

Werk

Titel: Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen

Jahr: 1903

Kollektion: Mathematica

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN360709532

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360709532>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360709532>

LOG Id: LOG_0140

LOG Titel: 5. Technische Thermodynamik. Von M. SCHRÖTER in München und L. PRANDTL in Göttingen. (Abgeschlossen im Juli 1905.)

LOG Typ: chapter

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN360504019

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360504019>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360504019>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

V 5. TECHNISCHE THERMODYNAMIK.

VON
M. SCHRÖTER UND **L. PRANDTL**
IN MÜNCHEN. IN GÖTTINGEN.

Inhaltsübersicht.

a) Technische Thermodynamik im engeren Sinne. Von *M. Schröter*.

I. Die Grundlagen der technischen Thermodynamik.

1. Historische Übersicht.
2. Die allgemeinen Gleichungen der Thermodynamik.
3. Graphische Darstellungen.
4. Vollkommene Gase.
5. Zustandsänderungen der Gase.
6. Gesättigte Dämpfe.
7. Überhitzte Dämpfe.

II. Kreisprozesse der thermodynamischen Maschinen.

8. Allgemeines über die technischen Kreisprozesse.
9. Die Wärmekraftmaschinen und ihr Wirkungsgrad.
10. Die Dampfmaschine im besonderen.
11. Verbundmaschine, Anwendung von überhitztem Dampf.
12. Der Wirkungsgrad der Dampfmaschine.
13. Die Verbrennungsmotoren (Gasmaschine, Dieselmotor).
14. Kältemaschinen.

b) Strömende Bewegung der Gase und Dämpfe. Von *L. Prandtl*.

15. Abgrenzung des Stoffes.
16. Allgemeine Theorie der stationären Strömungen.
17. Bewegung ohne Widerstände und Wärmemitteilung.
18. Ausströmung aus Öffnungen und Mundstücken.
19. Strömungswiderstände in Röhren.
20. Strömung durch Röhren und Düsen.
21. Stationäre Wellen in einem freien Gasstrahl.
22. Überströmen.
23. Dampfturbinen.

Litteraturübersicht.

(Ohne Anspruch auf Vollständigkeit.) Diejenigen Schriften, in denen auch auf die Abteilung b) Bezügliches enthalten ist, sind durch einen * gekennzeichnet.

1) Lehrbücher.

J. W. Macquorn Rankine, Manual of the Steam Engine and other Prime Movers.
1. Aufl. 1859, 2. Aufl. London 1861, 4. Aufl. 1869, 9. Aufl. 1878 u. s. f.

- G. Zeuner*, Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie, 1. Aufl. Freiberg 1860, *2. Aufl. (völlig umgearbeitet) Leipzig 1866.
- *— Technische Thermodynamik, 2 Bde., Leipzig, 1. Aufl. 1881, 1890, 2. Aufl. 1900, 1901 (zugleich 3. u. 4. Auflage der „Grundzüge“).
- G. Hirn*, Exposition analytique et expérimentale de la théorie mécanique de la chaleur, 1. Aufl. 1862, 2. Aufl. 1863, 3. Aufl. 1875.
- **F. Grashof*, Theoretische Maschinenlehre 1, Leipzig, Voss, 1875.
- A. Witz*, Thermodynamique à l'usage des Ingénieurs, Paris 1892.
- J. Bouvvin*, Cours de mécanique appliquée, 3^{ième} fascicule: Moteurs thermiques, Paris, Bernard, 1893.
- J. A. Ewing*, The steame engine and other heat-engines, Cambridge 1. Aufl. 1894.
- Cotterill*, The Steam Engine considered as a thermodynamic Machine, London 1896, 3rd edition.
- V. Wood*, Thermodynamics. Heat motors and Refrigerating machines, New-York 1900, 8. Aufl.
- A. Musil*, Grundlagen der Theorie und des Baues der Wärmekraftmaschinen (erweiterte Übersetzung von *Ewing*, steam-engine), Leipzig 1902.
- **H. Lorenz*, Technische Wärmelehre, 2. Bd. der „Technischen Physik“, München, Oldenbourg, 1904.
- J. J. Weyrauch*, Grundriss der Wärmetheorie, Stuttgart 1904.

2) Fachzeitschriften.

Arbeiten aus dem Gebiet der technischen Thermodynamik finden sich in allen Jahrgängen der bedeutenderen deutschen und ausländischen technischen Zeitschriften; es seien nur genannt:

Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure (Berlin).

Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens (Berlin).

Der Civilingenieur (erscheint nicht mehr) (Leipzig).

Dingler's Polytechnisches Journal (Berlin).

Zeitschrift für die gesamte Kälteindustrie (München).

Zeitschrift für komprimierte Gase (Berlin).

Engineering (London).

The Engineer (London).

Bulletin d'Encouragement de l'industrie nationale (Paris).

Bulletin de la société industrielle de Mulhouse (Mülhausen i/Elsass).

Revue de Mécanique (Paris).

3) Monographien.

a) Von historischem Interesse.

S. Carnot, Réflexions sur la puissance motrice du feu, Paris, Gauthier-Villars, 1878. (Wiederabdruck der 1824 erschienenen Originalarbeit); deutsch in Ostwald's Klassikern.

E. Clapeyron, Sur la puissance motrice de la chaleur, Journal de l'école polytechnique, Paris 1834; deutsch 1843 in Poggendorff's Annalen Bd. 59. In neuerer Zeit wieder herausgegeben von *Mewes*, Berlin 1893 unter dem Titel: Über die bewegende Kraft der Wärme.

**G. Zeuner*, Das Lokomotivblasrohr, Zürich 1863.

J. W. Macquorn Rankine, Miscellaneous Scientific Papers, London, Griffin, 1878,

eine höchst wertvolle Sammlung der zerstreut erschienenen Originalabhandlungen *Rankine's*, herausgegeben von *Tait* und *Millar*.

C. v. Linde, Theorie der Kälteerzeugungsmaschinen, Verhandl. d. Vereins z. Beförderung d. Gewerbflusses 1875 und 1876.

b) Neuere Arbeiten.

E. G. Kirsch, Bewegung der Wärme in den Cylinderwandungen der Dampfmaschinen, Leipzig 1886.

A. Witz, Traité théorique et pratique des moteurs à gaz e à pétrole, 3. Aufl., Paris 1892—95.

R. Mollier, Das Wärmediagramm, Berlin, Simion, 1893.

R. Diesel, Theorie und Konstruktion eines rationellen Wärmemotors, Berlin, Springer, 1893.

A. Slaby, Calorimetrische Untersuchungen über den Kreisprozess der Gasmaschine, Berlin 1894.

J. Bouvoin, Le diagramme entropique et ses applications, Paris, Dunod, 1897.

C. v. Linde, Artikel „Kälteerzeugung“ in *Lueger's* Lexikon der gesamten Technik, Stuttgart 1895—99.

E. Hausbrand, Verdampfen, Kondensieren und Kühlen, Berlin 1899.

A. Witz, Les progrès de la théorie des machines thermiques, Rapports Congrès intern. de Physique, Paris 1900, tome 3, p. 296.

H. Lorenz, Neuere Kühlmaschinen, 3. Aufl. München, Oldenbourg, 1901.

R. Schöttler, Die Gasmaschine, 4. Aufl. Braunschweig, Göritz, 1902.

**A. Stodola*, Die Dampfturbinen, Berlin, Springer, 1. Aufl. 1903, 3. Aufl. 1905.

R. Mollier, Kapitel „Wärmelehre“ in dem Taschenbuch des Ingenieurs, herausgegeben vom Verein Hütte, 19. Aufl. 1904.

**R. Pröll*, Artikel „Dampfturbinen“ in *Lueger's* Lexikon der gesamten Technik, Stuttgart 1905.

a) Technische Thermodynamik im engeren Sinne. Von M. Schröter.

Vorbemerkung. Die technische Thermodynamik, wie sie *hier* verstanden wird, umfasst die Anwendung der Sätze und Methoden der allgemeinen Thermodynamik auf technische Prozesse mit ausdrücklicher Ausschliessung des Gebietes der Thermochemie, aber einschliesslich der Verbrennungsmotoren. Die stetige Entwicklung der Technik bringt es mit sich, dass von einer festen Abgrenzung der technischen Thermodynamik nicht die Rede sein kann; es war deshalb geboten, im folgenden eine *Auswahl* zu treffen unter besonderer Berücksichtigung der für die Encyclopädie in ihren angewandten Teilen geltenden Grundsätze sowie des verfügbaren Raumes. Die dem Techniker unentbehrliche graphische Darstellung ist als für den Mathematiker besonders instruktiv ausführlich behandelt, da sie ausser der damit erreichten Anschaulichkeit und Durchsichtigkeit des Verfahrens in den meisten Fällen dem Genauigkeitsbedürfniss der Praxis vollständig genügt.

Die Bezeichnungsweise der technischen Thermodynamik ist leider

so wenig wie die der allgemeinen Wärmetheorie bis heute eine einheitliche, so dringend dies auch zu wünschen wäre; im Interesse der Leser der Encyclopädie ist im folgenden möglichst enger Anschluss an die im Artikel V 3 (*Bryan*) benutzte Bezeichnungsweise gesucht, wie aus der folgenden Übersicht hervorgeht. Bezüglich der Masseinheiten sei im allgemeinen bemerkt, dass in der ganzen Technik (wie auch in den folgenden Ausführungen) das Kilogramm als Kraft- (oder Gewichts-) Einheit, nicht als Masseneinheit angesehen wird. Unter „spezifischem Volumen“, „spezifischer Wärme“ sind hier das Volumen der Gewichtseinheit, bezw. die der Gewichtseinheit zuzuführende Wärme verstanden. Da man aber denselben Körper (1 Liter Wasser) zur Definition der Krafteinheit im technischen und der Masseneinheit im physikalischen System benutzt, so hat dieser Unterschied der Masseinheiten keinen Einfluss auf die Zahlenwerte (wenn man von der kleinen Veränderlichkeit von g mit der Breite absieht und beim Übergang von kg zum gr den Faktor $\frac{1}{1000}$ hinzufügt). Ferner sei bemerkt, dass Wärmemengen hier nicht wie in Artikel 3 in Arbeitseinheiten, sondern in der Wärmeeinheit (W. E.) der grossen Kalorie gemessen werden, so dass in vielen Formeln jenes Artikels jetzt der Faktor A (reziproker Wert des Wärmeäquivalentes) beizufügen ist.

Die Gleichungen jenes Artikels werden im folgenden in [] zitiert werden, während wir auf die Gleichungen des vorliegenden Artikels durch () hinweisen.

Bezeichnungen.

a) Allgemeine.

Benennung	Zeichen		Masseinheiten	Formeln	Gleichwertige Benennungen
	im folgenden verwendet	in der Technik gebräuchlich			
Volumen	V	V	cbm	—	Volumen der Gewichtseinheit Spannung, Kraft pro Flächeneinheit
Gewicht des Arbeitsstoffes	G	G	kg	$v = \frac{V}{G}$	
Spezifisches Volumen	v	v	cbm/kg		
Spezifischer Druck .	p	p	kg/qcm neue (techn.) Atmosphäre	$T = 273 + t$	
Temperatur	t	t	° Celsius		
Absolute Temperatur Von aussen zugeführte Wärmemenge	T	T	° Celsius		
	Q	Q	kg-Kalorie = W. E.		

Benennung	Zeichen		Mass-einheiten	Formeln	Gleichwertige Benennungen
	im folgenden verwendet	in der Technik gebräuchlich			
Dasselbe pro Gewichtseinheit . . .	q	Q	kg-Kalorie = W. E.		Innere Energie, Energie
Gesamte innere Arbeit	U	—	„		
Innere Arbeit für die Gewichtseinheit . .	u	U	W. E./kg	$u = \frac{U}{G}$	Arbeit der äusseren Kräfte
Äussere Arbeit . .	W	L	m kg		
Äussere Arbeit für die Gewichtseinheit	w		m		
Mechanisches Wärmeäquivalent . . .	$1/A$	$1/A$	W. E./m kg	$A = \frac{1}{428}$	Wärmegewicht
Entropie	S	P	Entropie-einheiten	$S = \int \frac{dQ}{T}$	
„ für die Gewichtseinheit . . .	s	—	Ent.-Einh./kg	$s = \frac{S}{G}$	
Erzeugungswärme bei konst. Druck .	J	—	W. E.		Gesamtwärme; Thermodynamisches Potential bei gegeb. Entropie und Druck (\mathfrak{F} , in Artikel 3, ζ nach J. W. Gibbs)
Spezifische Erzeugungswärme bei konst. Druck . . .	i	—	W. E./kg	$i = \frac{J}{G}$	
Spezifische Wärme bei einer beliebigen Zustandsänderung.	γ	c	„	$\gamma = \frac{dq}{dT}$	
Spezifische Wärme bei konst. Volumen	γ_v	c_v	„	$\gamma_v = \left(\frac{dq}{dT}\right)_v$	
Spezifische Wärme bei konst. Druck .	γ_p	c_p	„	$\gamma_p = \left(\frac{dq}{dT}\right)_p$	
Verhältnis der spezifischen Wärmen	κ	k	unbenannt	$\kappa = \frac{\gamma_p}{\gamma_v}$	
Gaskonstante für die Gewichtseinheit . .	B	B, R		$pv = BT$	
Absolute Gaskonstante (für das Kilogramm-Molekül μ)	R	—		$pv\mu = RT$	

b) Für gesättigte Dämpfe.

Spezifisches Volumen der Flüssigkeit beim Druck p	v''	σ	cbm/kg	
---	-------	----------	--------	--

Benennung	Zeichen		Mass-einheiten	Formeln	Gleichwertige Benennungen
	im folgenden verwendet	in der Technik gebräuchlich			
Spezifisches Volumen des trocken gesättigten Dampfes beim Druck p .	v'	s	cbm/kg		
Volumzunahme von 1 kg bei der Verdampfung	$v' - v''$	u	cbm/kg		
Flüssigkeitswärme pro 1 kg bei konstantem Druck . .	q_p	q	W. E./kg	$q_p = \int_0^t \gamma_p dt$	Wärmemenge zur Erhöhung der Temperatur von 1 kg Flüssigkeit unter dem konst. Druck p v. 0° auf die Sättigungstemperatur t°
Aussere Verdampfungswärme pro 1 kg.	$Ap(v' - v'')$	$Ap u$	W. E./kg		
Innere Verdampfungswärme pro 1 kg.	λ_i	e	W. E./kg		Verdampfungswärme beim Druck p zur Verwandlung von 1 kg Flüssigkeit von t° in gesättigten Dampf von t°
Latente Wärme der Verdampfung pro 1 kg bei konst. Druck	λ	r	W. E./kg	$\lambda = \lambda_i + Ap(v' - v'')$	
Spezifische Wärme der Flüssigkeit . .	γ''	c	W. E./kg		
Spezifische Wärme des Dampfes . . .	γ'	h	W. E./kg		
Entropie der Flüssigkeit pro 1 kg .	s''	τ	Entropie-einheiten	$s'' = \int_0^t \frac{dq}{T}$	
Entropie des gesättigten Dampfes pro 1 kg.	s'	$\tau + \frac{r}{T}$	Entropie-einheiten	$s' = s'' + \frac{\lambda}{T}$	Verhältnis des in 1 kg Mischung von Dampf und Flüssigkeit enthaltenen Dampfge-wichts zum Totalgewicht
Spezifische Dampfmenge	x		unbenannt	

I. Die Grundlagen der technischen Thermodynamik.

1. **Historische Übersicht.** Die technische Thermodynamik umfasst die Anwendung der Sätze der allgemeinen Thermodynamik auf technische Probleme; während es für die Darstellung ganz gerechtfertigt ist, die allgemeine Wärmelehre vorzuschicken und die technische Wärmelehre nachfolgen zu lassen, ist die geschichtliche Entwicklung nicht etwa in der Weise vor sich gegangen, dass der abgeschlossenen Arbeit der theoretischen Forscher die Anwendung auf technische Probleme seitens der praktischen Ingenieure nachgefolgt wäre. Vielfach hat das Umgekehrte stattgefunden, indem die Praxis in der Ausführung thermodynamischer Arbeitsprozesse durch Maschinen um ein beträchtliches der wissenschaftlichen Forschung vorausgeeilt ist, und es kann an vielen Stellen nachgewiesen werden, dass mindestens ebensoviele wissenschaftliche Ergebnisse der Anregung von seiten* der Praxis zu verdanken sind als umgekehrt.

Jedenfalls ist die Geschichte der technischen Thermodynamik streng genommen ganz unzertrennlich von der Geschichte der thermodynamischen Technik und es kann daher die Aufgabe der folgenden Skizze nur die sein, einige Hauptpunkte und Richtungslinien der Entwicklung der technischen Thermodynamik an Hand der Arbeiten ihrer hervorragendsten Förderer herauszuheben.

Als erster derselben hat *James Watt* zu gelten, dessen hauptsächlichster Beitrag zur technischen Thermodynamik — die Erforschung des Verdampfungsprozesses durch Bestimmung der Verdampfungswärme bei verschiedenen Pressungen — ein typisches Beispiel dafür ist, wie durch praktisch-technische Probleme der Anstoss zur Beantwortung wissenschaftlicher Fragen gegeben wird. Im Anfang reichte die geistige Kraft eines einzelnen zur Lösung aus, später trat naturgemäss eine Differenzierung ein und schon die beiden nächsten Marksteine auf dem Weg der technischen Thermodynamik rühren von Männern her, welche nicht in erster Linie ausübende Ingenieure waren; es sind dies *Carnot's* „Réflexions sur la puissance motrice du feu“ (1824) und *Clapeyron's* Abhandlung „Sur la puissance motrice de la chaleur“ (1834) — beides grundlegende Werke, das erstere durch die der Zeit vorausseilende Darlegung des inneren Wesens der Wärmekraftmaschinen (freilich noch ohne den ersten Hauptsatz) und durch die Klarstellung der Bedingungen für beste ökonomische Wirkung; das letztere durch seine mathematisch-graphische Formulierung der Grundbegriffe, die für alle späteren Behandlungsweisen des Gegenstandes massgebend geblieben ist.

Beide Werke wurden vollständig ignoriert und vergessen; sie waren dem Bedürfnis und Verständnis ihrer Zeit weit vorangeeilt und mussten Jahrzehnte später wieder neu entdeckt werden. Zunächst war die von *Watt* mit unzulänglichen Hilfsmitteln begonnene Arbeit fortzusetzen, die Natur musste befragt werden, um eine sichere Grundlage für die Theorie zu gewinnen — diese klaffende Lücke ausgefüllt und damit die Befruchtung der thermodynamischen Technik durch die Wissenschaft ermöglicht zu haben, ist das Verdienst *Regnault's*, der im Jahr 1847 den ersten Band seiner „Relations des expériences etc.“ erscheinen liess, dem 1862 der zweite und 1870 der dritte folgte; dass diese unschätzbaren Experimentaluntersuchungen auf Veranlassung und auf Kosten der französischen Regierung unternommen wurden, bildet für alle Zeiten einen Ruhmestitel derselben.

Fast gleichzeitig traten nach der Veröffentlichung des ersten Bandes der „Relations“ in England, Deutschland und Frankreich die Männer auf, welche man als Begründer der technischen Thermodynamik von heute mit Recht feiert: der Schotte *J. W. Macquorn Rankine* (1820—72), Professor für Mechanik und Ingenieurwissenschaft an der Universität Glasgow; *Gustav Zeuner* (geb. 1828 zu Döbeln in Sachsen), damals Professor für theoretische Maschinenlehre am Eidgenössischen Polytechnikum in Zürich und der Elsässer *Gustave Adolphe Hirn* (1815—89), Fabrikbesitzer in Logelbach im Elsass, welchen trotz seines deutschen Namens die Franzosen als den ihrigen betrachten dürfen.

1859 erschien nach vielen vorausgegangenen technisch-thermodynamischen Abhandlungen die erste Auflage von *Rankine's* „Manual of the Steam Engine and other Prime Movers“, in dessen Vorrede der Verfasser mit berechtigtem Selbstgefühl sagen durfte:

„The principles of thermodynamics or the Science of the mechanical action of heat are explained in the third chapter of the third part more fully than would have been necessary but for the fact, that this is the first systematic treatise on that science, which has ever appeared, the only previous sources of information regarding it being detached memoirs in the transactions of learned Societies and in scientific journals.“ 1860 trat *Zeuner* mit den „Grundzügen der mechanischen Wärmetheorie“ an die Öffentlichkeit und 1862 erschien die erste Auflage von *Hirn's* „Exposition analytique et expérimentale de la théorie mécanique de la chaleur“.

Ohne an dieser Stelle in Einzelheiten eintreten zu können, mag nur zu kurzer Charakteristik angeführt werden, dass *Rankine's* Arbeiten auf thermodynamischem Gebiet sich durch eine überquellende Fülle

originalen Gedanken auszeichnen, die in der knappsten und manchmal schwer verständlicher Sprache zusammengedrängt sind; er geht ohne grossen mathematischen Apparat, aber vielfach eigenartige graphische Darstellungen benützend, auf sein Ziel los, eine auf den ersten und zweiten Hauptsatz aufgebaute rationelle Theorie der Wärmekraftmaschinen zu geben, zu deren praktischer Anwendung er die *Regnault'schen* Versuchswerte zu Tabellen verarbeitet. *Zeuner* entwickelt in eleganter, mathematisch ausgefeilter Form die beiden Hauptsätze und geht dann besonders auf die Eigenschaften des Wasserdampfes ein; seine auf *Regnault's* Versuchen beruhenden, praktisch angeordneten Dampftabellen sind heute jedem Maschineningenieur geläufig. In der ersten Auflage verfolgt *Zeuner* vor allem den Zweck, den Technikern eine neue Wissenschaft zu vermitteln, wobei gleichfalls eine Menge originaler Darstellungsweisen in Formeln und Diagrammen das Verständnis wesentlich erleichtern. Im Gegensatz zu beiden und gleichzeitig beide ergänzend beruht *Hirn's* Werk hauptsächlich auf experimenteller Grundlage; *Hirn* ist ein Meister des technisch-wissenschaftlichen Versuches nicht nur in Bezug auf Durchführung, sondern auch in der Diskussion und Kritik. Dass heute die technische Thermodynamik wesentlich experimenteller Natur geworden ist, ist vornehmlich auf die Anregung zurückzuführen, welche *Hirn* durch seine von der sogenannten „elsässischen Schule“¹⁾ weiter geführten Studien auf dem Gebiet der von ihm sogenannten „praktischen Theorie“ der Dampfmaschine gegeben hat.

Neben jene grundlegenden Werke, von welchen in erster Linie das *Zeuner'sche* Buch in seinen späteren Auflagen durch fortwährende Erweiterung den so ausserordentlich vervielfältigten Fortschritten der Technik gerecht wird, stellt sich die Bearbeitung der Wärmetheorie im ersten Band (1875) des *Grashof'schen* gross angelegten Werkes „Theoretische Maschinenlehre“ als eine Zusammenfassung des damaligen gesicherten Bestandes der Thermodynamik in ihrer Anwendung auf das Verhalten von Gasen und Dämpfen, während erst im dritten Band desselben Werkes (1890) die Wärmekraftmaschinen behandelt werden. *Grashof* geb. 1826 in Düsseldorf, gest. 1893 in Karlsruhe. Abgesehen von originalen Beiträgen liegt die Besonderheit des *Grashof'schen* Werkes in der durchdringenden Schärfe der Kritik, mit welcher die Genauigkeitsgrenzen und die Zulässigkeit der Annahmen diskutiert werden und der Kern eines Problems blosgelgt wird; weder

1) Vgl. die Gedächtnisrede von *A. Staby* auf *Hirn*, Verh. des Ver. z. Beförderung des Gewerbfleisses 69 (1890), p. 236 = Calorimetr. Untersuchungen, p. 235.

die englische noch die französische Litteratur der neueren Zeit haben dem *Grashof'schen* Werke ein gleich umfassendes an die Seite zu stellen.

Aus der gleichen Zeit (1875) stammt die Abhandlung von *C. Linde* „Theorie der Kälteerzeugung“ in den Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbfleisses in Preussen; die von dem Verfasser für den günstigsten Arbeitsprozess der Kompressions-Kältemaschinen aus der Umkehrung des *Carnot'schen* Prozesses der Dampfmaschine abgeleiteten Grundsätze werden durch den vollkommenen Erfolg der danach konstruierten Ammoniak-Kompressionsmaschine bestätigt; auf keinem Gebiet der praktischen Anwendung ist der Einfluss der theoretischen Thermodynamik so unmittelbar nachgewiesen wie bei der Kältetechnik.

Die Entwicklung der technischen Thermodynamik war durch die oben genannten klassischen Werke ihrer Begründer vorgezeichnet und so begann etwa seit 1875 eine emsige Einzelarbeit auf ihren verschiedenen Gebieten, hauptsächlich in experimenteller Richtung, welche auch heute noch nicht als abgeschlossen gelten kann, wenn schon in den letzten Jahren wieder versucht wird, das grosse Material zusammenfassend zu verarbeiten wie in der „Technischen Wärmelehre“ von *H. Lorenz* und dem „Grundriss der Wärmelehre“ von *Weyrauch*. Natürlich beteiligen sich alle Kulturnationen an dieser Arbeit; hier können nur die allgemeinen Arbeitsrichtungen angedeutet werden; Einzelheiten würden zu weit führen.

