \kappa_2 = \operatorname{tg} \varphi_1 : \operatorname{tg} \varphi_2.$$

Kann man die Isothermen sichtbar machen<sup>116)</sup>, so liefert die Messung  
der Winkel  $\varphi$  das Verhältnis  $\kappa_1/\kappa_2$ . Bei logarithmischem Variieren  
folgt aus (XIX)

$$\frac{\delta(\kappa_1/\kappa_2)}{\kappa_1/\kappa_2} = \frac{2 \delta \varphi_1}{\sin 2 \varphi_1} - \frac{2 \delta \varphi_2}{\sin 2 \varphi_2}.$$

Darnach üben Messfehler den geringsten Einfluss, wenn die Winkel  $\varphi$   
nahe an  $45^\circ$  gebracht sind.

**28. Wärmeleitung in Krystallen, Allgemeines.** Anstatt einer  
einzigsten Konstanten, wie bei isotropen Körpern, ist in krystallinischen  
Medien die Grösse und Richtung der drei aufeinander senkrechten  
Hauptleitfähigkeiten zu bestimmen. Doch sind hiermit die Aufgaben  
der Messung noch nicht erschöpft. Die drei Hauptleitfähigkeiten ge-  
nügen zwar zur Lösung aller die Temperaturverteilung betreffenden  
Probleme, aber die Richtung des Wärmeflusses bleibt unbekannt. In  
(Nr. 4) ist gezeigt, dass der den Wärmefluss darstellende Vektor im  
allgemeinen ausser einem von den Hauptleitfähigkeiten abhängenden

115) *W. Voigt*, Gött. Nachr. (1897), p. 184; Ann. Phys. Chem. 64 (1898), p. 95.

116) Mittel dazu sind die Schmelzkurven an Überzügen mit geeigneten Sub-  
stanzen (Wachs-Terpentinmische, oder die bei  $45^\circ$  erstarrende Elaidinsäure),  
ferner thermoskopische Substanzen, die bei bestimmten Temperaturen einen  
Farbenwechsel zeigen (die Doppelsalze Jodsilber-Jodquecksilber bei  $45^\circ$ , Jodkupfer-  
Jodquecksilber bei  $70^\circ$ ), endlich Behauchen und Bestreuen mit *Lykæpodium*.