Die schon von *Rankine* und *Clausius*, namentlich aber von *Zeuner* besonders klar formulierten Forderungen für den Idealprozess der Dampfmaschine liessen die Grenzen, welche der zweite Hauptsatz ihrer Ökonomie steckt, erkennen — es galt nun, innerhalb derselben wenigstens nach Möglichkeit den störenden Einflüssen zu begegnen; den Weg dazu hatte *Hirn* gebahnt, indem er die Wirkung der Cylinderwandungen nachwies und durch die Überhitzung des Dampfes zu bekämpfen suchte. Damit war ein freilich wieder lange Zeit unbeachtet bleibender Anstoss zur Erforschung der Eigenschaften des überhitzten Dampfes gegeben, dessen Zustandsgleichung und spezifische Wärme von praktischem Interesse wurden. Die Gewinnung umfassenderen Versuchsmaterials nach dieser Richtung beschäftigt gegenwärtig eine Anzahl von Forschern, ohne endgültig abgeschlossen zu sein. Nachdem die Praxis festgestellt hatte, dass die Überhitzung nicht über gewisse Grenzen hinaus getrieben werden darf, richtete man auf Grund der Lehren der Thermodynamik sein Augenmerk auf die untere Temperaturgrenze, welche durch die Hinzufügung einer zweiten, mit SO_2 (oder NH_3) arbeitenden Dampfmaschine (Abwärmemaschine) auf das

niedrigst-mögliche Mass reduziert werden kann. Ja es fehlte nicht an Vorschlägen, auch die obere Temperaturgrenze durch Hinzunahme einer dritten, in dieser Beziehung günstigeren Flüssigkeit noch hinauszurücken; eine gründliche Untersuchung der Frage bietet die Arbeit von *Schreber*, Theorie der Mehrstoff-Dampfmaschinen.

Einen weiteren Anstoss zu wissenschaftlichen Untersuchungen verdankt die technische Thermodynamik der Dampfturbine, durch welche das alte Problem der Ausströmung von Dämpfen in den Vordergrund des Interesses getreten ist; die Grundlagen dafür waren ja auch schon in *Zeuner's* Werk enthalten, sie bedurften aber der Erweiterung und Vertiefung namentlich durch experimentelle Untersuchung; die bemerkenswertesten experimentellen Beiträge hierzu finden sich in den Arbeiten von *Fliegner*, *Stodola*, *Lewicky* und *Büchner*, um nur die wichtigere deutsche Litteratur zu nennen. Näheres hierüber in der Abteilung b) dieses Artikels.

Durch die rasche Entwicklung der Verbrennungsmotoren ist die technische Thermodynamik mehrfach vor neue Aufgaben gestellt worden; gelegentlich des Auftretens des Dieselmotors ergab sich die Notwendigkeit, die Frage nach dem Idealprozess dieser Maschinen zu beantworten, woran sich besonders *Lorenz* und *E. Meyer* beteiligt haben; es war die Veränderlichkeit der spezifischen Wärme der Verbrennungsprodukte mit Temperatur und Druck zu untersuchen (*Mallard-Lechatelier*, *Langen* u. a.), eine Arbeit, die noch nicht zu vollem Abschluss gelangt ist. Namentlich aber erwies es sich als notwendig, Sätze der Thermochemie mit heranzuziehen, worauf schon 1898 von *Stodola* in einer Abhandlung über die Kreisprozesse der Gasmaschinen hingewiesen worden war. Doch sind nach dieser Richtung erst Anfänge zu verzeichnen (*Lorenz*, Technische Wärmelehre).

Ein hervorragendes Beispiel der Verwertung wissenschaftlicher Forschung zu praktischen Zwecken rührt abermals von *Linde* her, dessen Methode der Luftverflüssigung, auf dem unscheinbaren Drosselungsversuch von *Thomson* und *Joule* aufgebaut, sich nicht nur zu technischen, sondern namentlich auch zu wissenschaftlichen Zwecken als ausserordentlich fruchtbar erwiesen hat.

Aus den obigen, ganz kurzen Andeutungen geht wohl zur Genüge hervor, dass die technische Thermodynamik keineswegs eine abgeschlossene Wissenschaft ist, vielmehr fortwährend ihre Grenzen erweitert, alte Gebiete abstösst und vor allem danach strebt und streben muss, der rastlos schaffenden Technik feste, wissenschaftlich begründete Richtungslinien zu geben und das kostspielige, zeitraubende

empirische Tasten immer mehr durch rationelle Vorausbestimmungen zu ersetzen.

2. Die allgemeinen Gleichungen der Thermodynamik. In der Anwendung der allgemeinen Gleichungen der Thermodynamik auf spezielle Probleme ist die Technik darauf angewiesen, dass die experimentelle Physik ihr die unentbehrlichen Daten bezüglich der Konstanten für die in Betracht kommenden Körper liefert. Insofern kann man sagen, dass die monumentale Arbeit *Regnault's*²⁾ die Grundlage der technischen Thermodynamik bildet. Auf der anderen Seite aber verdankt die allgemeine Thermodynamik der Technik ganz wesentliche Anregung und Förderung. Im Auge zu behalten ist dabei stets, dass das Genauigkeitsbedürfnis der Technik in manchen Fällen durch gröbere Annäherung befriedigt wird als das der Physik.

Im folgenden sind die allgemeinen Gleichungen der Thermodynamik in der Form zusammengestellt, die in der Technik gebräuchlich ist³⁾ und die, sofern sie von der in der Physik üblichen Formulierung abweicht, hauptsächlich durch die Arbeiten *Zemmer's* begründet ist.

1) Zustandsgleichung eines Körpers (genauer gesagt: eines einfachen thermodynamischen Systems, s. Art. V 3, Nr. 3)

$$f(p, v, t) = 0.$$

2) Gleichung der inneren Arbeit pro kg

$$u = F(p, v) = \varphi(p, t) = \psi(v, t).$$

3) Wärmegleichung (erster Hauptsatz), auf 1 kg bezogen,

$$dq = du + A p dv.$$

4) Andere Form der Wärmegleichung mit Einführung der Entropie (zweiter Hauptsatz)

$$dq = T ds = du + A p dv.$$

5) Dritte Form der Wärmegleichung mit Einführung der Erzeugungswärme bei konstantem Druck, i:

$$dq = T ds = di - A v dp$$

$$\text{mit } i = u + A p v.$$

Die Einführung der Grösse i , welche nichts anderes ist als das thermodynamische Potential \mathfrak{F} , (Art. 3, Nr. 16), in die technische Thermodynamik verdankt man *Mollier's*³⁾; von den übrigen thermo-

2) *V. Regnault*, Relation des expériences etc. etc. Paris 1847—70, 3 Bde.

3) Nach der vorzüglichen knappen Darstellung *R. Mollier's* in dem Abschnitt III des Kapitels über die Wärme in der 18. Auflage der „Hütte“, Berlin 1903. Wegen der Einführung von i vgl. p. 284.

dynamischen Potentialen, namentlich dem in der Physik und physikalischen Chemie so überaus fruchtbaren $\mathfrak{F}_v = u - Ts$ („freie Energie“ nach *Helmholtz*), hat die Technik bislang noch keinen Gebrauch gemacht.

Aus den Gleichungen unter 3, 4 und 5 sowie aus den Betrachtungen Nr. 18 und 19 des Art. 3 folgen sodann die Beziehungen:

- 6) $\gamma_v = \left(\frac{dq}{dT}\right)_v = \left(\frac{dq}{dt}\right)_v = T \left(\frac{ds}{dt}\right)_v$.
- 7) $\gamma_p = \left(\frac{dq}{dT}\right)_p = \left(\frac{dq}{dt}\right)_p = T \left(\frac{ds}{dt}\right)_p$.
- 8) $\gamma_p - \gamma_v = AT \cdot \left(\frac{dv}{dt}\right)_p \cdot \left(\frac{dp}{dt}\right)_v \dots [71]$ und [95].
- 9) $ds = A \left(\frac{dp}{dt}\right)_v dv + \gamma_v \frac{dT}{T} \dots [95]$; $= -A \left(\frac{dv}{dt}\right)_p dp + \gamma_p \frac{dT}{T} \dots [96]$.
- 10) $A \left(\frac{dp}{dt}\right)_v = \left(\frac{ds}{dv}\right)_t \dots [95]$; $-A \left(\frac{dv}{dt}\right)_p = \left(\frac{ds}{dp}\right)_t \dots [96]$.
- 11) $\left(\frac{du}{ds}\right)_v = T$; $\left(\frac{du}{dv}\right)_s = -Ap$; $\left(\frac{du}{dt}\right)_v = \gamma_v$;
 $\left(\frac{du}{dv}\right)_t = AT \left(\frac{dp}{dt}\right)_v - Ap \dots [95]$.
- 12) $\left(\frac{di}{ds}\right)_p = T$, $\left(\frac{di}{dp}\right)_s = Av$; $\left(\frac{di}{dt}\right)_p = \gamma_p$;
 $\left(\frac{di}{dp}\right)_t = -AT \left(\frac{dv}{dt}\right)_p + Av \dots [96]$
- 13) $\left(\frac{d\gamma_v}{dv}\right)_t = AT \left(\frac{d^2p}{dt^2}\right)_v \dots [92]$; $\left(\frac{d\gamma_p}{dp}\right)_t = -AT \left(\frac{d^2v}{dt^2}\right)_p \dots [93]$.

3. Graphische Darstellungen. Die technische Thermodynamik macht in ausgedehntestem Masse Gebrauch von graphischen Darstellungen, für welche meist ebene, rechtwinklige Koordinaten benutzt werden und zwar

- im Spannungs- oder Arbeitsdiagramm v als Absc., p als Ordinate,
- „ Entropie- „ Wärmediagramm s „ „ T „ „
- „ Diagramm der Erzeugungswärme⁴⁾ s „ „ i „ „

Bemerkenswerte Beziehungen bestehen zwischen dem Arbeits- und Wärmediagramm; einer Zustandsänderung 1—2 im ersteren (Fig. 1) entspricht eindeutig im Wärmediagramm eine Kurve 1'—2' (Fig. 2); *Zeuner* nennt daher letztere die Abbildung der ersteren. Der Zusammenhang ist dadurch gegeben, dass aus der Zustandsgleichung 1) für jeden Punkt der Kurve 1—2 die Temperatur be-

4) Nach *Mollier* a. a. O. (Anm. 2) S. 285.

stimmt ist und dass daher aus der Verbindung der Wärmegleichung mit der Gleichung der inneren Arbeit für jeden Punkt in Fig. 1 die Entropie berechnet werden kann:

$$s = \int \frac{dq}{T} + \text{const.},$$

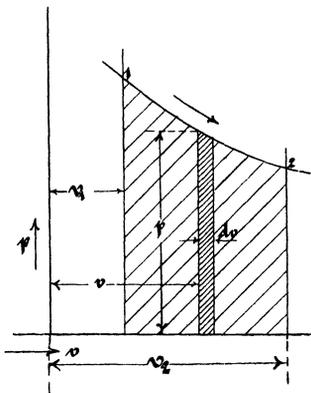


Fig. 1.

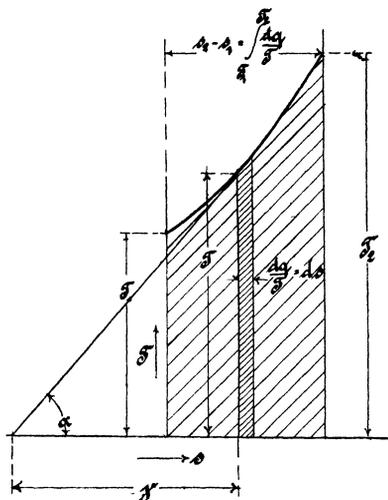


Fig. 2.

wobei die Konstante wegfällt, wenn man jedesmal den Nullpunkt von dem aus s gerechnet wird, geeignet wählt. Das Flächenelement in Fig. 1 stellt das Differential der äusseren Arbeit für die Gewichtseinheit dar, indem

$$p dv = dw; \quad \int p dv = w,$$

das Flächenelement der Fig. 2 dagegen entspricht dem zugeführten Wärmeelement, da ja:

$$T ds = T \frac{dq}{T} = dq; \quad \int T \frac{dq}{T} = q = A(u_2 - u_1) + Aw,$$

mithin stellt die Fläche zwischen der Abscissenaxe, den Endordinaten und der Kurve in Fig. 2 die gesamte von der Gewichtseinheit aufgenommene (oder abgegebene) Wärmemenge dar; das Vorzeichen wird so festgesetzt, dass ein Anwachsen der Entropie, also Wärmezufuhr von aussen, der Bewegung von links nach rechts entspricht.

Ausserdem besteht noch die Beziehung, dass in einem beliebigen Punkt des Wärmediagrammes die Subtangente gleich der spezifischen Wärme γ ist:

$$\gamma = \frac{dq}{dT} = \frac{T ds}{dT} = \frac{T}{\text{tg } \alpha}.$$

Die Adiabaten und Isothermen erscheinen im Wärmediagramm als vertikale bzw. horizontale Gerade; wenn, wie dies bei technischen Anwendungen sehr häufig vorkommt, die Wärmezufuhr der Temperaturänderung proportional ist, hat man:

$$dq = \lambda \cdot dT$$

$$s = \int \frac{dq}{T} = \lambda \log T + \text{const.}^*)$$

Über andere Darstellungsweisen, von welchen unser Wärmediagramm ein spezieller Fall ist, s. *Mollier*⁵⁾.

Wegen der räumlichen Darstellung, bei welcher man z. B. p, v, T als Koordinaten wählen kann, verweisen wir auf den Artikel von *Kamerlingh-Onnes*; die Technik benutzt fast ausschliesslich ebene Darstellungen.

4. Vollkommene Gase (vgl. auch V 3, Art. *Bryan*, Nr. 22). Obwohl die Technik es war, welche die Mittel geliefert hat, um den früheren Begriff des permanenten Gases als unhaltbar nachzuweisen, indem heute alle Gase als mehr oder weniger weit von ihrem Sättigungszustand entfernte, überhitzte Dämpfe erkannt sind, so macht doch die technische Thermodynamik von den auf die Kontinuität des flüssigen und gasförmigen Zustandes aufgebauten, das ganze Bereich umfassenden Gleichungen von *van der Waals* u. a. bislang keinen Gebrauch. Das Genauigkeitsbedürfnis der Technik wird vollkommen befriedigt und gleichzeitig dem in technischen Anwendungen stets auftretenden Wunsch nach möglichst einfachen und durchsichtigen Beziehungen Rechnung getragen, wenn in hergebrachter Weise der Unterschied zwischen vollkommenen (permanenten) Gasen und überhitzten Dämpfen in den zu verwendenden Zustandsgleichungen festgehalten wird und für erstere mit dem vollen Bewusstsein der, für technische Zwecke eben belanglosen Ungenauigkeit das Gesetz von *Boyle* und *Gay-Lussac* in der klassischen Form

$$pv = BT$$

zur Anwendung kommt. Hierin ist B die sogenannte Gaskonstante, bei Mischungen $B_m = \frac{\Sigma(BG)}{\Sigma(G)}$.

Dieselbe ist umgekehrt proportional der Dichte oder dem Molekulargewicht μ des Gases⁶⁾; setzt man also $B = R/\mu$, so ist R eine

*) „log“ bedeutet hier und im Folgenden stets den natürlichen Logarithmus.

5) *R. Mollier*, Das Wärmediagramm, Berlin, bei Simion 1893.

6) Setzt man für Wasserstoff als Bezugsgas $B = B_0 = 422,85$ und $\mu = \mu_0 = 2$, so ist für ein beliebiges Gas

für alle Gase gemeinsame, universelle Konstante. Die Zustandsgleichung des Gases geht also dann über in

$$pv\mu = RT,$$

d. h. bezogen auf eine Gewichtsmenge von so viel kg, als das Molekulargewicht angiebt (Kilogramm-Molekül), haben alle Gase eine und dieselbe Zustandsgleichung⁷⁾.

Benutzt man in (11) die *Boyle-Gay-Lussac'sche* Gleichung als Zustandsgleichung zur Bestimmung des partiellen Differentialquotienten, so folgt für Gase:

$$\left(\frac{du}{dv}\right)_t = AT \left(\frac{dp}{dt}\right)_v - Ap = 0,$$

d. h. die innere Arbeit der vollkommenen Gase ist nur eine Funktion der Temperatur, was für die technischen Rechnungen im allgemeinen als genügend genau angesehen wird⁸⁾.

Setzt man ferner für vollkommene Gase innerhalb mässiger Temperaturgrenzen $\gamma_v = \text{const.}$ und $\gamma_p = \text{const.}$, so ergeben sich der Reihe nach aus (8), (11) und (12) mit der Abkürzung $\gamma_p/\gamma_v = \kappa$ die für technische Rechnungen benutzten Beziehungen:

$$\begin{aligned} \gamma_p - \gamma_v &= AB = \gamma_v(\kappa - 1) = \gamma_p \frac{\kappa - 1}{\kappa}, \\ du &= \gamma_v dT = \frac{A}{\kappa - 1} d(pv), \\ di &= \frac{A\kappa}{\kappa - 1} d(pv) = \gamma_p dT, \\ dq &= \gamma_v dT + Apdv = \gamma_p dT - Avdp \\ &= \frac{A}{\kappa - 1} (vd p + \kappa p dv) \end{aligned}$$

und nach (9)

$$\begin{aligned} s &= \gamma_v \log(pv^\kappa) + \text{const.} = \gamma_v \log p + \gamma_p \log v + \text{const.}, \\ &= \gamma_v \log(Tv^{\kappa-1}) + \text{const.} = \gamma_v \log T + AB \log v + \text{const.}, \\ &= \gamma_p \log \frac{T}{p^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} + \text{const.} = \gamma_p \log T - AB \log p + \text{const.} \end{aligned}$$

$$\frac{B}{B_0} = \frac{\mu_0}{\mu}; \quad B = \frac{2 \cdot 422,85}{\mu} = \frac{845,7}{\mu},$$

wofür häufig mit praktisch genügender Annäherung gesetzt wird

$$B = \frac{2 \cdot 428}{\mu} \quad \text{oder, mit } A = \frac{1}{428}, \quad AB = \frac{2}{\mu}.$$

7) S. darüber z. B. *A. Stodola*, Z. d. Vereins Deutscher Ingenieure 42 (1898), p. 1045.

8) *W. Thomson* und *Joule* haben aus ihren Drosselungsversuchen mit Luft eine genauere Beziehung abgeleitet (s. Art. 3, Nr. 23); auf dieselbe hat später *Linde* sein Verfahren zur Verflüssigung der Luft gegründet; vgl. diesen Art. Nr. 22.

5. Zustandsänderungen der Gase. Alle technisch in Betracht kommenden Zustandsänderungen permanenter Gase lassen sich auf die Form der sogenannten polytropischen Kurve zurückführen, für welche, unter n einen beliebigen Exponenten verstanden,

$$p v^n = \text{const.}$$

Zur zeichnerischen Darstellung derselben sind zwei Methoden gebräuchlich. Entweder zieht man bei gegebenem Anfangszustand p_1, v_1 die unter dem Winkel α gegen die Abscissenaxe geneigte Gerade durch O , berechnet den Winkel β aus der Gleichung

$$1 + \text{tg } \beta = (1 + \text{tg } \alpha)^n$$

und zieht nun, wie die Fig. 3 zeigt, von den Punkten C und D ausgehend abwechselnd Senkrechte und unter 45° geneigte Linien, so

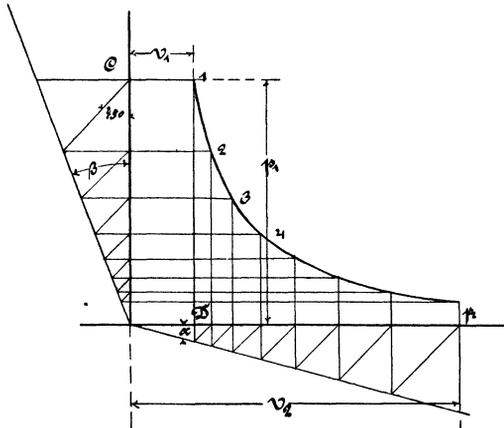


Fig. 3.

sind die Punkte 2, 3, 4 Punkte der Kurve (nach *Brauer*⁹). Oder man geht davon aus, dass

$$p_1 v_1^n = C, \quad p_2 v_2^n = C, \quad \text{also } \sqrt{p_1 p_2} \cdot (\sqrt{v_1 v_2})^n = C,$$

d. h. das geometrische Mittel je zweier zusammengehöriger Koordinaten liefert einen weiteren Punkt der Kurve, was seinen graphischen Ausdruck in dem Verfahren der Fig. 4 (nach *Tolle*¹⁰) findet.

Aus der Gleichung der Polytrope im Verein mit der *Gay-Lussac*-schen Gleichung folgen unmittelbar die Beziehungen

$$T v^{n-1} = \text{const.}, \quad \frac{T}{p^{\frac{n-1}{n}}} = \text{const.},$$

9) *E. A. Brauer*, Z. d. Vereins Deutscher Ingenieure 29 (1885), p. 433.

10) *M. Tolle*, Z. d. Vereins Deutscher Ingenieure 38 (1894), p. 1456.

besondere Instrumente (Indikatoren) an Maschinen aufgenommen werden, in natura vor und es handelt sich um die Bestimmung des Exponenten n der als Polytrope vorausgesetzten Kurve. Das Diagramm giebt den thatsächlichen Zusammenhang zwischen dem Gesamtvolumen V des Arbeitsstoffes und seinem Druck p an. Man verfährt dabei entweder nach Fig. 6 mit Hilfe des Planimeters; zufolge der Gleichung der

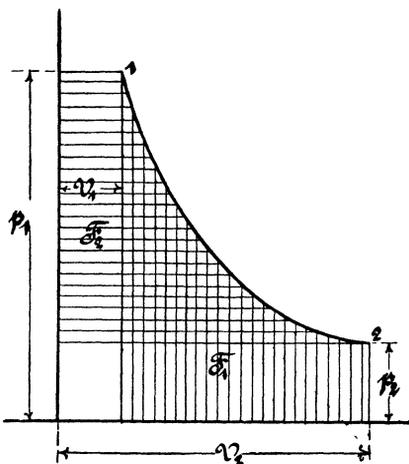


Fig. 6.

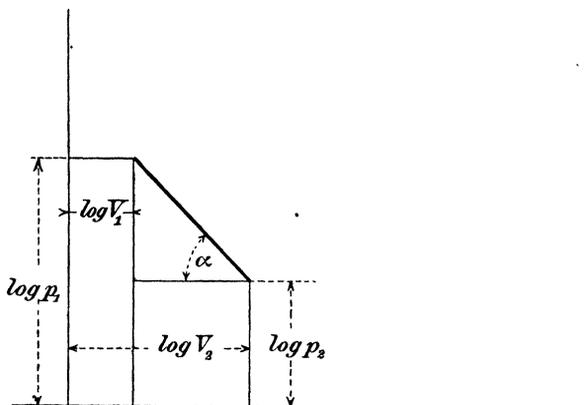


Fig. 7.

Polytrope erhält man für die zwischen der Kurve und den Koordinatenachsen gelegenen Flächen F_1 und F_2 :

$$F_1 = \frac{1}{n-1} (p_1 V_1 - p_2 V_2) \text{ und } F_2 = \frac{n}{n-1} (p_1 V_1 - p_2 V_2), \text{ also } \frac{F_2}{F_1} = n.$$

Oder man trägt in rechtwinkligen Koordinaten nach der Formel

$$n \log V_2 + \log p_2 = n \log V_1 + \log p_1$$

(Fig. 7) als Abscissen die $\log V$ und als Ordinaten die $\log p$ auf; im Fall einer Polytrope erhält man eine Gerade, deren Neigungswinkel den Exponenten ergibt, indem $n = \text{tg } \alpha$.

Sehr einfach ist die Abbildung der Polytrope im Wärmediagramm, indem

$$s = \int \frac{dq}{T} = \gamma_n \log \frac{T_2}{T_1}$$

wird (Fig. 8). Die Subtangente der Kurve ist nach früherem $= \gamma_n$, also constant.

Wenn n spezielle Werte annimmt, so ergeben sich alle technisch wichtigen besonderen Zustandsänderungen, z. B.

für $n = \overline{\infty}$ die Zustandsänd. bei const. Volumen; $\gamma_n = \gamma_v$,
 $n = 0$ " " " " Druck; $\gamma_n = \gamma_p$,
 $n = 1$ " " const. Temperatur (Isotherme),
 $n = 1,41 = k$, adiabatische Zustandsänd. $\gamma_n = 0$.

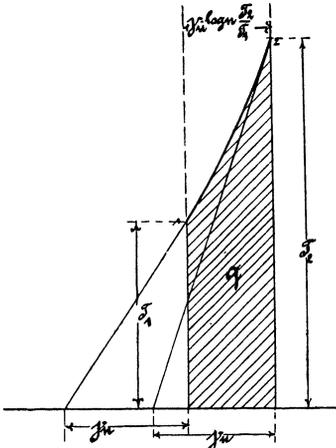


Fig. 8.

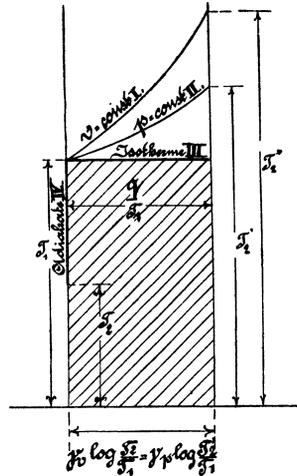


Fig. 9.

Im Wärmediagramm entsprechen diesen vier Fällen die charakteristischen Kurven I—IV (Fig. 9).

6. Gesättigte Dämpfe (vgl. auch V 3, Art. *Bryan*, Nr. 23). Da in dem Zustand der Sättigung bei einer verdampfenden oder sich kondensierenden Flüssigkeit sowohl die Temperatur als auch das spezifische Volumen des dampfförmigen wie des flüssigen Teiles erfahrungsgemäss Funktionen des Druckes allein sind, so kommt eine Zustandsgleichung wie für die Gase hier nicht in Frage; die genannten Funktionen des Druckes werden in der technischen Thermodynamik gewöhnlich nicht in analytischer sondern in Tabellenform gegeben und zwar mittelst der nach *Regnault's* Versuchen berechneten *Zeuner'schen* Dampftabellen. Neben dem Druck führt man als zweite unabhängige Veränderliche in der Regel den spezifischen Dampfgehalt x (Dampfgewicht dividiert durch Gesamtgewicht von Dampf und Flüssigkeit) ein. Man bezeichnet als „nassen Dampf“ ein Gemisch von Dampf und Flüssigkeit in gesättigtem Zustand, für welches das spezifische Volumen durch die Beziehung gegeben ist:

$$v = x(v' - v'') + v''$$

mit den Grenzwerten

$$\begin{aligned} v &= v'' \text{ für } x = 0 \quad (\text{Flüssigkeit}), \\ v &= v' \quad ,, \quad x = 1 \quad (\text{trocken gesättigter Dampf}). \end{aligned}$$

Die Gleichung für die innere Arbeit lautet dann

$$\begin{aligned} du &= dq_p + d(x\lambda_i), \\ u &= q_p + x\lambda_i, \end{aligned}$$

wobei die Konstante dadurch eliminiert wird, dass alle Wärmemengen von 0° C. ab gezählt werden. (Wegen der Bedeutung von q_p , λ_i , λ sowie wegen der Beziehung $\lambda = \lambda_i + Ap(v' - v'')$ vgl. den Abschnitt „Bezeichnungen.“) Als weitere, den gesättigten Dämpfen eigentümliche Gleichung tritt hinzu die Gleichung von *Clapeyron-Clausius*:

$$\frac{\lambda}{v' - v''} = AT \frac{dp}{dT} \dots [138]$$

und schliesslich die Wärmegleichung in der allgemeinen Form:

$$dq = dq_p + d(x\lambda_i) + Ap dv;$$

für Wasser im speziellen, die technisch wichtigste Flüssigkeit, kann innerhalb der Grenzen der Anwendung

$$v'' = 0,001 = \text{const.}$$

gesetzt werden, sodass $dv = d(x(v' - v''))$ wird. Damit ergibt sich für dq weiter, wenn man noch $Ap dv = Ad(pv) - Av dp$ setzt:

$$dq = dq_p + d(x \cdot \lambda_i) + Ad(x \cdot p[v' - v'']) - Ax(v' - v'') dp$$

und mit Benützung der Beziehung $\lambda = \lambda_i + Ap(v' - v'')$

$$dq = dq_p + d(x\lambda) - Ax(v' - v'') dp.$$

Das letzte Glied lässt sich mit Benützung der Gleichung von *Clapeyron-Clausius* schreiben:

$$Ax(v' - v'') dp = \frac{x \cdot \lambda}{T} \cdot dT$$

und nach leichter Umformung hieraus:

$$dq = dq_p + T \cdot d\left(\frac{x\lambda}{T}\right),$$

eine Form der Wärmegleichung, die zuerst von *Clausius* gegeben wurde und sich sehr gut zur Berechnung der Entropie der gesättigten Dämpfe eignet, indem

$$\begin{aligned} \frac{dq}{T} &= ds = \frac{dq_p}{T} + d\left(\frac{x\lambda}{T}\right) \\ s &= \int_{273}^T \frac{dq_p}{T} + \frac{x\lambda}{T} = s'' + x(s' - s'') \dots [140] \end{aligned}$$

wobei s'' die Entropie der Flüssigkeit und s' diejenige des ganzen kg (Gemisch von Dampf und Flüssigkeit) bezeichnet.

Endlich wird die Erzeugungswärme bei konstantem Druck pro 1 kg des Gemisches:

$$i = q_p + x\lambda.$$

Alle Eigenschaften der gesättigten Dämpfe, welche für die tech-

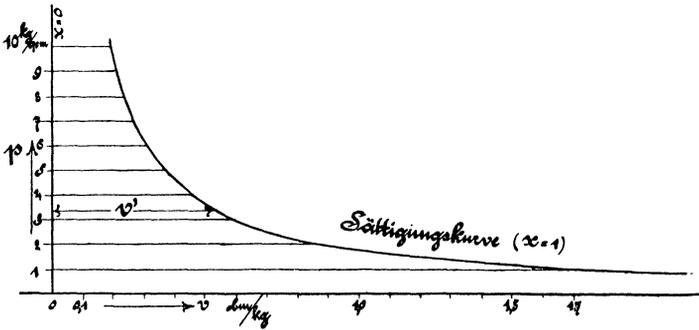


Fig. 10.

nische Thermodynamik in Betracht kommen, lassen sich mit Hilfe einer graphischen Darstellung sowohl im pv -Diagramm als im Ts -Diagramm ableiten; charakteristisch für diese Körper sind vor allem

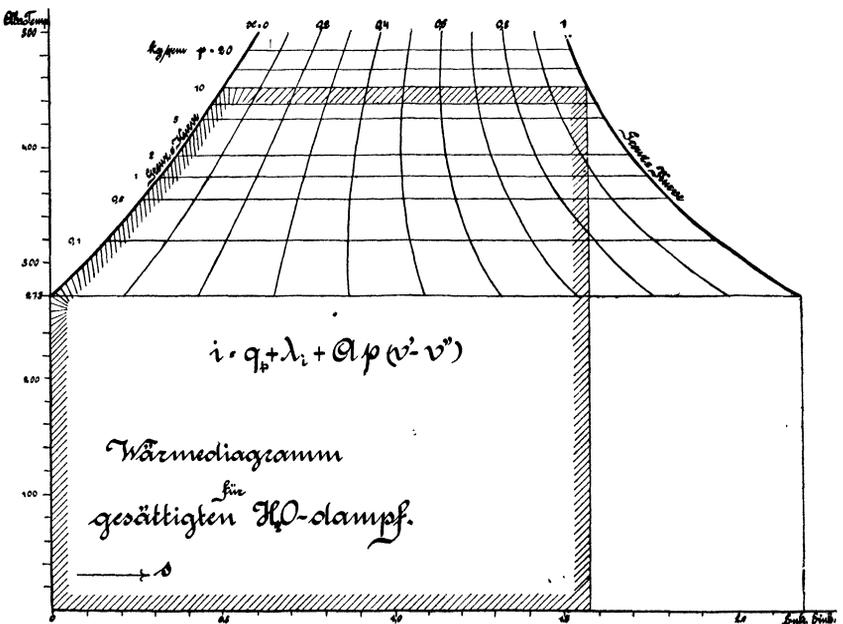


Fig. 11.

in beiden Diagrammen die sogenannten *Grenzkurven* oder *Sättigungskurven*, welche erhalten werden, wenn man einmal für gesättigte Flüssig-

keit ($x = 0$) und sodann für trockenen gesättigten Dampf ($x = 1$) den geometrischen Ort der zusammengehörigen Werte von p und v beziehungsweise von T und s darstellt — wozu die erwähnten Dampftabellen das erforderliche Zahlenmaterial, die unentbehrliche Grundlage der ganzen technischen Thermodynamik, liefern. Die Fig. 10 und 11 stellen für Wasser die betreffenden Kurven dar; für $x = 0$ fällt die Grenzkurve in Fig. 10 mit der Ordinatenaxe zusammen, weil v'' bei Wasser innerhalb der für gesättigten Dampf in Betracht kommenden Drücke so klein ist, dass es sich der zeichnerischen Darstellung entzieht; in Fig. 11 ist die Ordinatenaxe so gelegt, dass die Entropie des flüssigen H_2O bei $0^\circ C. = \text{Null}$ gesetzt ist.

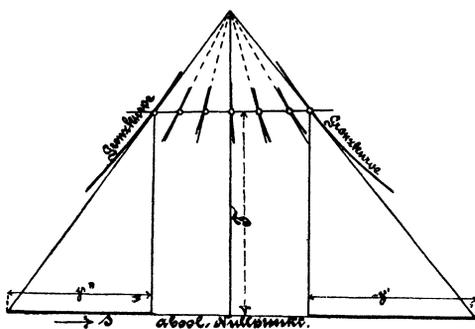


Fig. 12.

Der Inhalt der umränderten Fläche in Fig. 11 stellt in Kalorien die Gesamtwärme $q_p + \lambda_i + Ap(v' - v'')$ beziehungsweise die Erzeugungswärme i bei konstantem Druck dar; trägt man den Flächeninhalt als Ordinate i zu dem betreffenden s auf, so ergibt sich das dritte, für die technische Thermodynamik der gesättigten Dämpfe charakteristische Diagramm Fig. 13 (nach *Mollier*¹¹⁾). In jedes dieser Diagramme ist ein Netz von Kurven konstanten Druckes eingezeichnet, welche im pv - und Ts -Diagramm als horizontale, im si -Diagramm als geneigte Gerade erscheinen; für letztere wird die Tangente des Neigungswinkels nach Gleichung (12) gleich T . Ebenso leicht lässt sich in jedes dieser Diagramme ein Netz von Kurven konstanter spezifischer Dampfmenge einzeichnen, da solche immer den horizontalen Abstand der Grenzkurven (im si -Diagramm die geneigten geraden Strecken konstanten Druckes zwischen den Grenzkurven) in gleichem konstantem Verhältnis x teilen. Infolge dessen schneiden sich die Tangenten im Ts -Diagramme (vgl. Fig. 11 oder Fig. 12, welche eine etwas

11) R. *Mollier*, Neue Diagramme zur technischen Wärmelehre, Z. d. Vereins Deutscher Ingenieure 48 (1904), p. 271.

abgeänderte Wiederholung von Fig. 11 darstellt) an alle Kurven konstanter Dampfmenge für einen bestimmten Druck in einem Punkte, wodurch sofort (als Subtangenten) die spezifischen Wärmen auf den Kurven konstanter spezifischer Dampfmenge gegeben sind, da $\gamma_x = \left(\frac{dq}{dT}\right)_x$. Man sieht auch, dass beim Durchlaufen aller Werte von x auf einer Kurve konstanten Druckes (oder konstanter Temperatur) die spezifische Wärme ihr Vorzeichen wechselt, um in dem Fusspunkte des

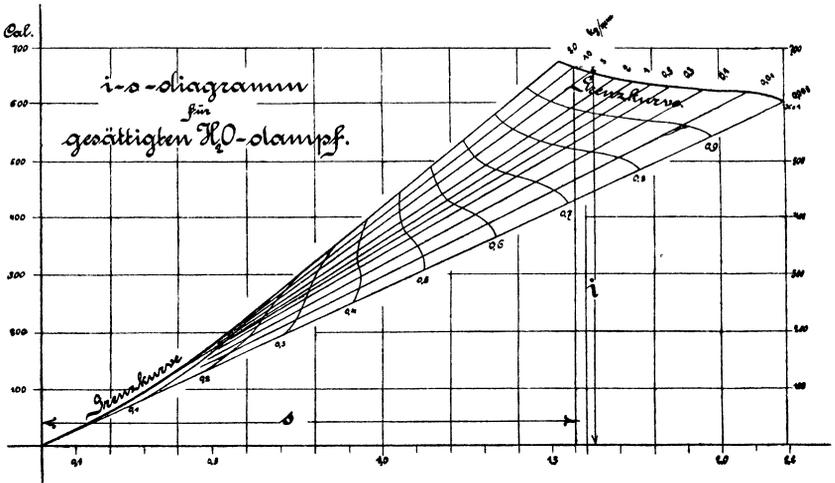


Fig. 13.

Lotes aus dem gemeinsamen Tangentenschnittpunkte zu Null zu werden. Der geometrische Ort dieser Fusspunkte heisst daher die *Nullkurve*. Man erkennt ferner aus dem Diagramm Fig. 12 ohne weiteres, dass bei Wasser γ' negativ ist, mit steigender Temperatur aber gegen Null hin wächst.

Äusserst einfach gestaltet sich im Wärmediagramm die Verfolgung der Vorgänge bei adiabatischer Expansion oder Kompression von gesättigtem Dampf — die Vertikalen zeigen sofort die dabei auftretenden Änderungen der spezifischen Dampfmenge; man sieht in Fig. 11, welchen Einfluss die anfängliche spezifische Dampfmenge auf den Umstand hat, ob im Verlauf der adiabatischen Expansion Verdampfung oder Kondensation eintritt u. s. w.

Den Vorgang der Abbildung eines pv -Diagrammes in das System des Ts -Diagrammes hat *Boulvin*¹²⁾ in sehr eleganter und höchst einfacher Weise in ein und demselben Axenkreuz durchgeführt mit Be-

12) *J. Boulvin*, Cours de mécanique appliquée, Paris 1893, fasc. 3, p. 76. Vgl. auch Revue de mécanique 1900.

nutzung der Spannungskurve $p = f(T)$, sodass die Übertragung mit dem Lineal allein ausgeführt werden kann (s. Fig. 14).

Im oberen Quadranten rechts ist das Wärmediagramm verzeichnet, für Wasserdampf so, dass die Temperatur 0°C . mit der horizontalen

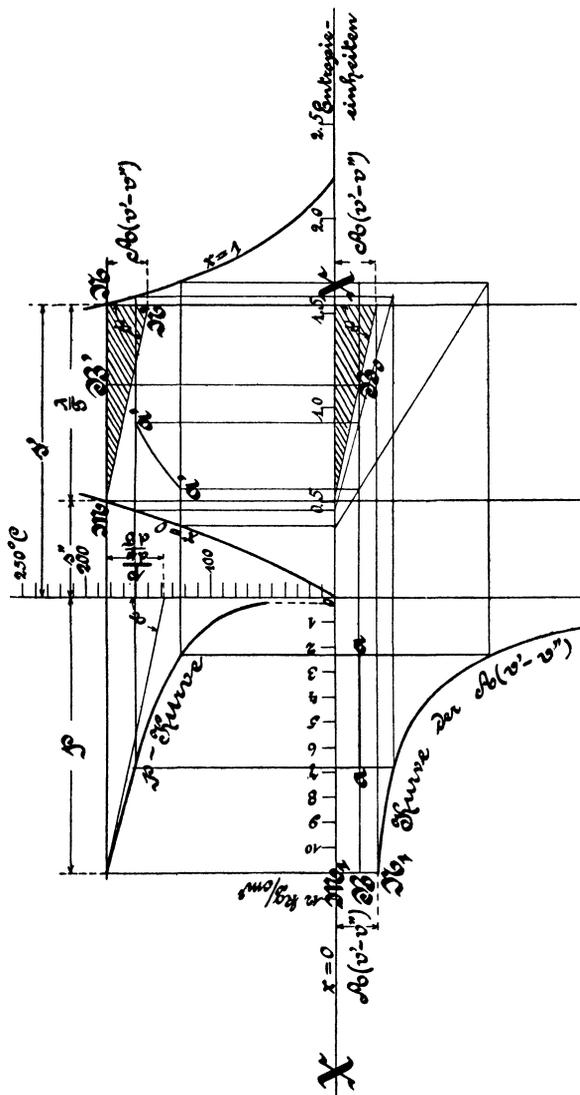


Fig. 14.

Axe X—X zusammenfällt. Im zweiten Quadranten (oben links) wird die Spannungskurve $p = f(T)$ eingetragen; zieht man eine beliebige Horizontale M—N und legt durch den Punkt M derselben (auf der Grenzkurve $x = 0$ gelegen) eine Parallele zur Tangente an

die Spannungskurve, so schneidet diese auf der Vertikalen durch N eine Strecke ab, welche $= A(v' - v'')$; es ist nämlich

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dp}{dT} = \frac{\lambda}{T} : A(v' - v'')$$

oder $\frac{\lambda}{v' - v''} = AT \cdot \frac{dp}{dT}$ (Gleichung von *Clapeyron-Clausius*).

Legt man das Dreieck MNN' , wie die Schraffur andeutet, an die Axe $X-X$ an und überträgt man die Strecke $A(v' - v'')$ in den dritten Quadranten (links unten) als Abscisse zur Ordinate p , so erhält man die Kurve der $A(v' - v'')$. Wegen der ausserordentlichen Kleinheit von v'' bei Wasser kann man die Ordinatenaxe dieser Kurve, welche eigentlich um Av'' über der Axe $X-X$ liegt, zeichnerisch gar nicht von letzterer unterscheiden und es stellt somit die Kurve der $A(v' - v'')$ nichts anderes dar als die Sättigungskurve ($x = 1$) im Koordinatensystem p, v ; sie entspricht der rechten Grenzkurve $x = 1$ im Wärmediagramm, während der Grenzkurve $x = 0$ des letzteren die Axe $X-X$ entspricht. Sucht man nun zu irgend einem Punkt B im Spannungsdiagramm den entsprechenden Punkt B' im Wärmediagramm, so hat man nur zu beachten, dass demselben ein bestimmter Wert der spezifischen Dampfmenge x zugehört, d. h., dass B' die Strecke $M-N$ im gleichen Verhältnis teilen muss, wie B die Strecke M_1-N_1 ; durch Ziehen der Geraden $B-B_0-B'$ ist also B , d. h. ein beliebiger Punkt im Sättigungsgebiet des Spannungsdiagramms, in das Wärmediagramm übertragen. Irgend eine Kurve, welche im Spannungsdiagramm gezeichnet vorliegt, z. B. die Linie konstanten Volumens $a-a$, lässt sich so punktweise, wie angedeutet, ins Wärmediagramm (Linie $a'-a'$) umsetzen. Dabei ist einleuchtend, dass die Zeichnung der Tangenten an die Spannungskurve beziehungsweise der Parallelen dazu gar nicht nötig ist — die Methode bleibt richtig, auch wenn die Sättigungskurve im p, v -System in irgend einem beliebigen Massstab (durch Auftragen der den Tabellen zu entnehmenden Werte $v' - v''$ gezeichnet wurde.

Die Darstellungsweise der Eigenschaften der gesättigten Dämpfe durch ihr Wärmediagramm giebt auch sehr anschaulichen Aufschluss über das Verhalten im kritischen Punkt und seiner Umgebung, für welchen $\left(\frac{dv}{dt}\right)_p = \infty$, $\left(\frac{dv}{dp}\right)_t = \infty$, $\left(\frac{ds}{dt}\right)_p = \infty$, $\gamma_p = \infty$. Für die *technisch* zur Zeit allein in dieser Region in Betracht kommende CO_2 , nehmen die Grenzkurven im pv - und Ts -System folgende Gestalt an¹⁸⁾ (Fig. 15 und Fig. 16):

18) Nach *R. Mollier*, Zeitschr. f. d. ges. Kälteindustrie 1896, p. 65; s. auch Z. d. Vereins Deutscher Ingenieure 48 (1904), p. 271.

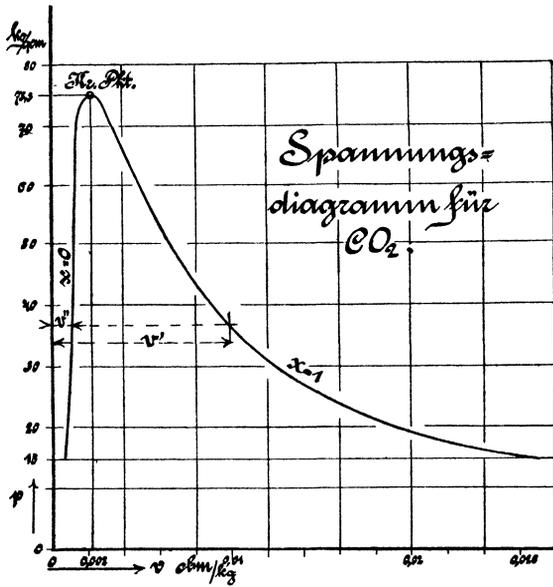


Fig. 15.

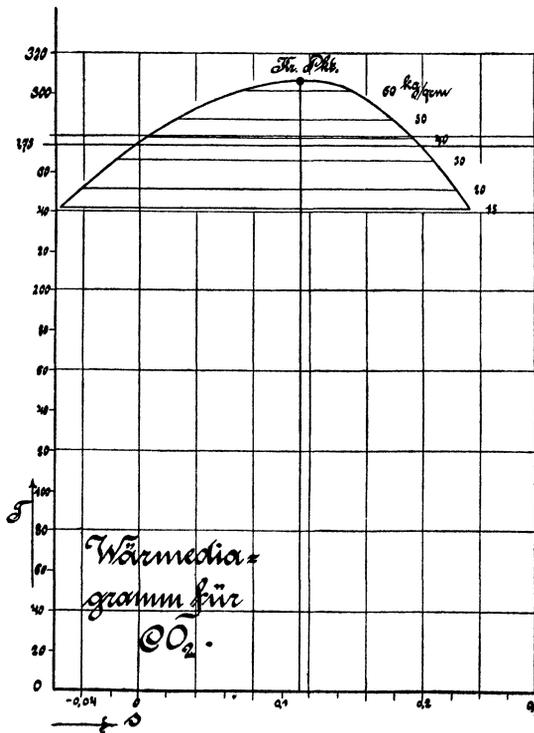


Fig. 16.

7. Überhitzte Dämpfe. Für *technische Zwecke* ist¹⁴⁾ festzuhalten, dass die Zustandsgleichung der überhitzten Dämpfe nur dann brauchbar ist, wenn sie in einfacher Weise zu gegebenem p und T das Volumen zu berechnen gestattet; dies gilt von der, in der technischen Thermodynamik bislang am häufigsten verwendeten *Zeuner'schen* Gleichung¹⁵⁾, welche für Wasserdampf in der Absicht aufgestellt ist, einerseits noch für die Grenzkurve $x = 1$ die Beobachtungswerte richtig wiederzugeben und andererseits die technisch verwerteten, höchstens 500° C. erreichenden Überhitzungen mit zu umfassen. Die Gleichung lautet

$$pv = BT - Cp \frac{n-1}{n} \quad (\text{Zustandsgleichung}),$$

wo B , C und n die Konstanten des Dampfes sind. Man kann die beiden letzteren aus der Gleichung eliminieren, wenn man dafür die zum Drucke p gehörige Sättigungstemperatur T' und das zu p gehörige spezifische Volumen v' im gesättigten Zustande einführt. Schreibt man nämlich die obige Gleichung einmal für überhitzten Dampf, das andere Mal für gesättigten Dampf hin, wobei in Betracht kommt, dass dieselbe ja den letzteren Zustand noch mit umfassen soll, und subtrahiert beide von einander, so ergibt sich:

$$v = v' + \frac{B}{p}(T - T').$$

Für die Dampfkonstante B folgt hieraus die Bedeutung

$$B = p \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)_p.$$

Die oben benutzte Konstante n hat für Wasserdampf den Wert 4/3.

Der Zuwachs der inneren Arbeit berechnet sich nach *Zeuner*¹⁶⁾ zu

$$du = \frac{d(pv)}{n-1}.$$

Ferner ist die Erzeugungswärme bei konstantem Druck

$$i = q_p + \lambda + \gamma_p(T' - T),$$

und die Wärmeleichung

14) Die Experimentalphysik ist gegenwärtig (1904) am Werke, unsere noch sehr lückenhaften Kenntnisse in Bezug auf das Verhalten der überhitzten Dämpfe zu vervollständigen, namentlich in Bezug auf Zustandsgleichung und spezifische Wärme (letztere in Abhängigkeit von Temperatur und Druck) — die Rücksicht auf den Raum verbot hier, über das im Text gegebene hinauszugehen.

15) *Zeuner*, Techn. Thermodynamik 2, Leipzig 1901, p. 221.

16) Ebenda, p. 213 ff.

$$\begin{aligned} dq &= \frac{A}{n-1} (v dp + n p dv) \\ &= \gamma_v \left(dT + (n-1) T \frac{dv}{v} \right) \\ &= \gamma_p \left(dT - \frac{n-1}{n} T \frac{dp}{p} \right), \end{aligned}$$

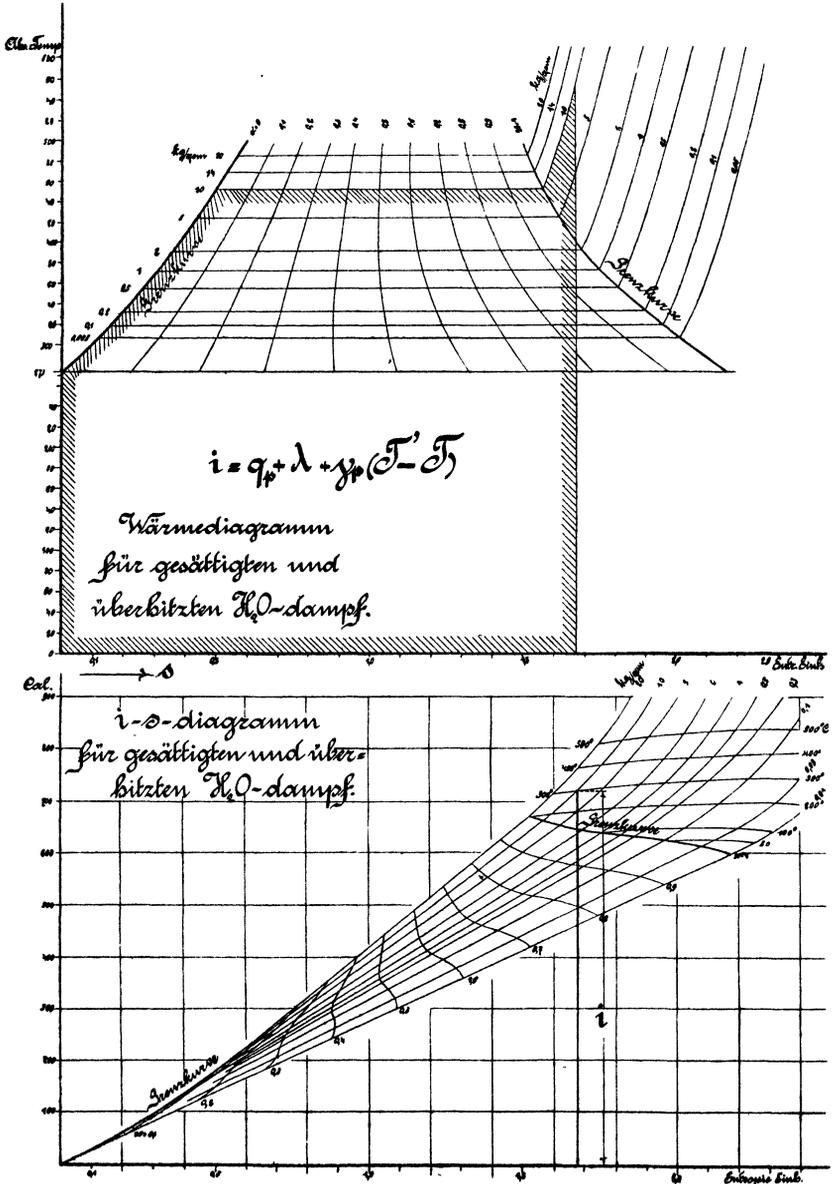


Fig. 17.

Zur Ableitung der Entropie kann man wieder von der Grenzkurve ausgehen und den Zuwachs der Entropie gegenüber dem gesättigten Zustande berechnen, indem man entweder den Druck oder das Volumen konstant hält. Mit konstanten Werten von γ_v und γ_p hat man dann

$$(a) \quad s = s' + \gamma_p \log \frac{T'}{T} \quad \text{oder} \quad (b) \quad s = s' + \gamma_v \log \frac{T'}{T};$$

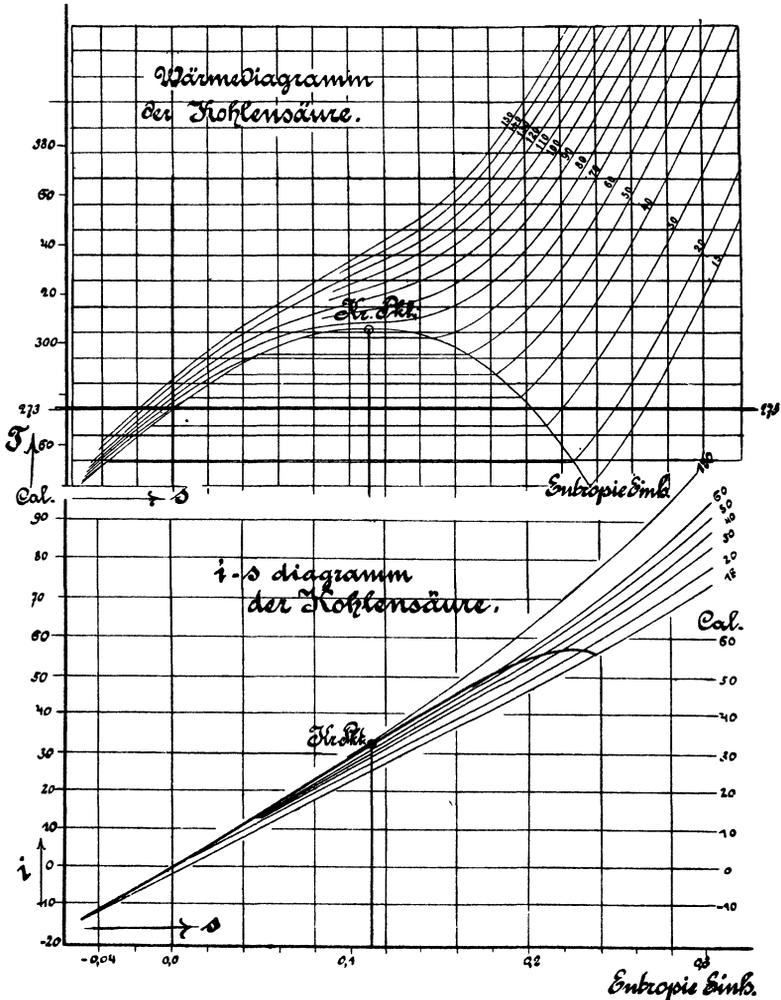


Fig. 18.

in der technischen Thermodynamik benutzt man einfach das Wärmediagramm, in welches die Kurven konstanten Druckes nach der vorstehenden Formel (a) eingezeichnet werden. Für H_2O -Dampf ist dies in Fig. 17, für CO_2 in Fig. 18 geschehen; beidemal ist das zugehörige

is-Diagramm hinzugefügt. Fig. 17 schliesst sich an Fig. 11 und 13, Fig. 18 an Fig. 16 an. Was die *is*-Diagramme betrifft, so beachte man, dass in ihnen die Kurven konstanten Druckes beim Übergange aus dem Sättigungszustand in das Gebiet der Überhitzung keine Diskontinuität der Tangentenrichtung zeigen; es ist nämlich nach Gl. (12)

$$\left(\frac{\partial i}{\partial s}\right)_p = T,$$

d. h. die Tangente des Neigungswinkels einer Kurve konstanten Druckes gegen die *s*-Axe ist gleich der absoluten Temperatur und verhält sich daher beim Durchgange durch die Grenzkurve stetig.

II. Kreisprozesse der thermodynamischen Maschinen.

8. **Allgemeines über die technischen Kreisprozesse.** Alles vorhergehende, aus der Experimentalphysik und der allgemeinen Thermodynamik herübergenommene liefert nur die notwendige, freilich noch sehr viele Lücken aufweisende Grundlage für die Lösung der Hauptaufgabe der technischen Thermodynamik, *die Arbeitsprozesse der thermodynamischen Maschinen so rationell und vorteilhaft als möglich zu gestalten*. Den Ausgangspunkt hierfür bildet das Studium des Kreisprozesses, zunächst in der Form des allgemeinen, umkehrbaren¹⁷⁾ Prozesses, wie er in den Koordinaten *p*, *V* und *T*, *S* in den Fig. 19 und 20 dargestellt ist. Das Wesen desselben geht aus dieser Darstellung klar hervor: nach dem ersten Hauptsatz ist

$$AW = \left(\int\right) dQ = Q_1 - Q_2,$$

wenn Q_1 die zugeführte, Q_2 die gesamte entzogene Wärme bedeutet, nach dem zweiten Hauptsatz dagegen ist

$$\left(\int\right) \frac{dQ}{T} = 0,$$

was darin zum Ausdruck kommt, dass das Wärmediagramm, wenn Punkt für Punkt des Arbeitsdiagrammes abgebildet wird, sich schliesst. Soll, wie es die Technik verlangt, *dauernd* mit einem beliebigen arbeitenden Körper ein solcher Prozess beliebig oft ausgeführt werden, so muss einer Volumvergrößerung bei hohem Druck (ge-

17) Die Umkehrbarkeit des Prozesses, die in Wirklichkeit nicht statt hat, wird bei den allgemeinen Überlegungen im Sinne einer Idealisierung und Vereinfachung des Problems stets vorausgesetzt. Man denkt also bei diesen Überlegungen nicht eigentlich an die wirklichen Prozesse in den Maschinen, sondern an ideale Grenzfälle derselben.

leistete Expansionsarbeit) eine Volumverminderung bei niederem Druck (aufgewendete Kompressionsarbeit) beziehungsweise einer Wärmezufuhr bei höherer Temperatur eine Wärmeentziehung bei niedriger Temperatur gegenüberstehen — die gewonnene Arbeit ist immer die *Differenz* von positiver und negativer Arbeit, ihr Wärmeäquivalent die *Differenz* zwischen zugeführter und entzogener Wärme.

Denkt man sich die Richtung, in der der Prozess durchlaufen wird (in der Fig. 19 und 20 durch Pfeile angedeutet), *umgekehrt*, so ist auch das Resultat das entgegengesetzte: es wird nicht Arbeit gewonnen, sondern es muss solche aufgewendet werden, die sich in

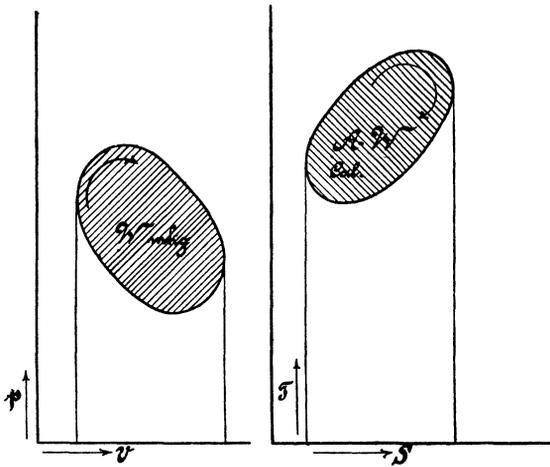


Fig. 19.

Fig. 20.

Wärme verwandelt und, zu der zugeführten Wärme addiert, bewirkt, dass bei höherer Temperatur eine grössere Wärmemenge abgegeben wird als bei niedriger Temperatur aufgenommen wurde. Während der direkte Prozess in den *Wärme kraftmaschinen* verwirklicht wird, bezieht sich der umgekehrte auf die *Kältemaschinen* (bei welchen der Hauptnachdruck auf der Wärmezufuhr bei *niedriger* Temperatur liegt). Kennzeichnend für die Ökonomie des Prozesses ist im einen wie im andern Falle der *Wirkungsgrad*, d. h. das Verhältnis des Erzeugnisses der Maschine (bei den Wärme kraftmaschinen: mechanische Arbeit; bei der Kältemaschine: erzeugte Kälte) zu dem dafür zu leistenden Aufwand (bei der Wärme kraftmaschine: zugeführte Wärme; bei der Kältemaschine: aufgewendete mechanische Arbeit); der Prozess ist jederzeit so zu leiten, dass der Wirkungsgrad unter den gegebenen Bedingungen ein Maximum wird.

9. Die Wärmekraftmaschinen und ihr Wirkungsgrad. Eine allgemeine Formulierung der Bedingungen des maximalen Wirkungsgrades gewinnt man durch Zerlegung des Diagrammes in Elementarprozesse besonderer Art, wie sie von Carnot betrachtet worden sind¹⁸⁾; man legt eine Schar von unendlich benachbarten adiabatischen Kurven durch das Diagramm (vgl. Fig. 21 und 22) und denkt sich mit verschwindend kleinem Fehler die Stücke der Diagrammkurve zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Adiabaten durch unendlich kleine Stücke

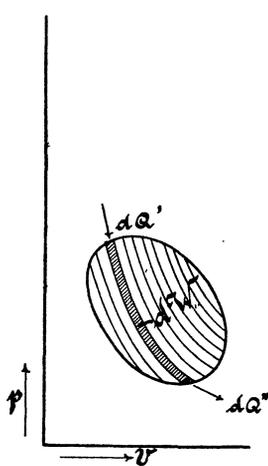


Fig. 21.

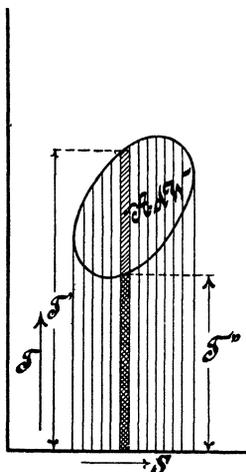


Fig. 22.

von Isothermen ersetzt, auf welchen z. B. bei der Temperatur T' das Wärmeelement dQ' zugeführt, bei T'' das Element dQ'' abgeleitet wird. Für einen solchen elementaren Carnot'schen Prozess gilt die Beziehung für den Wirkungsgrad (vgl. Art. 3, Nr. 7):

$$\eta = \frac{T' - T''}{T'}, \quad AdW = \frac{dQ'}{T'} (T' - T'');$$

hieraus leitet man als Grundregel für Wärmekraftmaschinenprozesse ab: *Jedes zugeführte Wärmeelement muss bei der höchstmöglichen Temperatur zugeführt, jedes abzuleitende bei möglichst tiefer Temperatur abgeleitet werden.*

Danach ergibt sich die Bedeutung des zweiten Hauptsatzes für die Technik, indem er darüber aufklärt, wie ein Kreisprozess mit Rücksicht auf ökonomische Verwertung der Wärme eingerichtet werden

18) Sadi Carnot, Reflexions sur la puissance motrice du feu 1824. Wiederabdruck 1878 Paris, Gauthier-Villars. Auch in Ostwald's Klassikern, Nr. 37, Leipzig 1892.

muss und welchen Grenzwert die überhaupt mögliche Ausnützung einer gegebenen Wärmemenge besitzt. Von besonderer Wichtigkeit ist die mit Hilfe des zweiten Hauptsatzes für einen *Carnot'schen* Elementarprozess gewonnene Einsicht, dass das Wärmeäquivalent der nach aussen abgegebenen Arbeit dW ein Produkt aus zwei Faktoren ist: Entropie $\left(\frac{dQ}{T}\right)$ mal Temperaturdifferenz $(T_1 - T_2)$. Man kann dies so aussprechen: Die aus Wärme zu gewinnende mechanische Energie hat zwei Faktoren, einen *Extensitäts-* und einen *Intensitäts-*faktor; denkt man sich im Wärmediagramm die in der Natur ein für allemal fest gegebene tiefste Temperatur T_2 eingetragen und zählt man die Ordinaten von dieser Axe aus, so ist der geometrische Ort aller Punkte, welche gleichen Arbeitsleistungen entsprechen, eine gleichseitige Hyperbel; einer Abnahme des Intensitätsfaktors entspricht bei festgehaltener Arbeitsleistung eine solche Zunahme des Extensitätsfaktors, dass das Produkt das gleiche bleibt.

In Fig. 23 sind drei endliche *Carnot'sche* Prozesse von der gleichen Arbeitsleistung eingetragen, die sich also im Wärmediagramm der Fig. 23 durch inhaltsgleiche Rechtecke darstellen; allein diese verschiedenen, endlichen *Carnot'schen* Prozesse sind nicht etwa *gleichwertig*, denn der Wirkungsgrad nimmt mit zunehmendem Extensitätsfaktor ab, weil

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{(T_1 - T_2) + T_2} = \frac{1}{1 + \frac{T_2}{T_1 - T_2}}.$$

Ist also, wie angenommen, T_2 gegeben, so wird der Wirkungsgrad desjenigen *Carnot'schen* Prozesses am günstigsten, für den T_1 möglichst gross ist. In Fig. 23 ist dies derjenige Prozess, der durch das Rechteck von grösster Höhe dargestellt wird.

Aus Fig. 24 und 25 ist leicht ersichtlich, dass und warum irgend ein Kreisprozess (1—2—3—4—1), bei welchem während des Überganges von T_1 nach T_2 die Entropie sich verändert, einen kleineren Wirkungsgrad haben muss als ein Prozess, bei welchem sie konstant bleibt, d. h. als ein Prozess mit adiabatischem Übergang. Nimmt die Entropie auf dem Wege 1—2 zu (Fig. 24), so wird bei gleicher zu-

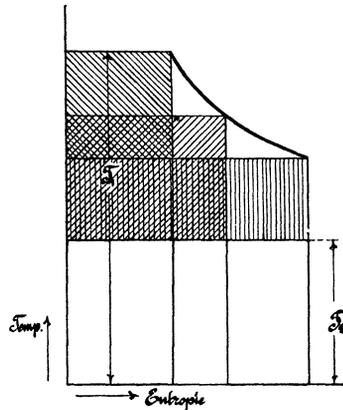


Fig. 23.

geführten Wärme ($a4bca = a412da$) die entzogene Wärme bei einem Carnot'schen Prozess ($a3b'ca$) kleiner, als bei dem Prozess mit zunehmender Entropie ($a32da$), daher der Wirkungsgrad des letzteren kleiner; bei abnehmender Entropie (Fig. 25) auf dem Wege 1—2 wird bei gleicher zugeführter Wärme ($a41ba$) die Arbeit (34123)

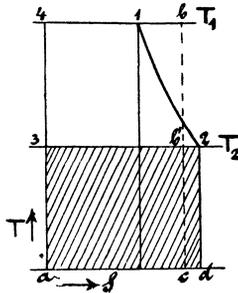


Fig. 24.

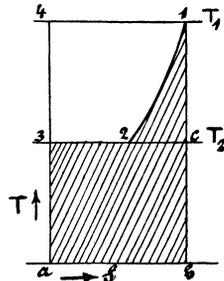


Fig. 25.

kleiner als bei dem entsprechenden Carnot'schen Prozess ($341c3$) und daher abermals der Wirkungsgrad jenes Prozesses kleiner wie der des Carnot'schen.

Für die Anwendung auf thermodynamische Maschinen folgt nun freilich aus der oben dargestellten Zerlegung eines Prozesses in Carnot'sche Elementarprozesse nicht, dass man *unter allen Umständen* dahin streben müsse, jedes zuzuführende Wärmeelement dQ bei *einer und derselben* höchsten Temperatur zuzuführen und *sämtliche* Wärmeelemente dQ' bei *konstanter* tiefster Temperatur abzuleiten, also einen endlichen Carnot'schen Prozess als Idealprozess einer *jeden* thermodynamischen Maschine anzustreben. Aus den für die Ausführung solcher Maschinen massgebenden Bedingungen geht vielmehr ein etwas anderer Prozess als *allgemein gültiges* Ideal hervor.

Bedenkt man nämlich, dass Wärmemitteilung und -entziehung in Wirklichkeit nur durch Vermittlung von wärmeren, beziehungsweise kälteren Körpern möglich ist, so wird sofort klar, dass zum Prozess der Wärmekraftmaschinen ausser dem „arbeitenden“ Körper noch ein oder mehrere „Heizkörper“, welche Wärme liefern, sowie ein oder mehrere „Kühlkörper“, welche Wärme aufnehmen, gehören. Erstere müssen notwendigerweise während der Wärmeabgabe sich abkühlen, letztere während der Wärmeaufnahme sich erwärmen, da beide nur eine endliche Wärmekapazität haben. Wenn die Wärmeübertragung aber vollkommen wäre, so müsste in jedem Moment Gleichheit der Temperatur zwischen wärmeaufnehmendem und wärmeabgebendem Körper bestehen — der Übergang von den hohen Temperaturen der

Wärmeaufnahmeperiode zu den tiefen der Wärmeentziehungsperiode müsste durch adiabatische Arbeit (Expansion und Kompression) erfolgen. Während derselben muss der arbeitende Körper sowohl vom Kühlkörper als vom Heizkörper vollständig getrennt bleiben, damit die Temperaturerniedrigung bis zur tiefsten Temperatur des Kühlkörpers beziehungsweise die Temperaturerhöhung auf die höchste Temperatur des Heizkörpers in der günstigsten Weise d. h. bei konstanter Entropie erfolgen kann, wie es auch der *Carnot'sche* Prozess verlangt.

Mit Recht hat *Lorenz*¹⁹⁾ hervorgehoben, dass der auf obiger Überlegung beruhende, von ihm eingeführte Prozess, aus zwei Adiabaten und zwei polytropischen Kurven bestehend, besser als der *Carnot'sche*, zwischen zwei Isothermen und zwei Adiabaten verlaufende Prozess geeignet sei, den Idealprozess der thermodynamischen Maschinen allgemein darzustellen, weil er nicht, wie jener, die Forderung unendlich grosser Mengen des Heiz- beziehungsweise Kühlkörpers erhebt, sondern sich an die in Wirklichkeit bestehenden Verhältnisse besser anschliesst, ohne den oben dargelegten Grundsatz zu verläugnen.

Im pV - und TS -System ist in Fig. 26 und 27 dieser Prozess

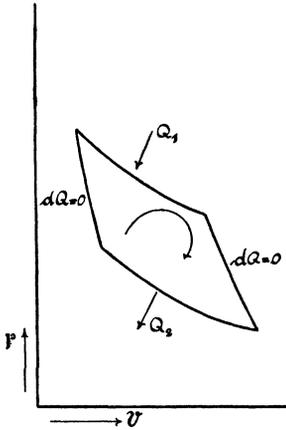


Fig. 26.

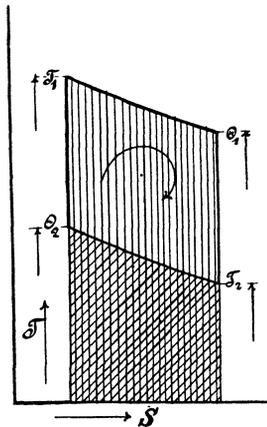


Fig. 27.

dargestellt; sei H die Gewichtsmenge des Heizkörpers, die zur Verfügung steht, γ_h seine spezifische Wärme, so ist ein von dem Heizkörper abgegebenes Wärmeelement $dQ_1 = \gamma_h H dT$; mit K und γ_k für den Kühlkörper wird ein von dem Kühlkörper aufgenommenes Wärmeelement $dQ_2 = \gamma_k K dT$; bedeuten dS_1 und dS_2 die zugehörigen

19) *H. Lorenz*, Die Grenzwerte der thermodynamischen Energieumwandlung. Diss. München, Oldenbourg 1895.

Entropieänderungen bei der Wärmezufuhr bezw. Wärmeabgabe, so gilt für diese:

$$dS_1 = \gamma_h H d \log T; \quad dS_2 = \gamma_k K d \log T$$

Nach Nr. 4 entsprechen diese Werte in der That dem Gesetz je einer polytropischen Kurve bezw. ihrem Abbild im Wärmediagramm. Mit den Bezeichnungen der Fig. 26 und 27 ergibt sich sodann für die Gesamtwärme Q_1 oder Q_2 , die der Heizkörper abgibt oder der Kühlkörper aufnimmt:

$$Q_1 = \gamma_h H (T_1 - \Theta_1); \quad Q_2 = \gamma_k K (\Theta_2 - T_2);$$

wobei nach dem zweiten Hauptsatz sein muss

$$\int_{\Theta_1}^{T_1} \frac{\gamma_h H dT}{T} = \int_{T_2}^{\Theta_2} \frac{\gamma_k K dT}{T}$$

d. h.

$$\left(\frac{T_1}{\Theta_1} \right)^{\gamma_h H} = \left(\frac{\Theta_2}{T_2} \right)^{\gamma_k K},$$

Der Wirkungsgrad dieses Prozesses berechnet sich nun zu

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{\gamma_k K (\Theta_2 - T_2)}{\gamma_h H (T_1 - \Theta_1)}.$$

In dem Falle, dass die beiden Polytropen den gleichen Exponenten haben (so z. B. beim *Otto'schen* Viertaktprozess, vgl. Nr. 13) wird

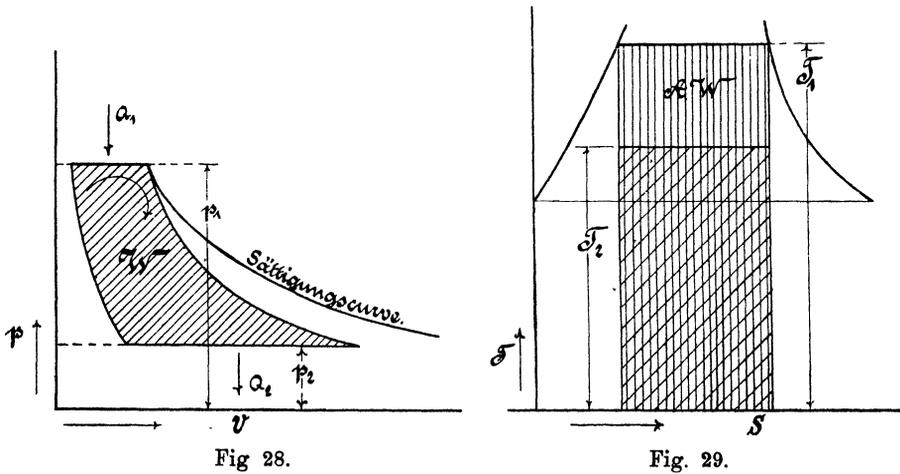
$$\eta = \frac{T_1 - \Theta_2}{T_1} = \frac{\Theta_1 - T_2}{\Theta_1}.$$

Die Natur des arbeitenden Körpers tritt hier, wie beim Carnot'schen Prozess vollständig zurück; in Wirklichkeit spielt dieselbe freilich wegen der durch sie bedingten Druck- und Volumverhältnisse eine entscheidende Rolle und deshalb ist man heute in der technischen Thermodynamik überwiegend dazu gelangt, nicht für alle Wärmekraftmaschinen einen einzigen Idealprozess aufzustellen, mit welchem man die ausgeführte Maschine vergleicht, sondern man leitet für jede Kategorie solcher Maschinen (Dampfmaschinen, Gasmaschinen etc.) aus den besonderen Eigenschaften des arbeitenden Körpers einen abstrakten „verlustlosen Prozess“ ab und misst an diesem das Ergebnis des wirklich ausgeführten Prozesses.

Unter den verschiedenen Arten von Wärmekraftmaschinen sind die technisch wichtigsten die Dampfmaschinen und die Verbrennungsmotoren (Gasmotoren u. s. w.). Diese beiden Gattungen sollen hier allein Behandlung finden. Über Heissluftmaschinen, die heute technisch bedeutungslos sind, existieren aus älterer Zeit eine Reihe schöner

Arbeiten, hinsichtlich derer aber hier ein Hinweis auf die Lehrbücher genügen mag: Man findet sie behandelt in *Zeuner*, *Thermod.* 1, § 49—65, *Weyrauch* § 51—57. Die Theorie der Arbeitsübertragung mit Druckluft, in die auch die Thermodynamik hineinspielt, ist bei *Weyrauch* § 58 dargestellt.

10. Die Dampfmaschine im besonderen. Für die *Dampfmaschine* ist, so lange sie mit gesättigten Dämpfen arbeitet, durch die Natur der Sache isothermische Wärmezufuhr (während der Dampfbildung) und Wärmeableitung (während der Kondensation) gegeben — es ist hier überhaupt gar nicht möglich, polytropische Kurven anzuwenden, sodass der verlustlose ideale Prozess *in diesem Falle* allerdings der *Carnot'sche* wird (Fig. 28 und 29). Die obere Temperatur T_1 ist dabei die dem Kesseldruck entsprechende Siedetemperatur, die untere Temperatur T_2 ist bei Auspuffmaschinen die atmosphärische



Siedetemperatur, bei Maschinen mit Kondensator²⁰⁾ die im Kondensator herrschende Temperatur. In diesem Referat ist weiterhin immer dieser letztere Fall angenommen; er ist der thermodynamisch vollkommene, und nur dann dem ersten wirtschaftlich unterlegen, wenn die Wärme Q_2 des Auspuffdampfes zu irgend welchen Heizzwecken Verwendung findet. In letzterem Falle wird die Auspuffmaschine die wirtschaftlichste Wärmekraftmaschine.

20) Über die Theorie des Kondensators vgl. z. B. *Zeuner*, *Thermod.* 2, § 18 und 19. Reiches Zahlenmaterial findet man in dem Buche von *E. Hausbrand* (vgl. Litteraturübersicht).

Zur Verwirklichung dieses Idealprozesses müsste, in Anlehnung an die ausgeführte Konstruktion, aber unter Abstraktion von allen auftretenden Unvollkommenheiten, die in Fig. 30 dargestellte Anordnung getroffen werden. AA ist ein Röhrenkessel, mit Wasser und Dampf vom Druck p_1 gefüllt und von einem Gefäß B umgeben, in welchem sich eine Heizflüssigkeit (die Heizgase der Feuerung) befindet, welche fortwährend Wärme an das Wasser in A abgibt

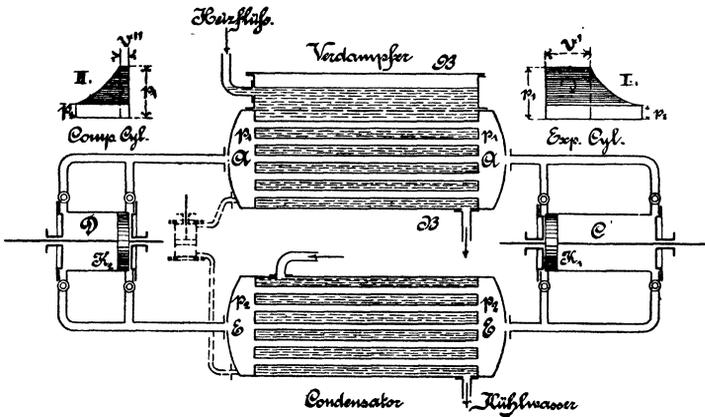


Fig. 30.

und dasselbe beim Druck p_1 in Dampf verwandelt. Ein ähnlicher Röhrenkessel EE bildet den Kühlapparat (Kondensator); er ist ebenfalls mit Wasser und Dampf aber von dem niedrigen Druck p_2 gefüllt und wird von einem Gefäß umgeben, durch welches Kühlwasser getrieben wird, welches fortwährend dem in EE befindlichen Gemisch Wärme entzieht, d. h. den Dampf beim konstanten Druck p_2 kondensiert. Beide Apparate sind durch die Cylinder C und D mit den Arbeitskolben K_1 und K_2 verbunden, wobei C Expansionscyylinder, D Kompressionscyylinder ist. Durch die Rohrleitungen und Ein- sowie Auslassorgane wird nun ermöglicht, dass bei jedem Spiel oder Prozess G kg im Kessel A gebildeter Dampf in den Cylinder C eintreten, dort bei Hin- und Rückgang des Kolbens das Diagramm I liefernd, während gleichzeitig aus E ebenfalls G kg Mischung nach D übertreten, dort komprimiert und verflüssigt werden unter Aufwand der durch das Diagramm II dargestellten, von aussen in die Maschine einzuführenden Arbeit und schliesslich in flüssigem Zustand mit dem Druck p_1 nach A zurückgelangen, um abermals verdampft zu werden und das Spiel von neuem zu beginnen. Man hat es also mit einer sogenannten geschlossenen Maschine zu thun, bei der ein und dasselbe

Quantum des arbeitenden Körpers immer wieder den Prozess vollführt. Man kann Fig. 28 so auffassen, dass in ihr die Diagramme I und II aufeinander gezeichnet sind, wobei dem Diagramme I das bis an die Ordinatenaxe heran horizontal verlängerte schraffierte Gebiet der Fig. 28, dem Diagramme II die Fläche zwischen Ordinatenaxe und schraffiertem Gebiet entspricht. Die Differenz von I und II ergibt in der schraffierten Fläche der Fig. 28 die sogenannte „indizierte Leistung“.

Der Wirkungsgrad einer solchen vollkommenen Dampfmaschine ist lediglich eine Funktion der Temperaturgrenzen

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

und wird im idealen Fall auch dadurch nicht geändert, dass man den ganzen Prozess teilt, d. h. dass man z. B. zwischen T_1 und T' eine erste Maschine mit einer bestimmten Arbeitsflüssigkeit A_1 zwischen T' und T'' eine zweite mit B und zwischen T'' und T_2 eine dritte Maschine mit einer dritten Arbeitsflüssigkeit C wirken lässt; es sind dann drei solche Kombinationen, wie Fig. 30 deren eine zeigt, nötig;

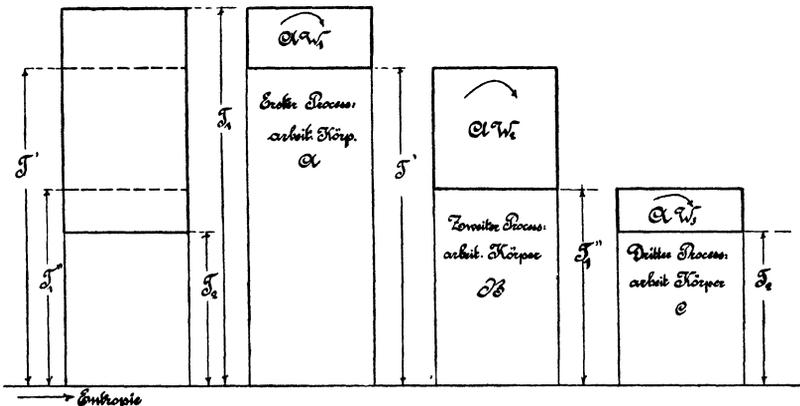


Fig. 31.

die im ersten Prozess entzogene Wärme dient im zweiten als zugeführte (an Stelle der durch die Heizgase abgegebenen) und ähnliches gilt für den Zusammenhang des zweiten und dritten Prozesses. Solche Kombinationen sind als „mehrstoffige Dampfmaschinen“²¹⁾, auch „Abwärmekraftmaschinen“²²⁾ ausgeführt; das Carnot'sche Diagramm einer dreistoffigen Maschine zeigt Fig. 31.

21) K. Schreiber, Die Theorie der Mehrstoffdampfmaschinen, Leipzig 1903.

22) E. Josse, Neuere Erfahrungen mit Abwärmekraftmaschinen, München und Berlin, Oldenburg 1901.

Während Wirkungsgrad und Arbeitsverhältnis in der idealisierten Betrachtung durch die Unterteilung des ganzen Prozesses nicht geändert werden und daher eine solche Unterteilung scheinbar zwecklos ist, kann dieselbe unter den thatsächlichen Verhältnissen der Praxis dennoch Vorteile gewähren.

Die wirklich ausgeführte Dampfmaschine unterscheidet sich von der Anordnung in Fig. 30 dadurch, dass der Kompressionscyylinder nicht ein Gemisch von Dampf und Flüssigkeit dem Kondensator entnimmt, sondern nur Flüssigkeit und diese in den Kessel *A* hinterdückt, ohne ihre Temperatur zu ändern; hierzu muss im Kessel noch die Flüssigkeitswärme zugeführt werden. Der Cylinder *D* reduziert sich also in der Praxis auf eine Speisepumpe (punktirt gezeichnet in Fig. 30) und sein Diagramm auf das Rechteck $(p_1 - p_2)v''$. Dies

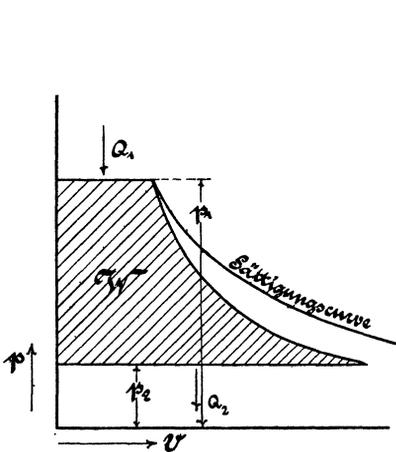


Fig. 32.

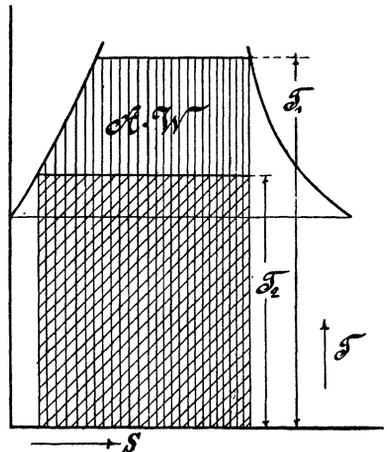


Fig. 33.

hat zur Folge, dass das Diagramm einer Idealdampfmaschine nunmehr die Gestalt annimmt, wie sie in Fig. 32 und 33 dargestellt ist; man bezeichnet diesen Prozess als den *Rankine-Clausius'schen* Prozess²³⁾ und betrachtet die vorliegende Abweichung vom reinen *Carnot'schen* Prozess nicht als eine Unvollkommenheit der ausgeführten Dampfmaschine.

Die in neuester Zeit in den Vordergrund des Interesses getretenen *Dampfturbinen* stellen nicht etwa eine prinzipielle Verbesserung der Wärmeausnützung dar — es lässt sich leicht zeigen, dass das Diagramm des *Clausius-Rankine'schen* Prozesses auch für diese Maschinen

²³⁾ Rankine, The Steam Engine, IX. Edition, p. 376; Clausius, Mech. Wärmetheorie 2, Abschnitt XI, § 4.

das Ideal darstellt und die Erfahrung hat gezeigt, dass auch die Annäherung der ausgeführten Dampfturbine an den vollkommenen Prozess im Grossen und Ganzen dieselbe ist wie bei der Kolbendampfmaschine. Vgl. hierzu Nr. 23 dieses Artikels.

Die Wirkungsgrade der vollkommenen Dampfmaschine nach Fig. 32 und 33 sind sehr niedrig, weil die Spannungskurve des Wasserdampfes (der einzigen Flüssigkeit, die bis heute für die obere Temperaturgrenze in Betracht kommt) verhältnismässig niedere Werte von T_1 bedingt; man erhält z. B. für

$$p_2 = 0,1 \text{ kg/qcm}, \quad T_2 = 318,6^\circ \text{ abs.}$$

bei

p_1	=	6	7	8	10	12 kg/qcm
η	=	0,239	0,247	0,253	0,266	0,276

und die wirklich ausgeführte Dampfmaschine erreicht im allgünstigsten Fall mit allen modernen Errungenschaften höchstens 73 Prozent dieser Werte, also bei $p_1 = 12$ Atm. rund 0,20!

11. Verbundmaschine. Anwendung von überhitztem Dampf.

Die zuletzt genannten Errungenschaften beziehen sich bei der Kolbendampfmaschine auf die Anwendung von Mitteln, um den *Wärmeaustausch zwischen Dampf und Cylinderwandungen* möglichst unschädlich zu machen. Die weitaus wichtigste und für die Ökonomie nachteiligste Abweichung der Wirklichkeit von den Voraussetzungen des *Rankine-Clausius*-Prozesses ist nämlich die Unmöglichkeit, in einem metallischen Cylinder, dessen Wandungen eine niedrigere Temperatur haben, als die Sättigungstemperatur, die dem Druck des eintretenden Dampfes entspricht, die teilweise Kondensation des letzteren durch Berührung mit den Wänden zu verhindern. Hierdurch geht natürlich diejenige Wärmemenge für den Arbeitsprozess zum grössten Teil verloren, die man ursprünglich zur Erzeugung des an den Wandungen wieder verflüssigten Dampfes aufgewendet hat.

Das Verdienst diese Verlustquelle zuerst erkannt zu haben, gebührt *A. Hirn* (vgl. Nr. 1, p. 241). Eine analytische Untersuchung der Wärmewirkung der Cylinderwandungen ist von *E. G. Kirsch* gegeben worden (vgl. Litteraturübersicht).

Die erfolgreichsten Einrichtungen der Neuzeit zur Verminderung der durch die geschilderten Umstände bewirkten Abweichung vom Idealprozess der Dampfmaschine sind: die Verteilung der gesamten Expansion auf mehrere Cylinder (*Compound- oder Verbundmaschine, Mehrfach-Expansionsmaschine*) und die *Überhitzung des Dampfes*.

Der Grundgedanke der *erstenen* besteht darin, die Abkühlung der Wandungen, die bei der Eincylindermaschine durch die Berührung der Wände mit dem unter dem niedrigen Kondensatordruck p_2 austretenden

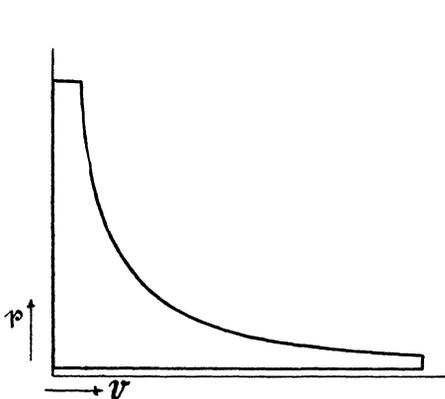


Fig. 34.

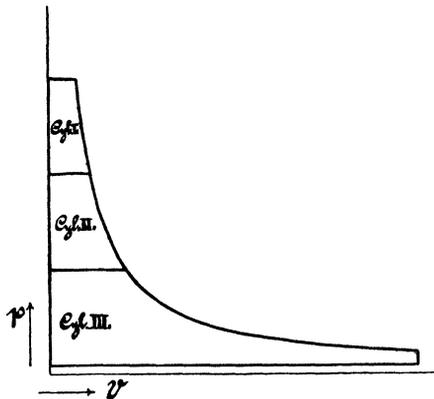


Fig. 35.

Dampf hervorgerufen wird, dadurch zu verringern, dass man das ganze Temperatur- bzw. Druckgefälle in mehrere Teile teilt, von denen jeder in einem besonderen Cylinder ausgenützt wird, wie dies schematisch durch die Fig. 34 und 35 dargestellt ist. Natürlich sind durch das not-

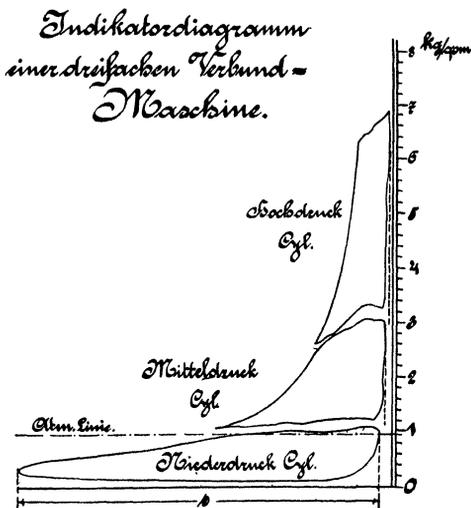


Fig. 36.

wendige Hinüberschieben des Dampfes in den jeweils folgenden Cylinder Verluste an Spannung unvermeidlich, die in Fig. 36 durch die Zwischenräume zwischen den Einzeldiagrammen dieser Figur und den

unvollkommenen gegenseitigen Anschluss derselben dargestellt werden, aber die Erfahrung hat längst gezeigt, dass die Vorteile überwiegen. Fig. 36 zeigt auch, dass man in Wirklichkeit nicht, wie es in der schematischen Fig. 35 geschehen, die gesamte Druckdifferenz, sondern etwa die gesamte Arbeitsleistung, d. h. die Diagrammfläche in drei gleiche Teile zerlegt und gleichförmig auf die drei Kolben verteilt.

Wenn man den Dampf von T_1 auf T' überhitzen will, so kann dies praktisch nur so geschehen, dass man ihm auf dem Wege vom Kessel zur Maschine pro 1 kg bei konstantem Druck p_1 die Wärme zuführt

$$\gamma_p(T' - T_1);$$

im Arbeitsprozess ändert sich dann bei der Idealmaschine nur die Wärmezufuhrperiode, die jetzt aus zwei Teilen, einem isothermischen (wie bei gesättigtem Dampf) und einem bei konstantem Druck aber steigender Temperatur erfolgenden, besteht; das Diagramm des vollkommenen Prozesses sieht dann so aus wie die Fig. 37 und 38 zeigen.

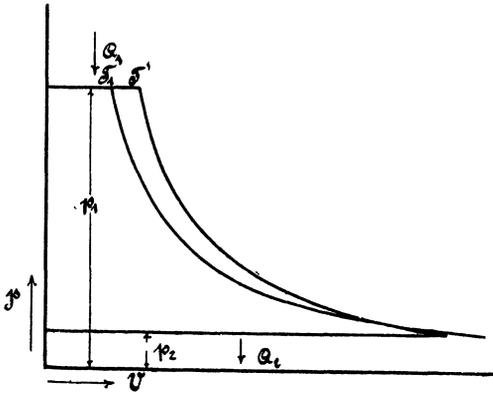


Fig. 37.

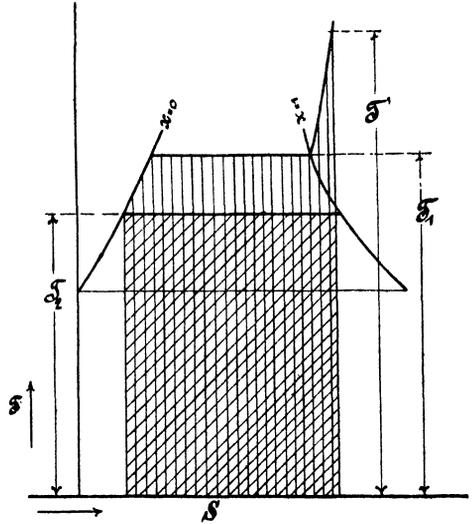


Fig. 38.

Der Gewinn ist für den *verlustlosen* Prozess äusserst gering; man erhält z. B. für

$$p_1 = 10 \text{ kg/qcm} \quad p_2 = 0,1 \text{ kg/qcm} \quad T' = 300 + 273 = 573$$

$$\eta \text{ ohne Überhitzung} \quad 0,266$$

$$\eta \text{ mit} \quad \text{,,} \quad 0,277$$

in *Wirklichkeit* aber reduziert die Überhitzung des Dampfes den Wärmeaustausch mit den Wandungen (wegen der geringen Wärmeleitfähigkeit des überhitzten Dampfes) erheblich, sodass der tatsächliche Vorteil den theoretischen weit übertrifft.

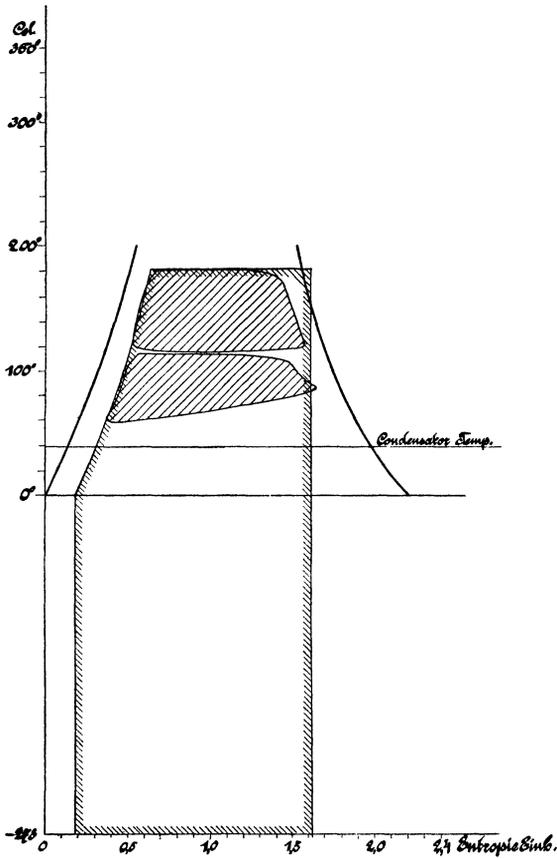


Fig. 39.

In den Figuren 39, 40 und 41 sind die Wärmediagramme einer zweicylindrigen Verbundmaschine unter drei verschiedenen Betriebsverhältnissen dargestellt.

Fig. 39 bezieht sich auf gesättigten Dampf, die beiden andern Figuren auf schwach und stark überhitzten Dampf. Der Flächeninhalt der ganz schraffierten Diagramme stellt die Wärmeäquivalente der in den beiden Cylindern geleisteten Arbeiten dar; die gesamte zugeführte Wärme ist durch den Flächeninhalt der umranderten Konturen dargestellt. Man erhält also den Wirkungsgrad des Arbeits-

prozesses jeweilig als Quotient der erstgenannten dividiert durch die letztgenannten Flächen. In den Figuren 39 bis 41 ist auch die Kondensatortemperatur eingezeichnet; da diese die Fläche des Wärmeäquivalentes der Arbeit bei dem Prozess einer vollkommenen Dampf-

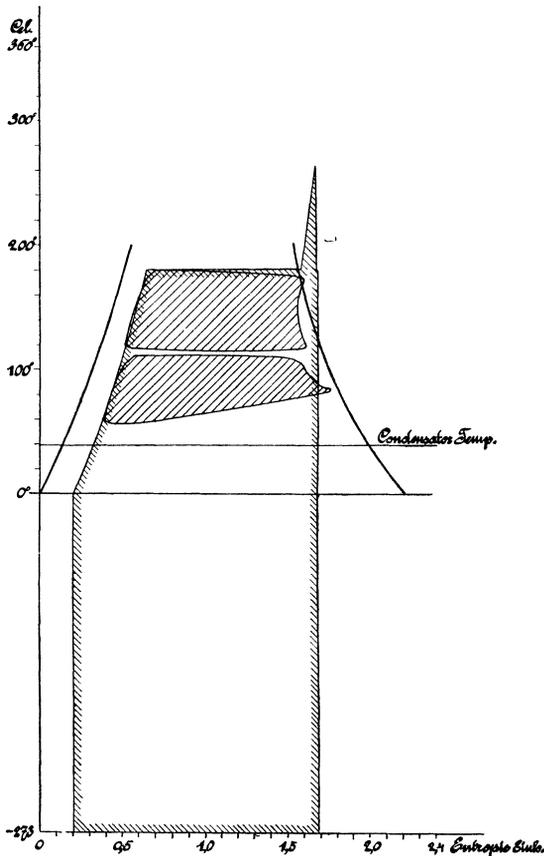


Fig. 40.

maschine nach unten hin abgrenzt, so giebt unsere Darstellung auch darüber Aufschluss, wie weit die ausgeführte Maschine sich dem Idealprozess nähert²⁴⁾.

12. Der Gesamt- oder wirtschaftliche Wirkungsgrad der Dampfmaschine. Vom technischen Standpunkt aus genügen die bis-

24) Wegen aller Einzelheiten, in welche hier nicht eingetreten werden kann, vgl. *M. Schröter* und *A. Koob*, Untersuchung einer von *Van den Kerchove* in Gent gebauten Tandemmaschine, *Z. d. Vereins Deutscher Ingenieure* 47 (1903), p. 1281, 1405, 1488.

herigen Betrachtungen über den Prozess der Dampfmaschine allerdings noch nicht zur erschöpfenden Beurteilung derselben — die Erzeugung der Wärme aus dem Brennmaterial und der Übergang von der im Cylinder geleisteten zu der effektiv abgegebenen Arbeit fehlen

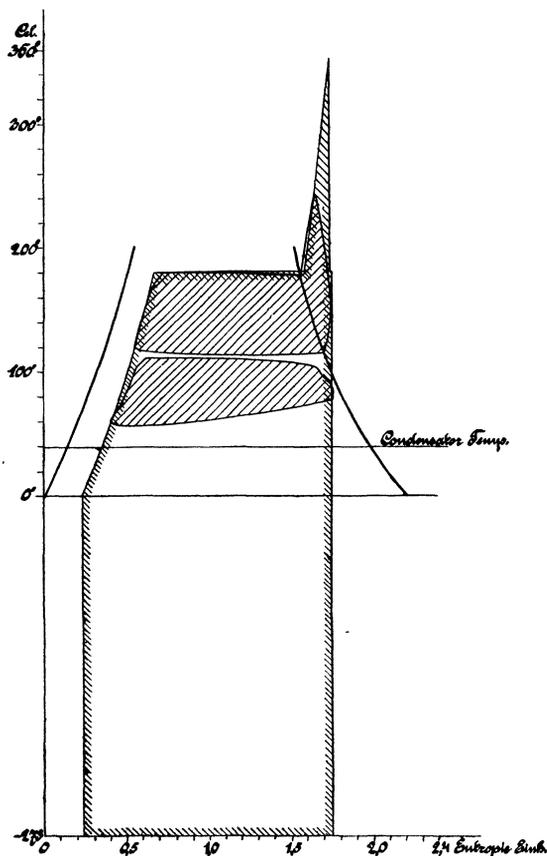


Fig. 41.

noch zur Charakterisierung der technischen Wirtschaftlichkeit der Umwandlung der chemischen Energie der Kohle in die Form der an der Dampfmaschinenwelle abgegebenen mechanischen Arbeit. Nur der Vollständigkeit halber sei angeführt, dass durch Aufstellung des wirtschaftlichen Wirkungsgrades η als Produkt von drei Einzelwirkungsgraden η_1, η_2, η_3 die Technik diesem Umstand Rechnung trägt, indem man setzt:

$$\eta_1 = \frac{Q_1}{H} = \frac{\text{dem arbeitenden Körper zugeführte Wärme}}{\text{absoluter Heizwert des dafür verbrauchten Brennmaterials}} = \text{Wirkungsgrad der Erzeugung und Übertragung der Wärme,}$$

$$\eta_2 = \frac{A W_i}{Q_1} = \frac{\text{Äquivalent der indizierten Arbeit}}{\text{dem arbeitenden Körper zugeführte Wärme}} = \text{Wirkungsgrad des thermodynamischen Prozesses im Cylinder,}$$

$$\eta_3 = \frac{A W_e}{A W_i} = \frac{\text{Äquivalent der effektiven Arbeit an der Welle}}{\text{Äquivalent der indizierten Arbeit im Cylinder}} = \text{Wirkungsgrad der mechanischen Einrichtung.}$$

$$\text{Somit } \eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 = \frac{A W_e}{H}.$$

Massgebend ist allerdings von den drei Faktoren η_1 , η_2 , η_3 der in den vorangehenden Nummern betrachtete Wirkungsgrad η_2 ; denn die beiden andern erreichen als idealen Grenzwert die Einheit und in Wirklichkeit bei guten Ausführungen Werte bis 0,80 bzw. 0,93, während η_2 seine obere Grenze in dem Wirkungsgrad des *Rankine-Clausius*-Prozesses findet.

Was den Wirkungsgrad η_1 betrifft, so bleibt es fraglich, ob man bei seiner Definition als disponible Wärme einfach den absoluten Heizwert des Brennmateriales oder vielleicht eine daraus abgeleitete Grösse (nach *Zeuner* den „Arbeitswert der Brennstoffe“) anzusehen hat⁸⁵).

13. Die Verbrennungsmotoren (Gasmaschine, Dieselmotor) als zweite Klasse der thermodynamischen Kraftmaschinen unterscheiden sich von den Dampfmaschinen vor allem dadurch, dass es durch Verwendung von gasförmigem oder flüssigem (entsprechend fein verteiltem) Brennmateriale möglich ist, den *Prozess der Wärmeerzeugung in den Arbeitscylinder hinein* zu verlegen, die Wärmeübertragung an den arbeitenden Körper (das Gemisch aus Verbrennungsprodukten und überschüssiger Luft) also *ohne Zuhilfenahme von Heizflächen* direkt auszuführen und die dabei entstehenden hohen Temperaturen (bis 1800° C. und darüber) für den Dauerbetrieb dadurch unschädlich zu machen, dass die Cylinderwandungen von aussen durch Kühlwasser auf beliebig niedriger Temperatur erhalten werden. Der weitverbreitetste Arbeitsvorgang zur Realisierung eines solchen Prozesses besteht in dem sogenannten *Viertaktverfahren*, nach welchem bei seiner ursprünglichen Ausführung ein auf der Vorderseite offener, stets mit der Atmosphäre in Verbindung stehender Cylinder benutzt wird, dessen Kolben auf der Hinterseite die folgenden vier Phasen des Prozesses vollzieht:

25) S. *Zeuner*, Techn. Thermodynamik 1, § 77.

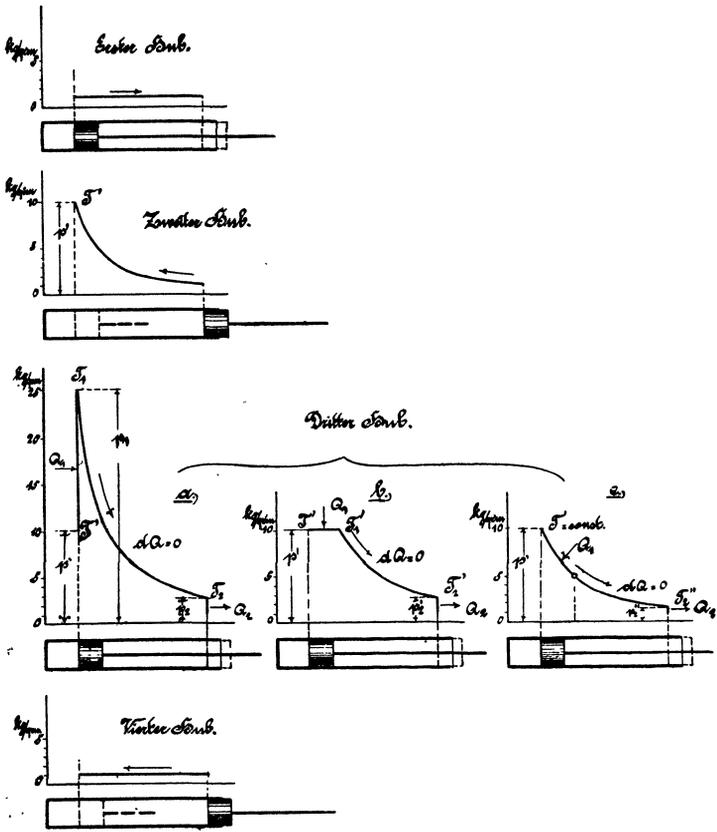


Fig. 42.

Beim ersten Hub wird das Verbrennungsgemisch in den Cylinder bei atmosphärischem Druck und atmosphärischer Temperatur, p_0 und T_0 , eingeführt, beim zweiten Hub wird dasselbe verdichtet, im Idealfall adiabatisch auf p_1 und T_1 . Die Wärmezufuhr kann nunmehr auf drei verschiedene Arten geschehen: entweder im Totpunkt, bei konstantem Volumen mit Druck- und Temperatursteigerung auf p_1 und T_1 (Diagramm a) und nachfolgender adiabatischer Expansion auf p_2 und T_2 ; oder bei konstantem Druck p_1 mit Temperaturerhöhung auf T_1' (Diagramm b) und nachfolgender Expansion auf T_2' und p_2' , oder endlich (Diagramm c) bei konstanter Temperatur T_1 mit sinkendem Druck und nachheriger adiabatischer Expansion auf T_2'' und p_2'' . Prozess a) ist der Idealprozess der sogenannten Otto'schen Gasmaschine, b) derjenige des Dieselmotors, c) wird praktisch nicht benutzt. Der vierte Hub dient dem Ausstossen der Verbrennungsgase in die Atmosphäre.

Die Arbeit des ersten und vierten Hubes lässt sich auch durch besonders angebrachte Lade- und Ausspülpumpen ersetzen; dadurch wird es ermöglicht, den Arbeitscyylinder, der nunmehr den zweiten und dritten Hub zu verrichten hat, im *Zweitakt* arbeiten zu lassen (System v. *Öchelhäuser*, *Körting* u. a.). Da der Lade- und Ausspülhub thermodynamisch keine Rolle spielt, ist weiterhin eine gemeinsame Betrachtung von Zweitakt- und Viertakt-Verfahren zulässig.

Wie ersichtlich, besteht gegenüber dem Arbeitsprozess der Dampfmaschine noch der weitere, fundamentale Unterschied, dass der arbeitende Körper nicht wirklich einen Kreisprozess mit Rückkehr in den Anfangszustand ausführt, sondern dass derselbe durch den chemischen Prozess der Verbrennung seine Natur insofern ändert, als damit eine Änderung des spezifischen Volumens verbunden ist. Ausserdem muss bei jedem Spiel eine neue Menge eines Körpers eingeführt werden, der von dem den Prozess verlassenden verschieden ist.

Es genügt jedoch für die Zwecke der Technik zunächst noch²⁶⁾ diese an und für sich nicht bedeutenden Unterschiede zu vernachlässigen und den Idealprozess so aufzustellen, als ob es sich nur um *Erwärmung der Luft in einem geschlossenen umkehrbaren Kreisprozess handeln würde* — die beschriebenen drei Prozesse bilden sich dann im *TS-System* ab wie Fig. 43 zeigt. Dieselbe ist so gezeichnet, dass für die Fälle a) und b) die gleiche zugeführte Wärmemenge ins Spiel kommt; man sieht auf den ersten Blick, dass der Prozess a) den besten, c) den niedrigsten Wirkungsgrad liefert und dass der *Carnot'sche* Prozess hier überhaupt nicht in Frage kommen kann, weil derselbe bei der ihm entsprechenden Forderung, die höchste Temperatur durch adiabatische Kompression zu erreichen, auf enorme Pressungen führt, welche niemals realisierbar sind.

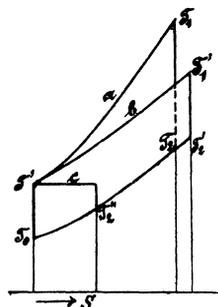


Fig. 43.

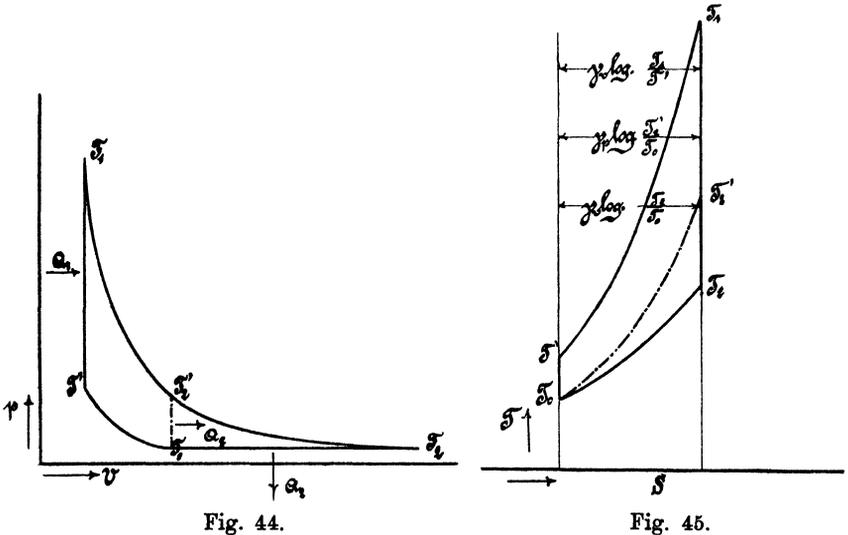
Bei den mit Gemischen aus Luft und Gas arbeitenden Motoren, welche das zur Verbrennung fertig bereitete Gemenge ansaugen und komprimieren, bildet für den Kompressionsdruck diejenige Pressung, bei welcher Gefahr der Selbstentzündung des Gemenges vor Erreichung

26) Eingehende Würdigung finden die thatsächlichen Verhältnisse in der Arbeit von *A. Stodola*, Die Kreisprozesse der Gasmaschinen, Z. d. Vereins Deutscher Ingenieure 1899 und bei *A. Fliegner*, Thermodynamische Maschinen ohne Kreisprozess, Vierteljahrsschrift d. naturforsch. Gesellschaft, Zürich 1901.

des Totpunktes vorliegt, eine unüberschreitbare Grenze — für diese ist also der Prozess a) als Idealprozess anzusehen, wenn man die Verhältnisse so wählt, dass p_1 keine unzulässige Höhe erreicht.

Derselbe ist in Fig. 44 und 45 noch einmal besonders dargestellt und zwar sowohl für den Fall der vollständigen Expansion auf atmosphärischen Druck (ausgezogen), als auch für die Arbeitsweise im Viertakt (punktirt).

Kann man aber, wie dies beim *Diesel-Motor*, der mit flüssigem Brennstoff arbeitet, der Fall ist, Luft und Brennstoff während der Kompression *getrennt* halten, dann liefert der Prozess b) das Maximum des Wirkungsgrades, indem man die adiabatische Kompression bis auf den höchsten zulässigen Druck treibt.



In Figur 46 und 47 ist derselbe sowohl im Spannungs- als im Wärmediagramm noch besonders dargestellt und zwar gilt auch hier das zu Fig. 44 und 45 Gesagte, sodass die ausgezogene Linie der vollständigen Expansion, die punktirt dem Viertakt entspricht.

Aus den Wärmediagrammen des Idealprozesses erkennt man augenfällig, welche entscheidende Bedeutung unter den für denselben gemachten Voraussetzungen (s. oben) für die Beurteilung der Verbrennungsmotoren dem Wert der spezifischen Wärme (γ_v und γ_p) zukommt. Ist dieselbe konstant, so sind die Kurven der Wärmezufuhr und Wärmeentziehung bei konstantem Volumen oder Druck solche mit konstanter Subtangente; nimmt dagegen die spezifische Wärme, wie vielfach angenommen wird, mit der Temperatur zu, so sind jene

Kurven (wegen Zunahme der Subtangente) unter immer kleiner werdenden Winkeln gegen die Abscissenaxe geneigt, d. h. bei der Wärmezufuhr bei konstantem Volumen oder konstantem Druck erreicht man bei gleicher Wärmemenge nicht so hohe Temperaturen und bei der Wärmeentziehung fallen letztere langsamer — auch die Endtemperaturen adiabatischer Zustandsänderungen werden beeinflusst: kurz, das ganze Bild des Idealprozesses verschiebt sich gegenüber der Annahme konstanter spezifischer Wärme. Die bezüglichen Verhältnisse sind aber noch nicht genügend geklärt²⁷⁾.

Obwohl kein *Carnot'scher* Prozess, so ist doch der Idealprozess des Verbrennungsmotors demjenigen der Dampfmaschine an Wirkungs-

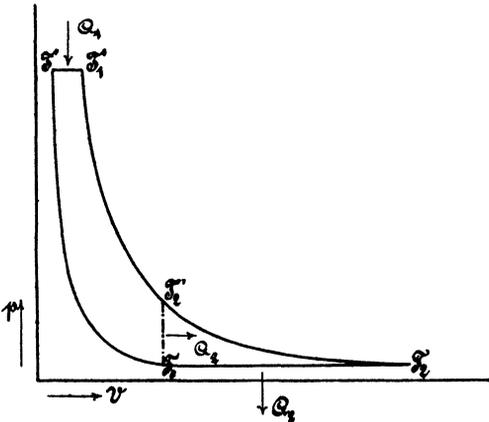


Fig. 46.

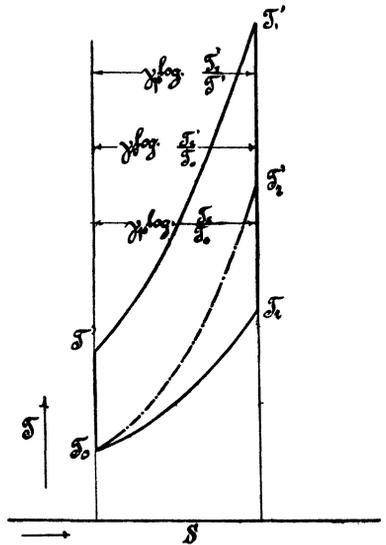


Fig. 47.

grad meist überlegen; letzterer beträgt bei Begrenzung des Diagrammes durch zwei Kurven konstanten Volumens oder zwei Kurven konstanten Druckes unter Annahme konstanter spezifischer Wärmen und einer bei der Verbrennung unveränderlichen Gaskonstanten B

$$\eta = \frac{T' - T_0}{T'}$$

ist also gleich dem eines Carnotprozesses zwischen Anfangs- und Endtemperatur der *Kompression*. Diese Überlegenheit zeigt sich auch bei

27) S. z. B. *E. Meyer*, Untersuchungen am Gasmotor, Z. d. Vereins Deutscher Ingenieure, 1902, p. 1303.

den ausgeführten Verbrennungsmotoren, weil deren Annäherung an ihren Idealprozess ungefähr die gleiche ist wie bei der Dampfmaschine.

Thatsächlich steht der *Diesel*-Motor heute in bezug auf Wirkungsgrad an der Spitze aller Wärmekraftmaschinen, im günstigsten Falle hat man $\eta = 0,40$, also das Doppelte der Dampfmaschinen erreicht. Die Praxis darf sich natürlich mit dieser thermodynamischen Vergleichung nicht begnügen, sondern muß eine ökonomische Vergleichung durchführen. Nach letzterer verdient der Dieselmotor nur in solchen Gegenden vor der Dampfmaschine den Vorzug, wo eine aus Petroleum gewonnene Wärmeinheit billiger ist als zwei aus Kohle gewonnene Wärmeinheiten.

14. Kältemaschinen. Die Umkehrung des arbeitliefernden thermodynamischen Prozesses liefert den arbeitkonsumierenden Prozess der Kältemaschine, deren Aufgabe darin besteht, die Temperatur gegebener Körper auf tiefere Wärmegrade zu bringen (oder auf solchen dauernd

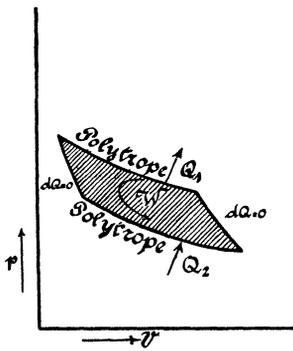


Fig. 48.

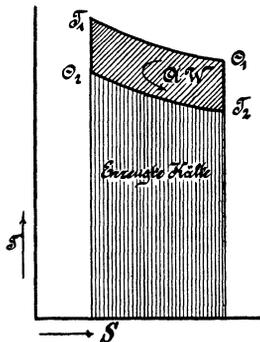


Fig. 49.

zu erhalten) als sie in der Umgebung sich vorfinden²⁸⁾. Die Umkehrung des *Lorenz*'schen Diagrammes ergibt auch hier den allgemeinsten Fall; während bei der Wärmekraftmaschine aber die polytropischen Kurven möglichst weit auseinander liegen sollen, siehe Fig. 26 und 27, handelt es sich hier darum, dieselben einander *möglichst nahe* zu bringen, einer *möglichst kleinen* zu leistenden Arbeit entsprechend, siehe Fig. 48 und 49; dieselbe Zerlegung eines beliebigen Kreisprozesses in Elementarprozesse wie sie in Fig. 21, 22 ausgeführt wurde, ergibt für Kältemaschinen die Grundregel: *Das Maximum der Ökonomie tritt ein, wenn der arbeitende Körper zur Aufnahme von Wärme (Kälte-*

28) S. Luegers Lexikon der gesamten Technik, 5. Artikel: Kältemaschinen von C. v. Linde; ferner H. Lorenz, Neuere Kühlmaschinen, 3. Aufl., München, Oldenbourg.

erzeugung) an keiner Stelle des Prozesses auf tiefere Temperaturen, bezw. zur Wärmeabgabe (an das Kühlwasser) niemals auf höhere Temperaturen gebracht wird, als sie durch die der Kältemaschine gestellte Aufgabe bedingt sind.

Auch bei dem umgekehrten Prozess kann, wie bei dem direkten entweder ein verdampfender Körper oder atmosphärische Luft als arbeitender Körper Verwendung finden — ersteres entspricht den *Kaltdampfmaschinen*, letzteres den *Kaltluftmaschinen*. Bei ersteren, den technisch weitaus wichtigsten, ist der Prozess der verlustlosen Maschine wieder, wie bei den Dampfmaschinen, soweit er im Sättigungsgebiet verläuft, ein *Carnot'scher*; häufig greift er etwas in's Überhitzungsgebiet über.

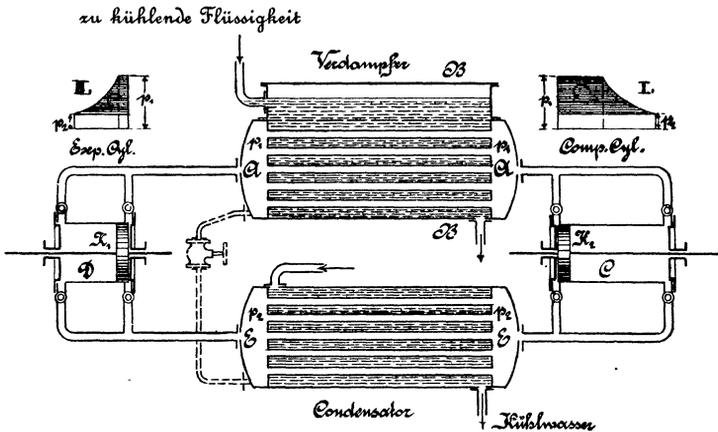


Fig. 50.

Die Flüssigkeiten, welche sich für den Kältemaschinenprozess als arbeitende Körper eignen, sind Ammoniak (NH_3), schweflige Säure (SO_2), Kohlensäure (CO_2) u. s. f.; ihre Natur und Eigenschaften bringen es mit sich, dass man hier den Prozess als einen wirklich geschlossenen, mit fortwährender Zirkulation einer und derselben Füllung der Maschine ausführen muss. Die ideale Anordnung (Fig. 50) entspricht vollkommen der Umkehrung von Fig. 30 und, wie dort die wirklich ausgeführte Dampfmaschine durch Weglassung des Compressioncyinders charakterisiert war, so entsteht hier die wirklich ausgeführte Kältemaschine aus der idealen durch Weglassung des Expansionscyinders, an dessen Stelle das sog. Regulierventil tritt, ein Drosselventil, durch welches der Übergang der Flüssigkeit aus dem Condensator $E-E$ nach dem Verdampfer $A-A$ geregelt wird.

Fig. 51 stellt ein Idealdiagramm der Maschine mit Expansionscylinder, Fig. 52 das einer Maschine mit Drosselventil dar (für

Ammoniak als arbeitenden Körper). Der Drosselungsvorgang wird als ohne Wärmemittelung vor sich gehend betrachtet und vollzieht sich dann als Zustand konstanter Erzeugungswärme: $i = u + A p v = \text{const.}$ (vgl. hierüber Nr. 22).

In Fig. 51 und 52 bedeuten die weitschraffierten Flächen die Kälteleistungen, d. h. die der zu kühlenden Substanz entzogenen Wärmemengen Q_2 , die engschraffierten Teile die Wärmeäquivalente der aufzuwendenden Arbeiten W ; die in Fig. 52 angewandte Darstellung

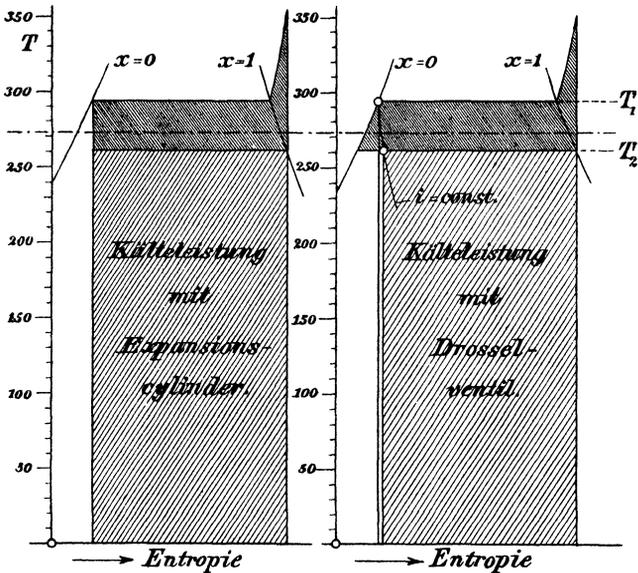


Fig. 51.

Fig. 52.

des nicht umkehrbaren Drosselungsvorgangs ist nach der in Nr. 16 auseinandergesetzten Art erfolgt; die in Wärme zurückverwandelte Arbeit ist dabei durch das Dreieck zwischen den Linien $x = 0$, $i = \text{const.}$ und $T = T_2$ dargestellt.

Der Wirkungsgrad der Kältemaschine (vgl. Nr. 8) ist durch die Flächen für Q_2 und W mit gegeben; er ist

$$\eta = \frac{Q_2}{AW}.$$

Man kann wohl sagen, dass die Kältemaschine von heute im Prinzip nicht mehr verbesserungsfähig ist — sie verdankt dies dem Umstand, dass ihre Konstruktion von Anfang an (durch C. v. Linde) auf die Grundsätze der Thermodynamik aufgebaut wurde.

(Abgeschlossen im Dezember 1904.)

b) Strömende Bewegung der Gase und Dämpfe. Von L. Prandtl.

Vorbemerkung. Die *Bezeichnung der Formelgrößen* ist gemäss der Zusammenstellung von p. 235 gewählt. Folgende Größen kommen neu hinzu:

Zeichen	Benennung	Dimension
w	Geschwindigkeit	$\frac{m}{sec}$
a	Schallgeschwindigkeit	$\frac{m}{sec}$
g	Erdbeschleunigung	$= 9,81 \frac{m}{sec^2}$
$\rho = \frac{1}{gv}$	Dichtigkeit, Masse der Volumeinheit	$\frac{kg \ sec^3}{m^4}$
G	Sekundliche Gewichtsmenge, „Ausflussgewicht“	$\frac{kg}{sec}$
F	Strömungsquerschnitt	m^2
α	Kontraktionsziffer	unbenannt
μ	Ausflussziffer	„
z	Widerstandsarbeit pro 1 kg Flüssigkeit, „Widerstandshöhe“	m
ξ, ξ_1	Widerstandskoeffizienten	unbenannt, $\frac{1}{m}$.

Masseinheiten. Als Masssystem ist ebenso wie in dem ersten Teil des Artikels das „technische“ benutzt, d. h. jenes, in dem Länge, Zeit und Kraft die Fundamenteinheiten sind. Es bedeuten hiermit also die Größen u, v die innere Energie und das Volumen der *Gewichtseinheit*. Die Formeln sind fast durchgängig in den Dimensionen homogen, wo nicht, sind als Einheiten das Meter, die Sekunde und das Kilogramm gewählt; die Wärmemengen sind in der Regel im Arbeitsmass gemessen, d. h. das Wärmeäquivalent A ist $= 1$ gesetzt (vgl. V 3, 2, *Bryan*); nur in den für den numerischen Gebrauch bestimmten Formeln ist das Wärmeäquivalent besonders bezeichnet.

Abkürzungen in den Zitaten:

Zeuner, Therm. = Technische Thermodynamik, 1. und 2. Aufl. (Leipzig 1887, 1900).

Grashof, Masch.-L. = Theoretische Maschinenlehre (Leipzig 1875).

Stodola, Dampfturb. = Die Dampfturbinen, 3. Aufl. (Berlin 1905); (in Klammern sind die §§ der 1. Aufl. beigelegt).

Forschungsarb. = Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens (herausgeg. vom Ver. deutscher Ing., Berlin).

Anmerkung. Eine Darstellung der geschichtlichen Entwicklung des Gebietes findet sich in Nr. 18.

15. Abgrenzung des Stoffes. Die Bewegungserscheinungen der Gase zeigen, so lange die Geschwindigkeiten und die Druckdifferenzen in mässigen Grenzen bleiben, wesentlich dasselbe Gepräge, wie die der volumenbeständigen Flüssigkeiten²⁹⁾, deren Theorie im Band IV dieser Encyclopädie in den Artikeln 15 und 16 (Hydrodynamik) von *Love*, und 20 (Hydraulik) von *Forchheimer* behandelt ist. Handelt es sich indes um grosse Druckdifferenzen und Geschwindigkeiten³⁰⁾, so ist die Veränderlichkeit des Volumens von grossem Einfluss auf die Bewegungserscheinungen. Der Umstand, dass diese Druck- und Volumen-Änderungen nur im Zusammenhalt mit den thermischen Vorgängen in dem Gase oder Dampfe richtig beurteilt werden können, gab die Veranlassung dazu, diesen Abschnitt in Band V in die Wärmetheorie einzuordnen, während derjenige Teil, der sich mit den mässigen Geschwindigkeiten befasst, die sogenannte Aërodynamik, sich als Artikel 17 von *Finsterwalder* in Band IV bei den hydrodynamischen Abhandlungen befindet.

Viele von den hier behandelten Aufgaben gehen in der Problemstellung, wie in der Art der Behandlung völlig parallel mit entsprechenden Aufgaben der Hydraulik. An derartigen Stellen des Textes finden sich Hinweise auf die entsprechenden Abschnitte des Artikels von *Forchheimer*.

Mit Ausnahme von Nr. 22 beziehen sich die nachstehend zu behandelnden Aufgaben nur auf *stationäre* Bewegungen; die Ergebnisse sind indes ohne grossen Fehler auch für langsam veränderliche Bewegungen verwendbar³¹⁾, wie sie sich z. B. beim Ausströmen aus einem Gefäss mit einer nicht zu grossen Öffnung ergeben.

29) Zur Illustration dieser Bemerkung sei erwähnt, dass für Luft zur Erzeugung einer Geschwindigkeit von $40 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ eine Druckdifferenz von 1% des absoluten Druckes genügt; die entsprechende Dichtigkeitsdifferenz ist dann (unter Zugrundelegung der Adiabate) 0,7%. Rechnet man statt mit der veränderlichen Dichte mit einer mittleren konstanten Dichte, so wird bei der obigen, etwa einem starken Sturme entsprechenden Geschwindigkeit dieser Fehler gegenüber anderen, schwerer zu berücksichtigenden Einflüssen ganz bedeutungslos.

30) Eine Geschwindigkeit oder Druckdifferenz kann als gross oder klein angesehen werden, je nachdem sie im Vergleich mit der Schallgeschwindigkeit bezw. mit dem absoluten Druck in Betracht kommt oder nicht.

31) Als langsam veränderlich kann eine Bewegung so lange gelten, als $\frac{\partial w}{\partial t}$

Die *Helmholtz'schen* Wirbelgesetze³²⁾, insbesondere der Satz, dass eine anfänglich ruhende Flüssigkeitsmasse sich dauernd wirbelfrei bewegt, sind unter Annahme der Reibungslosigkeit auch auf Gase anwendbar; ausgenommen sind allerdings diejenigen Bewegungsformen, bei denen endliche Drucksprünge³³⁾ auftreten. Diese Überlegung ist von Nutzen, wenn man sich Rechenschaft darüber ablegen will, in wie weit man berechtigt ist, die Aufgaben über Gasströmung — wie das bisher durchaus üblich war — als eindimensionale Probleme zu behandeln³⁴⁾. Man kann die Sache so auffassen, dass man aus der ganzen Strömung *einen* „Stromfaden“, etwa den mittelsten, willkürlich zur Behandlung herausgreift, und hernach Druck und Geschwindigkeit für die korrespondierenden (im selben „Querschnitt“ gelegenen) Punkte der übrigen Stromfäden gleich den gefundenen Werten setzt. Für ein Rohr von veränderlichem Querschnitt enthalten die hierdurch begangenen Vernachlässigungen bei Wirbelfreiheit die Krümmung der Rohrwand in der Strömungsrichtung in der ersten Potenz, die Neigung der Rohrwand gegen die Achse in der zweiten Potenz. Bei den turbulenten Bewegungen³⁵⁾, die bei längeren Rohren die Regel bilden, ist man von vornherein zur Einführung von Mittelwerten gezwungen, so dass man hier von selbst auf das eindimensionale Problem geführt wird.

16. Allgemeine Theorie der stationären Strömungen. — *Problemstellung.* Eine zusammendrückbare („elastische“) Flüssigkeit sei in stationärer Bewegung begriffen. Untersucht wird der Bewegungszustand eines mittleren Stromfadens, der als Repräsentant für alle übrigen Stromfäden betrachtet wird. Es soll, unter Berücksichtigung der Wirkung von äusseren Kräften, von Strömungswiderständen und Wärmemitteilung durch die Wandungen, das Verhalten von Druck, Volumen und Geschwindigkeit in der strömenden Flüssigkeit untersucht werden, unter der Voraussetzung, dass für irgend einen Querschnitt diese Grössen (p, v, w) gegeben sind. Die thermodynamischen Eigenschaften der Flüssigkeit werden dabei als gegeben vorausgesetzt, ebenso die — meist durch feste Wände gebildete — Begrenzung des Flüssigkeitsstromes.

gegen $w \frac{\partial w}{\partial x}$ u. s. w. und $gv \frac{\partial p}{\partial x}$ u. s. w. (Euler'sche Gleichungen IV 15, 8) nicht in Betracht kommt.

32) IV 16, 3, auch 2, (*Love*).

33) Vgl. Nr. 20 u. IV 19, 11 (*Zemplén*).

34) Diese Behandlungsart ist auch hier in Nr. 16—20 festgehalten.

35) IV 15, 17 (*Love*).

Zur Behandlung des vorstehenden Problems dienen die im Folgenden zu gewinnenden Gleichungen.

Im stationären Strömungszustand muss durch jeden Querschnitt des Stromes in der Zeiteinheit dasselbe Flüssigkeitsgewicht G hindurchtreten; es muss also sein:

$$(a) \quad \frac{F \cdot w}{v} = G = \text{const.}$$

(*kinematische* oder *Kontinuitäts-Gleichung*).

Die Aussage, dass jedes Massenelement in der Bewegungsrichtung nach Massgabe der dort wirkenden äusseren Kräfte beschleunigt wird, führt zu der *mechanischen Gleichung*:

$$(b) \quad \frac{w \, dw}{g} + v \, dp + dh + dz = 0.$$

Hierin bedeutet dh eine der Schwerkraft entgegengesetzte, also nach oben positive Höhenveränderung, dz einen durch Reibung u. dgl. verursachten Bewegungswiderstand, gemessen durch die sog. Widerstandshöhe. Die einzelnen Terme der Gl. (b), wie auch der folgenden Gleichungen stellen Energieänderungen (Arbeiten) pro Gewichtseinheit des Gases vor.

Als dritte Gleichung hat man die Aussage, welche der erste Hauptsatz der Thermodynamik (Gl. 3, p. 243) für den Zustand im Innern des Massenelements liefert. Zu beachten ist dabei, dass die Widerstandsarbeit dz in Gl. (b) hier als zugeführte Wärme neben der von aussen zugeführten Wärme dq wieder auftritt. Die *Wärme-gleichung* lautet also:

$$(c) \quad dq + dz = du + p \, dv.$$

Durch Verbindung von Gl. (c) mit (b) erhält man die Gleichung

$$du + d(pv) + \frac{w \, dw}{g} + dh = dq,$$

die integrierbar ist und in dieser Form:

$$(d) \quad u + pv + \frac{w^2}{2g} + h = \text{const.} + q$$

als *Gleichung der Gesamtenergie* angesprochen werden darf. (Mit $G = F \frac{w}{v}$ multipliziert, giebt die linke Seite der Gl. den gesamten sekundlichen Energietransport durch den Querschnitt F ; Gq ist dabei die bis zum Querschnitt F dem Gas zugeführte Wärme.) Die Widerstandsarbeit z kommt in dieser Gleichung nicht vor, da die verschwundene Arbeit als Wärme in der Gesamtenergie enthalten bleibt.

Durch Einführung der „Erzeugungswärme“ $i = u + pv$ (thermo-

dynam. Potential \mathfrak{F} , in Art. V 3)³⁶⁾ gewinnt Gl. (d) die im folgenden gebrauchte, etwas einfachere Gestalt

$$i + \frac{w^2}{2g} + h = \text{const.} + q.$$

Ist von der strömenden Flüssigkeit das Gesetz der inneren Energie

$$u = f(p, v)$$

bekannt, ferner das Gesetz für den Bewegungswiderstand z und die Wärmemitteilung q , so reichen die Gleichungen (a) bis (d) aus, um für vorgegebene geometrische Verhältnisse der Strömung (Angabe über F und h an jeder Stelle des Stromfadens) die Lösung des Problems völlig bestimmt zu machen, falls ein Anfangszustand (p_0, v_0, w_0) oder äquivalente Daten gegeben sind. Wird die Wärmemitteilung als von Temperaturdifferenzen abhängig dargestellt, so muss zur Festlegung der Temperatur in der strömenden Flüssigkeit noch die „Zustandsgleichung“

$$F(p, v, T) = 0$$

hinzugenommen werden.

Die vorstehende strenge Grundlegung des Problems findet sich — allerdings nicht genau in obiger Fassung, und gleich für permanente Gase spezialisiert — bei *F. Grashof* 1863³⁷⁾. Ausführliche Darstellungen finden sich in *Grashof*, Masch.-L. § 75; *Zeuner*, Therm. § 40.

Wirklich durchgeführte Rechnungen mit diesen allgemeinen Voraussetzungen existieren nicht. Die Höhenunterschiede h , die praktisch sehr wenig Bedeutung besitzen, sind durchweg vernachlässigt. Meist bleibt auch die Wärmemitteilung unberücksichtigt. (Eine Lösung mit Wärmeleitung bei Rohrleitungen von konstantem Querschnitt giebt *Grashof*³⁸⁾, eine Behandlung des Ausflussproblems *Fliegner*³⁹⁾).

Eine graphische Darstellung der in Gl. (b) bis (d) enthaltenen Beziehungen, die sich zuerst bei *Zeuner*⁴⁰⁾ findet, möge in der etwas veränderten Fassung, die ihr *Stodola*⁴¹⁾ und *Büchner*⁴²⁾ gegeben haben, hier Erwähnung finden.

36) Vgl. p. 243, Ziff. 5, ferner p. 254 und 260.

37) „Über die Bewegung der Gase im Beharrungszustande in Röhrenleitungen und Kanälen“, Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing. 7 (1863), p. 243, 273, 335.

38) Masch.-L. § 109 u. 115.

39) *Civiling.* 23 (1877), p. 433.

40) *Civiling.* 17 (1871), p. 71.

41) Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing. 47 (1903), p. 1 u. f. = Dampfturb. § 21 u. 22 (§ 2 u. 3).

42) Zur Frage der Laval'schen Turbinendüsen. Diss. Dresden 1903 =

In Fig. 53 soll in einem p - v -Koordinatensystem die Geschwindigkeitserzeugung in einem Gase (oder Dampfe) verfolgt werden, das von dem Zustand p_1, v_1 , wo die Geschwindigkeit $w = 0$ ist, beginnend, längs der Kurve 1-2 expandiert. Höhendifferenzen und Wärmemitteilung sollen ausser Betracht bleiben. Gleichung (b) und (d) lauten somit in der Integralform

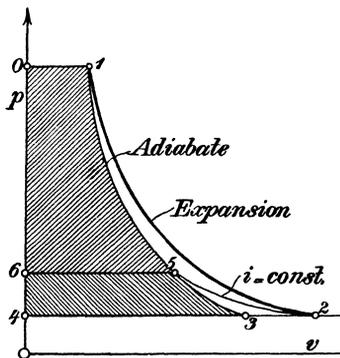


Fig. 53.

$$(b) \quad \frac{w^2}{2g} = \int_2^1 v dp - z;$$

$$(d) \quad \frac{w^2}{2g} = i_1 - i_2.$$

Zieht man durch 1 eine Adiabate bis zum Druck p_2 herab (1-3), so hat man, da diese das Zustandsgesetz bei widerstandsloser Bewegung ist (vgl. den nächsten Abschnitt), in der Fläche 0-1-3-4-0 ein Mass für die verfügbare kinetische Energie:

$$(b'') \quad \frac{w^2}{2g} = \int_3^1 v dp.$$

Die wirklich erreichte kinetische Energie ergibt sich, wenn man durch 2 eine Kurve $i = \text{const.}$ bis zum Schnittpunkt 5 mit der Adiabate legt; nach (d') und (b'') wird sie durch die Fläche 0-1-5-6-0 dargestellt. Somit repräsentiert die Fläche 5-6-4-3-5 den durch die Widerstände verursachten Energieverlust.

Durch Vergleich von (b') mit (b'') findet man, dass die Widerstandsarbeit z durch die Fläche 1-2-4-6-5-1 dargestellt ist; dass diese Fläche um den nicht schraffierten Teil 1-2-3-1 grösser ist als die des Energieverlustes, ist damit zu erklären, dass ein Teil der in Wärme verwandelten Widerstandsarbeit zur weiteren Expansion nutzbringend Verwendung findet.

Eine ähnliche Darstellung lässt sich in Temperatur-Entropiekoordinaten (dem sog. Wärmediagramm) durchführen (Fig. 54). Die Flächen ∞ -1-1'- ∞ und ∞ -2-2'- ∞ stellen i_1 und i_2 dar, 1-3 ist die Adiabate, die verfügbare Energie $\frac{w'^2}{2g} = i_1 - i_3$ ist durch ∞ -1-3- ∞ dargestellt, der Energieverlust durch 1'-3-2-2'-1', die Widerstandsarbeit z durch 1'-1-2-2'-1'.

Noch einfacher, aber weniger eindrucksvoll wird die Darstellung im i - s -System (Fig. 55); die Strecke 1-3 stellt die verfügbare, 1-5 die erreichte kinetische Energie, 5-3 den Verlust dar.

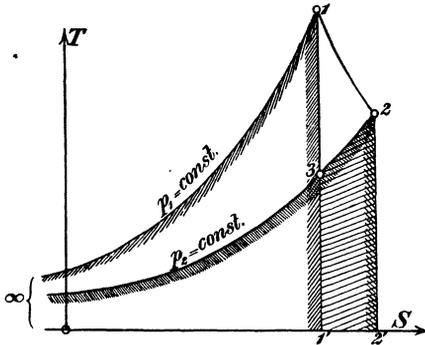


Fig. 54.

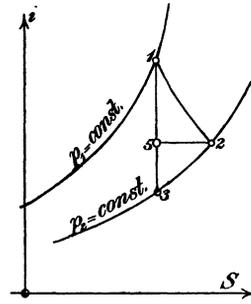


Fig. 55.

Ist am Ende des Strömungsvorgangs die Geschwindigkeit wieder = 0, so ist nach (d') $i_1 = i_2$. Dies ist die Beziehung, welche beim Überströmen mit Vernichtung der Strömungsgeschwindigkeit eintritt (vgl. Nr. 22).

17. Bewegung ohne Widerstände und Wärmemitteilung.

Gleichung (c) lautet hier: $du + pdv = 0$; sie liefert mit $u = f(p, v)$ einfach das Gesetz einer adiabatischen Zustandsänderung:

$$v = \varphi(p, p_1, v_1),$$

hiermit wird Gl. (b) integrierbar; es wird

$$(b_1) \quad \frac{w^2 - w_1^2}{2g} = \int_p^{p_1} v dp;$$

p_1, v_1, w_1 sind dabei die Werte von p, v und w in einem gegebenen Anfangsquerschnitt. Gleichung (a) ordnet jetzt mit Hilfe der vorstehenden Beziehungen jedem Querschnitt F eine bestimmte Geschwindigkeit und einen bestimmten Druck zu.

Ist p_1 der Druck in dem Raume, von dem die Flüssigkeitsströmung ausgeht, und kann dort $w_1^2 = 0$ gesetzt werden, so wird

$$\frac{w^2}{2g} = \int_p^{p_1} v dp.$$

Betrachtet man für diesen Fall den Verlauf des Strömungsquerschnitts

$F = \frac{Gv}{w}$, der zu einem bestimmten sekundlichen Gewicht G gehört, als

Funktion von p , so findet man, dass nicht nur für $p = p_1$ (wegen $w = 0$), sondern auch für $p = 0$ (wegen $v = \infty$) $F = \infty$ ist (vgl. Fig. 56). Für das zwischen beiden Grenzen liegende Minimum von F findet man die Bedingung

$$w^2 = -gv^2 \cdot \frac{dp}{dv} = \frac{dp}{d\rho},$$

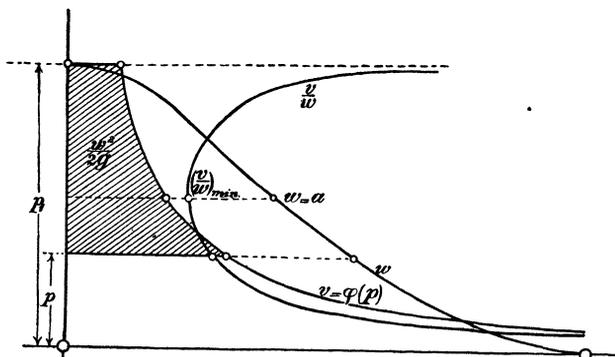


Fig. 56.

wo ρ die Dichte ist. Diese Gleichung besagt nichts anderes, als dass die Geschwindigkeit im engsten Querschnitt des Stromfadens gleich der dem dortigen Zustande entsprechenden Schallgeschwindigkeit $a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$ (43) ist.

Dieses Ergebnis scheint zuerst von *Hugoniot*⁴⁴⁾ allgemein bewiesen worden zu sein, nachdem es etwas früher *O. Reynolds*⁴⁵⁾ für permanente Gase als zutreffend erkannt hatte.

Der innere Grund dieses eigenartigen Resultates lässt sich etwa folgendermassen einsehen: Eine mässige Druckschwankung irgend welcher Art rollt in einem cylindrischen Rohr mit Schallgeschwindigkeit über die darin befindliche Flüssigkeit hinweg; lässt man die Flüssigkeit mit Schallgeschwindigkeit fliessen, so wird es dadurch möglich, dass die Druckdifferenzen an Ort und Stelle stehen bleiben. Da man den Stromfaden an der engsten Stelle (Stetigkeit von $\frac{dF}{dx}$ vorausgesetzt) als Cylinder ansehen darf, fordern hier die stationären Pressungsunterschiede eine Strömungsgeschwindigkeit gleich der Schallgeschwindigkeit.

Nach dem Vorstehenden giebt es für jeden Querschnitt, der

43) Vgl. Encykl. IV, Art. 24 Akustik, von *Lamb*.

44) Paris C. R. 103 (1886), p. 1178.

45) Phil. Mag. V, 21 (1886), p. 185. = Pap. II, p. 311.

grösser ist, als der engste Querschnitt, je zwei Werte von p und w . Für den Verlauf von p ist dies in Fig. 57 angedeutet (die stark gezeichneten Linien). Welche Kombination der Kurvenzweige in einem bestimmten Fall eintreten wird, richtet sich nach dem Druck an den Enden des Rohres.

Untersucht man für eine fest vorgegebene Röhre die den verschiedenen Strömungsvorgängen mit gleichem p_1 und v_1 entsprechende sekundliche Ausflussmenge G , so zeigt sich als Folgerung aus dem Vorstehenden, dass diese einen Grösstwert erreicht, wenn im engsten Querschnitt Schallgeschwindigkeit eintritt.

Verschiedene Druckverteilungen, die kleineren Werten von G entsprechen, sind in Fig. 57 durch die dünn ausgezogenen Linien dargestellt. Die gestrichelten Linien beziehen sich auf Ausflussmengen grösser als $G_{\max.}$; sie führen nicht von einem Rohrende zum andern, entsprechen daher keiner hier möglichen Strömung.

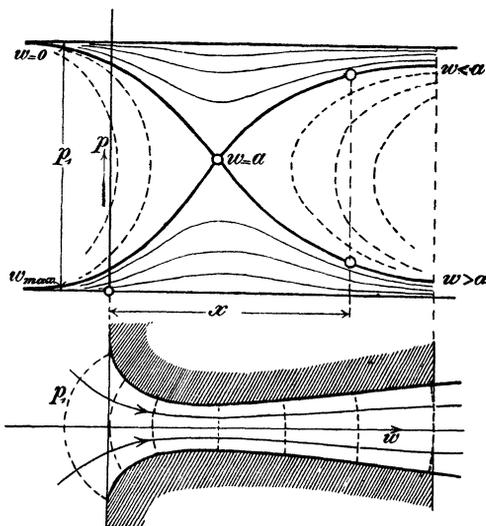


Fig. 57.

18. Ausströmen aus Öffnungen und Mundstücken. Die Beantwortung der Frage, welche Luftmenge bei vorgegebener Druckdifferenz pro Zeiteinheit durch eine gegebene Öffnung hindurchtritt, entspricht einem alten Bedürfnis der Technik. Dies ist offenbar der Grund dafür, dass sich die älteren Arbeiten aus dem Gebiete des vorliegenden Referates gerade um diese Frage gruppieren. Es mag also wohl passend erscheinen, an dieses Thema eine Schilderung der historischen Entwicklung der hier auftretenden Gedankenreihen anzuknüpfen.

Die älteste Notiz über den Ausfluss „elastischer Flüssigkeiten“ scheint bei *Daniel Bernoulli*⁴⁶⁾ 1738 zu stehen. Er giebt die Anweisung, die Berechnung wie bei einer inkompressiblen Flüssigkeit vorzunehmen; die Geschwindigkeit sei zu setzen:

46) Hydrodynamica, Strassburg 1738, p 224.

$$w = \sqrt{2g(p_1 - p_2)v_1};^{48)}$$

die Ausflussmenge wird mit $G = F \cdot \frac{w}{v_1}$ berechnet. Diese Berechnungsweise, der die Vorstellung zu Grunde lag, dass die Geschwindigkeit gemäss dem *Torricelli'schen* Theorem einfach durch die im Ausflussgefäss „vorhandene“ Druckhöhe $h = v_1(p_1 - p_2)$ erzeugt werde, und dass die Geschwindigkeitserzeugung für jedes Teilchen plötzlich beim Verlassen des Gefässes erfolge, findet sich bei *d'Alembert*⁴⁹⁾ und anderen wieder; sie schien auch durch verschiedene Versuchsreihen⁵⁰⁾, die freilich alle mit kleinen Pressungen angestellt waren, bestätigt zu werden. Erst *Navier*⁵¹⁾ fand 1829 den richtigen Weg, die unter allmählicher Expansion des Gases stattfindende Geschwindigkeitserteilung mit Hilfe von Differentialbetrachtungen zu berechnen. Er besitzt die Beziehung (b) in ihrer einfachsten Form (vgl. p. 293) und erhält aus ihr mit der Annahme, dass der Druck in der Mündung gleich dem äusseren Druck p_2 ist, unter Voraussetzung des *Mariotte'schen* Gesetzes:

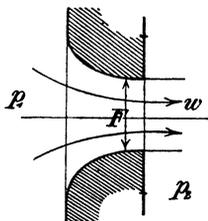


Fig. 58.

$p v = C$ für eine der Fig. 58 entsprechende Mündung

$$G = \frac{F w}{v_2} = \frac{F}{v_2} \sqrt{2g C \log \frac{p_1}{p_2}}.^{52)}$$

Er diskutiert die Gleichung nach verschiedenen Richtungen, zeigt auch, dass sie für sehr kleine Pressungsunterschiede in die bei inkompressiblen Flüssigkeiten gebräuchliche übergeht. Er findet auch bereits, dass (für konstantes G) der Querschnitt F als Funktion von p ein Minimum besitzt, zieht aber daraus falsche Schlussfolgerungen. Des

48) Im folgenden bezeichnet der Index 1 immer die Zustände in dem Raume, aus dem die Flüssigkeit ausfliesst; der Index 2 die Zustände in dem Raume, in den sie eintritt.

49) *Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides*, Paris 1744, p. 165 u. f.

50) Die bemerkenswerteren Arbeiten über Ausflussversuche bei geringem Überdruck sind *G. Schmidt*, *Ann. Phys. Chem.* (1) 66 (1820), p. 39; *Lagerhjelm*, *Stockholm Akad.* 1822; Bericht hierüber von *Girard*, *Journ. génie civil* 1829; *K. L. Koch*, *Versuche über die Geschwindigkeit ausströmender Luft*, Göttingen 1824; Bericht hierüber von *G. Schmidt*, *Ann. Phys. Chem.* (2) 2 (1824), p. 39; *Aubuisson*, *Ann. des mines* 13 (1826), p. 483; *H. Buff*, *Ann. Phys. Chem.* (2) 37 (1836), p. 277 u. 40 (1837), p. 14; (Neuberechnung der *Koch'schen* Versuche und Bericht über eigene Versuche).

51) *Mémoire sur l'écoulement des fluides élastiques*, Paris, *Mém. de l'Acad.* 9 (1830), p. 311.

52) Die sehr verschiedenen Formelbezeichnungen und Bezugsgrössen sind überall in die unsrigen umgeschrieben.

weiteren werden nach den Methoden der Hydraulik Ausströmung aus Öffnungen in dünner Wand, Energieverluste durch plötzliche Erweiterung und Kontraktion in Rohren, und ähnliches behandelt.

Um einen grossen Schritt wurde die Theorie zehn Jahre später, 1839, von den Ingenieuren *B. de Saint-Venant* und *L. Wantzel*⁵³⁾ gefördert. Sie berücksichtigen durch Verwendung des *Laplace-Poisson*-schen Adiabatangengesetzes $p v^\kappa = \text{const.}$ die bei der Expansion eintretende Abkühlung des Gases und erhalten so die Formeln:

$$w = \varphi \sqrt{\frac{2g\kappa}{\kappa-1} p_1 v_1 \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right)},$$

$$G = \mu F_0 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}} \sqrt{\frac{2g\kappa}{\kappa-1} \frac{p_1}{v_1} \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right)}$$

(φ und μ sind durch Versuche zu ermittelnde Korrektionsziffern). *De Saint-Venant* und *Wantzel* diskutieren die Beziehungen und finden, dass G als Funktion von p_2 (bei festgehaltenem p_1 und μ) ein Maximum bei dem Werte

$$p' = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \cdot p_1$$

besitzt. Der Gedanke, dass es widersinnig ist, dass die Ausflussmenge abnehmen soll, wenn der Druck auf der Ausströmseite erniedrigt wird, führt sie auf den Gedanken, dass der Druck p in der Mündung bei grösseren Druckdifferenzen höher sein müsse, als der Aussendruck p_2 , und jedenfalls nie unter den eben definierten Wert p' heruntersinken könne. Ihre Experimente (Einströmen der Luft in den Recipienten einer Luftpumpe) zeigen, obwohl die Messungen wegen Nichtbeachtung der auftretenden Temperaturdifferenzen mangelhaft sind, diese Annahmen bestätigt. (Zwischen $p_2 = 0$ und $p_2 = 0,4 p_1$ war die Ausflussmenge konstant, nahm dann bei grösserem p_2 erst langsam, dann rascher ab.) Spätere Versuche von 1843⁵⁴⁾ an einem Dampfkessel gaben ähnliche Resultate.

Die Arbeit von *de Saint-Venant* und *Wantzel* geriet merkwürdiger Weise wieder in Vergessenheit. Zum Teil war daran wohl die schroffe Ablehnung schuld, welche ihr von *Poncelet*⁵⁵⁾ zu Teil wurde, der, auf Versuche von *Pecqueur* gestützt, die alte *Bernoulli*'sche Hypothese

53) Mémoire et expériences sur l'écoulement de l'air, Journ. éc. polyt. 27 (1839), p. 85.

54) Paris C. R. 18 (1843), p. 1140.

55) Paris C. R. 21 (1845), p. 178; Replik und Duplik p. 366 u. 387,

verteidigte. Ein anderer Grund mag darin liegen, dass *de Saint-Venant* und *Wantzel* zur Diskussion ihrer Versuchsergebnisse nicht ihre rationelle Formel verwendeten, sondern aus ihnen eine ziemlich willkürliche empirische Formel ableiteten.

Die rationellen Formeln für w und G wurden erst 1855 von *Jul. Weisbach*⁵⁶⁾ wieder gefunden und führten lange seinen Namen. *M. Herrmann*⁵⁷⁾ diskutierte 1860 das Maximum von G und deutete es, wie *de St. Venant* und *Wantzel*: der Mündungsdruck sinkt nie unter p' herab und die Geschwindigkeit steigt erst ausserhalb der Mündung unter Ausdehnung des Strahls auf den p_2 entsprechenden Wert.

In derselben Zeit (1856) kamen — wieder unabhängig von den bisherigen — *W. Thomson* und *Joule*⁵⁸⁾ von der Seite der Thermodynamik her zu einer Lösung des Ausflussproblems. Sie besitzen die Gleichung (d) in der auch bei beliebigen Widerständen giltigen Form

$$\frac{w^2}{2g} = u_1 - u_2 + p_1 v_1 - p_2 v_2 = \frac{\gamma p}{A} (T_1 - T_2)$$

und gewinnen hieraus ebenfalls die Formeln für w und G bei adiabatischer Expansion; sie bemerken dabei auch das Maximum von G .

Inzwischen war auch das adiabatische Ausströmen des Wasserdampfes in Angriff genommen. Nach der ersten Theorie von *Redtenbacher*⁵⁹⁾, 1855, die wegen fehlender Berücksichtigung der Condensation im expandierenden Dampf unrichtig war, wies 1860 *F. Grashof*⁶⁰⁾ auf den richtigen Weg. Durchgeführt wurde die Rechnung auf Grund unserer Formel (d) aus den Gesetzen für nasse Dämpfe (vgl. Nr. 6) von *G. Zeuner* 1863⁶¹⁾. Er erhält

$$A \frac{w^2}{2g} = \frac{x_1 \lambda_1}{T_1} (T_1 - T_2) + q_{p_1} - q_{p_2} - T_2 (s_1'' - s_2'') + A v'' (p_1 - p_2), \quad (62)$$

wofür er für Überschlagsrechnungen noch die Näherungsformel

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{x_1 \lambda_1}{A T_1} (T_1 - T_2)$$

angiebt.

Das zur Berechnung des Ausflussgewichtes nötige Dampfvolumen wird aus der Gleichung der Adiabate ermittelt. Die Formeln werden

56) Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinenmechanik, 3. Aufl. 1855, § 431.

57) Zeitschr. d. österr. Ing.-Ver. 12 (1860), p. 34.

58) London Proc. Roy. Soc. 8 (1856), p. 178.

59) Gesetze des Lokomotivbaues, Mannheim 1855, p. 34.

60) Zeitsch. d. Ver. deutsch. Ing. 4 (1860), S. 95.

61) Das Lokomotivblasrohr, Zürich 1863, p. 76 u. f.

62) In dieser Weise findet sich die Formel erst etwas später in der 2. Aufl. der „Grundzüge“, p. 411.

für den Ausfluss von trocken gesättigtem Dampf, sowie von heissem Wasser (Kesselwasser)⁶³⁾ spezialisiert und durch Tabellen erläutert. Für letzteres findet er das merkwürdige Resultat, dass für Ausströmen in die Atmosphäre das sekundliche Ausflussgewicht für 1 qcm Öffnung fast unabhängig vom Kesseldruck ungefähr 0,11 kg betrage⁶⁴⁾.

Die Theorie des Ausströmens wurde nach der thermodynamischen Seite hin weiter gefördert von *Grashof*, der 1863 in der bereits zitierten grundlegenden Arbeit⁵⁷⁾ den Einfluss der durch die Widerstände hervorgerufenen Erwärmung des Gases richtig einschätzen lehrte, des weiteren von *Zeuner* 1871 in seiner „Neuen Darstellung der Vorgänge beim Ausfluss der Gase und Dämpfe aus Gefässmündungen“⁶⁵⁾. *Zeuner* berücksichtigt hier (bei Luft) den Einfluss der Widerstandsarbeit unter der Annahme, dass sie der Temperatursenkung, d. h. dem Zuwachs der kinetischen Energie proportional wäre:

$$dz = \xi d\left(\frac{w^2}{2g}\right) = \xi \frac{\gamma p}{A} dT \quad (\text{vgl. p. 298}).$$

Er erhält so als Gesetz der Zustandsänderung statt $p v^* = \text{const.}$ die Beziehung $p v^n = \text{const.}$, worin der „Ausflussexponent“ n mit dem Widerstandskoeffizienten ξ durch die Gleichung

$$n = \frac{(1 + \xi)\kappa}{1 + \xi\kappa}$$

zusammenhängt. Das Ausflussgewicht ergibt sich hiernach zu

$$G = \alpha F_0 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}} \sqrt{\frac{2g\kappa}{\kappa-1} \frac{p_1}{v_1} \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right)}.$$

Der Koeffizient α ist dabei durch den Zusammenhang zwischen dem freien Strahlquerschnitt F und dem Mündungsquerschnitt F_0 gegeben: $F = \alpha F_0$. *Zeuner* empfiehlt unterhalb

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\frac{n}{n-1}} \quad (\text{kritisches Druckverhältnis}),$$

bei gut abgerundeten Mündungen $\alpha = 1$ zu setzen. Bei grösserem Druckverhältnis ist $\alpha > 1$ und es wird hierfür G unabhängig vom Aussendruck gleich dem Maximalwert

$$G = \alpha' F_0 \left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{1}{n-1}} \sqrt{\frac{2g\kappa}{\kappa-1} \cdot \frac{n-1}{n+1} \cdot \frac{p_1}{v_1}},$$

63) Zuerst im *Civilingenieur* 10 (1864), p. 87.

64) Neuere Untersuchungen führten zu andern Ergebnissen. Vgl. hierzu den Schluss dieser Nummer.

65) *Civiling.* 17 (1871), p. 71.

worin der neue Koeffizient α' für abgerundete Mündungen = 1 zu setzen ist. Für gesättigte Dämpfe, sowie auch für überhitzte schlägt er denselben Rechnungsgang vor⁶⁶⁾. Es ist dazu nur nötig, für die adiabatische Expansion einen mittleren Exponenten κ anzunehmen. Für gesättigten Wasserdampf giebt er an: $\kappa = 1,035 + 0,10 x_1$, wo x_1 die spezifische Dampfmenge beim Druck p_1 ist.

Für Ausfluss von trocken gesättigtem Dampf erhält man aus obiger Formel, wenn man das Volumen v_1 durch den Druck ausdrückt ($pv^{1,063} = \text{const.}$), nach *Grashof*⁶⁷⁾ die einfache Beziehung

$$G/\alpha' F_0 = Cp^{0,96965},$$

die Konstante C ist für $\xi = 0$, wenn F_0 in m^2 , p in kg/m^2 , G in kg/sec gemessen wird, $C = 0,02018$.

Inzwischen waren von Verschiedenen *Versuche* zur Prüfung der Theorie und zur Gewinnung von Korrektionskoeffizienten unternommen worden.

Vorzustellen sind die vorzüglichen Versuche *Weisbach's* von 1856, über die er 1859⁶⁸⁾ berichtet, deren Zahlenmaterial er aber erst 1866⁶⁹⁾ ausführlich mitgeteilt und bearbeitet hat. Seine Versuche, mit in einem Kessel komprimierter Luft angestellt, waren dadurch wesentlich vollkommener als die der früheren Experimentatoren, dass *Weisbach* bei den Druckablesungen, aus denen die Ausflussmengen bestimmt wurden, jedesmal den Ausgleich der bei der Expansion entstehenden Temperaturdifferenzen abwartete. Ein Teil seiner Versuchsergebnisse, die sich auf sehr verschiedene Arten von Mündungen, mit und ohne Ansatzrohr, beziehen, wurde von *Grashof*⁷⁰⁾ einer verbessernden Neuberechnung unterzogen. Die Änderung des Ausflussgesetzes bei Überschreitung des kritischen Druckverhältnisses war *Weisbach* unbemerkt geblieben, seine Versuche reichten nur eben bis an diese Grenze. Das Verdienst, diese Dinge zuerst einwandfrei nachgewiesen zu haben, gebührt *R. D. Napier*⁷¹⁾ (1866). Er stellt die Ergebnisse seiner Ausflussversuche mit Wasserdampf (abgerundete Mündungen) in folgenden zwei Formeln zusammen:

66) Vgl. auch die Darstellung in *Therm. II*, 1. Aufl. § 20 u. 22; 2. Aufl. § 21 u. 23.

67) *Masch.-L.* § 111.

68) *Civiling.* 5, p. 1.

69) *Civiling.* 12, p. 1 u. 77.

70) *Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing.* 7 (1863), p. 279; *Masch.-L.* 1875, p. 580.

71) *On the velocity of steam and other gases*, London 1866; *Engineer* 23 1867, p. 11.

$$\text{für } p_2 > \frac{1}{2} p_1 \text{ ist } \frac{G}{F_0} = \sqrt{\frac{2g}{1+\xi} \cdot \frac{(p_1 - p_2)p_2}{p_1 v_1}},$$

$$\text{für } p_2 < \frac{1}{2} p_1 \text{ ist } \frac{G}{F_0} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2g}{1+\xi} \frac{p_1}{v_1}} \quad .72)$$

Er hat auch zuerst⁷³⁾ den Druck in der Mündung experimentell ermittelt (durch Druckmessung an einer feinen Bohrung in der Ausflussmündung, vgl. Fig. 59) und damit die Annahme von *de Saint-Venant* und *Wantzel*, die er selbst nicht kannte, wohl bestätigt.

Als weitere Versuche über *Luftausfluss* sind vor allem zu nennen die umfangreichen Versuche von *Zeuner* 1871⁷⁴⁾ und *Fliegner* 1874 und 1877⁷⁵⁾. In der letzteren Arbeit untersucht *Fliegner* auch den Einfluss der Wärmeleitung im Mundstück theoretisch sowohl als auch experimentell, er findet bei einem Mundstück aus Messing den Ausflussexponenten $n = 1,37$ ($\xi = 0,077$), bei Buchsbaumholz $n = 1,395$ ($\xi = 0,027$); aus diesen Zahlen schliesst er auf eine bedeutende Wirkung der Wärmeleitung.

In sorgfältigen Beobachtungen des Mündungsdruckes p_m findet er, dass dieser nie unter den „kritischen Druck“ herabgeht, und immer etwas höher als p_2 liegt. Als Näherungsformeln für gut abgerundete Metallmündungen empfiehlt er (p in kg/m^2 , F in m^2)

$$\frac{G}{F_0} = 0,76 \sqrt{\frac{(p_1 - p_2)p_2}{T_1}} \quad \text{für } p_2 > \frac{1}{2} p_1,$$

$$\frac{G}{F_0} = 0,38 \frac{p_1}{\sqrt{T_1}} \quad \text{für } p_2 < \frac{1}{2} p_1,$$

In Fig. 60 findet man die Ergebnisse der *Fliegner*-schen Versuche veranschaulicht; es sind die Grössen p_m und G in ihrer Abhängigkeit von p_2 bei festgehaltenem p_1 dargestellt.

Erwähnenswert sind auch die sorgfältigen Versuche, die *G. A. Hirn* 1884⁷⁶⁾ mit Luft bei gewöhnlichen und höheren Temperaturen, sowie mit Kohlensäure und Wasserstoff angestellt hat. Er liess die Gase aus einem Gasometer

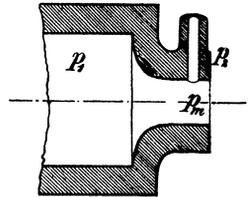


Fig. 59.

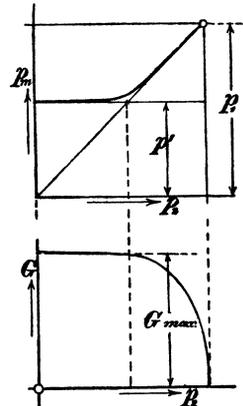


Fig. 60.

72) So sind die Formeln von *Zeuner* (Therm. II, § 24) umgeschrieben worden.

73) Engineer 28 (1869), p. 287. Vgl. auch *Rankine*, Engineer 28 (1869), p. 352 u. 358 = Civiling. 16 (1870), p. 35.

74) Vorläuf. Bericht Civiling. 20 (1874), p. 1. (Dort ist auch die Priorität von *de Saint-Venant* und *Wantzel* wieder aufgedeckt.) Ausführlicher in Therm. I (1. Aufl.), § 49–51.

75) Civiling. 20, p. 13 und Civiling. 23, p. 443.

76) Brüssel Mem. Acad. Roy. 156 (1886), Nr. 3; Ann. chim. phys. (6) 7

in einen evakuierten Raum einströmen und erreichte dadurch eine sehr einwandfreie Messung der Ausflussmengen. Die *Hirn'schen* Versuche bestätigen die früheren Ergebnisse; sonderbarer Weise glaubte *Hirn* selbst, indem er die Geschwindigkeit auch über das kritische Druckverhältnis hinaus mit der Formel $w = Gv_2/F$ berechnete, einen Widerspruch zwischen Theorie und Versuch nachgewiesen zu haben; seine Ansicht wurde von *Hugoniot*⁷⁷⁾ und *Parenty*⁷⁸⁾ 1886 widerlegt.

Parenty hat später⁷⁹⁾ 80), auf den *Hirn'schen* Versuchen fussend, eine empirische Näherungsformel von grosser Allgemeinheit angegeben. Er stellte fest, dass die Ausflussmenge G in ihrer Abhängigkeit von p_2 (vgl. Fig. 60) sehr nahe durch einen Ellipsenquadranten und dessen horizontale Tangente dargestellt werden kann. Es möge nun das Verhältnis $(p_1 - p_2)/p_1 = \delta$ und $(p_1 - p')/p_1 = \delta'$ gesetzt werden (p' = kritischer Mündungsdruck), ferner sei α_0 der Kontraktionskoeffizient, der der Mündung für Wasserausfluss unter Wasser zukommt; dann ist nach *Parenty* für beliebige Mündungen das Produkt $\delta' \cdot \alpha_0$ eine Konstante, ferner G_{\max} proportional $\sqrt{\alpha_0}$; die Konstanten werden so bestimmt, dass für $\alpha_0 = 1$ der adiabatische Ausfluss erhalten wird. Mit

$$\delta' \cdot \alpha = \delta'_0 = 1 - \left(\frac{x+1}{2x}\right)^{\frac{x}{x-1}} \quad (\text{vgl. p. 297})$$

wird

$$\text{für } \delta < \delta' : \frac{G}{F} = 2\alpha_0 \sqrt{g\delta'_0 p_1 v_1 \cdot \delta \left(1 - \frac{\alpha_0}{2} \frac{\delta}{\delta'_0}\right)},$$

$$\text{für } \delta > \delta' : \frac{G}{F} = \delta'_0 \cdot \sqrt{2\alpha_0 g p_1 v_1};$$

von den Koeffizienten δ'_0 und α_0 der vorstehenden Formeln hängt der eine nur von der Gasart ab, der andere nur von der Mündungsform. Neuerdings hat *Parenty* an Hand der *Rateau'schen* Versuche (s. u.) die Anwendbarkeit seiner Formeln für Dampfausfluss gezeigt⁸¹⁾. Ferner hat *Boussinesq*⁸²⁾ gezeigt, dass — für adiabatischen Ausfluss — eine Reihenentwicklung nach δ die *Parenty'sche* Ellipsenformel als zweite, bereits sehr befriedigende Näherung ergibt.

(1886), p. 289; Recherches expérimentales sur la limite de vitesse que prend un gaz etc., Paris 1886.

77) Paris C. R. 102 (1886), p. 1545.

78) Paris C. R. 103 (1886), p. 125.

79) Paris C. R. 113 (1891), p. 184; 116 (1893), p. 1120; 119 (1894), p. 419.

80) Ann. chim. phys. (7) 8 (1896), p. 5.

81) Ann. des mines (10) 2 (1902), p. 403.

82) J. des Mathem. (5) 10 (1904), p. 79.

In neuerer Zeit (1897) hat auch *Zeuner*⁸³⁾ Luftausflussversuche mit einem Vakuumkessel gemacht, die ihn zu einer neuen Hypothese geführt haben; besonders Versuche mit grossen Widerständen führen ihn auf die Beziehung, „dass die Luft in den leeren Raum mit der dem Zustande der Luft in der Mündung entsprechenden Schallgeschwindigkeit $w_s = \sqrt{\kappa g p v}$ ausströmt, welche Widerstände hierbei auch beim Hinströmen nach der Mündung vorliegen mögen“. Diese Geschwindigkeit ergibt sich aus (d) zu

$$w_s = \sqrt{\frac{2g\kappa}{\kappa + 1} p_1 v_1}.$$

Die Ausflussmenge wird hierbei

$$G = F_0 \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{n-1}} \sqrt{\frac{2g\kappa}{\kappa + 1} \frac{p_1}{v_1}}.$$

Wie *W. Schüle*⁸⁴⁾ nachwies, ist das Maximum der älteren *Zeuner*'schen Formel, die unter dem kritischen Druckverhältnis weiter gelten sollte, grösser als der vorstehende Wert; man kann indes diesen Wert durch verschiedenes n in beiden Formeln mit dem Maximum zusammenfallen lassen. — *Zeuner*'s Versuche ergaben — für Druckverhältnisse über dem kritischen Wert — den Ausflussexponenten n zu 1,375 bis 1,38; dieses entspricht Werten von $\xi = 0,065$ bis 0,055.

Über den Ausfluss von *Dampf*⁸⁵⁾ sind nach *Napier* von verschiedenen Versuche angestellt worden. So hat *Zeuner* 1870 Ausflussversuche mit Hilfe eines Injektors (Dampfstrahlpumpe) gemacht (erst 1890 veröffentlicht⁸⁶⁾). Ferner sind zu erwähnen die Versuche von *C. H. Peabody* und *L. H. Kuhnhardt*⁸⁷⁾ (mit Messung des Mündungsdruckes), von *Parenty*⁸⁰⁾, von *Rosenhain*⁸⁸⁾ (mit Messung der Reaktion der ausfliessenden Strahlen, bei verschiedenen Mündungen, auch konisch erweiterten Rohren, vgl. Nr. 20), von *Gutermuth* und *Blaess*⁸⁹⁾ (mit verschiedenen Mündungen, Röhren und Düsen, wie sie bei Dampf-

83) Therm. I (2. Aufl.), p. 242 u. 256.

84) *Dingler's Polyt. Journ.* 318 (1903), p. 355, 369 u. 388.

85) Ein zusammenfassender Bericht über ältere Versuche (auch solche mit Luft) findet sich bei *R. Kolster*, *Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing.* 11 (1867), p. 433 u. 711 u. 12, p. 97. Besonders genannt seien die Versuche von *Tremery*, *Ann. des mines* (3) 20 (1841), p. 343 und von *Minary* und *Résal*, *Ann. des mines* (5) 19 (1861), p. 379 (deutsch im *Civiling.* 8 (1862), p. 101).

86) Therm. II, § 25.

87) *Trans. Am. Soc. of Mec. Ing.* 1890; Bericht im *Engineering* 49 (1890), p. 64.

88) *Proc. Instit. of Civ. Ing.* 140 (1900), p. 199.

89) *Phys. Ztschr.* 4 (1902), p. 82; *Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing.* 48 (1904), p. 75 = *Forschungsarb. Heft* 19 (1904), p. 45.

turbinen und bei den Schiebern der Dampfmaschinen in Verwendung stehen). Diesen Versuchen, bei denen die Ausflussmengen durch die kondensierten Wassermengen gemessen wurden, stehen Versuche von A. Rateau⁹⁰⁾ gegenüber, bei denen die Dampfmen gen durch die an das Kühlwasser abgegebenen Wärmemengen bestimmt wurden. Durch gleichzeitige Messung der Dampffuchtigkeit können diese Versuche für besonders zuverlässig gelten; sie liefern das Resultat, dass die Ausflussmengen für abgerundete Mündungen bei grossen Druckunterschieden sehr gut durch die Formeln für verlustlose Strömung dargestellt werden; die Rateau'sche Formel

$$G/\alpha' F_0 = p_1 (0,01904 - 0,00096 \log^{10} p_1),$$

wo p und F_0 auf Metermass bezogen sind, stimmt sehr genau mit der Grashof'schen Formel p. 300 überein; die älteren Versuche hatten, wohl durch mangelnde Trockenheit des Dampfes ent stellt, grössere Werte ergeben. Für mässige Druckunterschiede liegen die Rateau'schen Zahlen bis zu 5% unter den theoretischen Werten.

Bemerkenswert ist auch die von Rateau gefundene Thatsache, dass der Kontraktionskoeffizient für Öffnungen in dünner Wand, dargestellt durch das Verhältnis der hier auftretenden Ausflussmenge zu der bei abgerundeter Öffnung, sowohl für Dampf als auch für Gase (Versuche von Hirn) bis zu Drucken $p_2 = 0,45 p_1$ herab sehr genau eine lineare Funktion des Druckverhältnisses ist, z. B. für Dampf

$$\alpha_1 = 0,645 + 0,35(p_1 - p_2)/p_1.$$

Ausfluss von heissem Wasser. Über den Ausfluss von Wasser aus dem Wasserraum eines Dampfkessels — also Wasser von der dem Druck p_1 entsprechenden Siedetemperatur — wurden von den Ingenieuren Pulin und Bonnin 1890 Versuche angestellt, über die Sauvage⁹¹⁾ berichtet hat. Die Ergebnisse weichen vollständig von den theoretischen Resultaten Zeuner's⁶⁸⁾ ab, die Ausflussmengen waren 10—12mal so gross, als die theoretischen. Zeuner⁹²⁾ erklärte später die Differenz durch die Annahme einer verzögerten Verdampfung des Wassers, wodurch der Ausflussvorgang sich mehr dem Ausfluss kalten Wassers näherte.

Neuerdings haben unabhängig voneinander A. Rateau⁹³⁾ und A. Fliegner⁹⁴⁾ nachgewiesen, dass man unter Beachtung des de Saint-

90) Rev. de mécanique 7 (1900), p. 167; Ann. des mines (10) 1 (1902), p. 5.

91) Ann. des mines (9) 2 (1892), p. 192.

92) Therm., 2. Aufl., § 22.

93) Rev. de mécanique 9 (1901), p. 660 = Ann. des mines (10) 1 (1902), p. 59.

94) Schweiz. Bauztg. 45 (1905), p. 282 und 306.

Venant-Wantzel'schen Prinzipes bedeutend höhere Ausflussmengen erhält, als *Zeuner* gefunden hatte. Nach *Fliegner* ergibt sich z. B. für $p_1 = 6$ atm (absolut) das Maximum der Ausflussmenge für 1 qcm Öffnungsquerschnitt zu 0,42 kg/sec bei einem Mündungsdruck $p' = 5,4$ atm, während *Zeuner* unter Annahme eines Mündungsdruckes von 1 atm die Zahl 0,108 erhalten hatte.

Beide Autoren zeigen ferner, dass sich noch viel grössere Ausflussmengen ergeben, wenn man annimmt, dass die Temperatur des ausfliessenden Wassers um einige Grade unter dem dem Kesseldruck entsprechenden Siedepunkt liegt; *Rateau* und *Fliegner* verwerten dieses Ergebnis zu einer Erklärung der auch gegen ihre Zahlen noch dreimal grösseren Versuchswerte von *Pulvin* und *Bonnin*. *Fliegner* berechnet u. a., dass bei 6 atm Dampfspannung für die Verdreifachung der Ausflussmenge 6⁰ Temperaturerniedrigung ausreichend sind. Indes zeigen neue, noch unveröffentlichte Versuche von *J. Adam*⁹⁵⁾, dass die *Zeuner*'sche Erklärung durch verzögerte Verdampfung die zutreffendere ist. *Adam* findet bei vergleichenden Versuchen mit heissem und kaltem Wasser, dass das Verhältnis der Ausflussmengen von heissem und kaltem Wasser (bei 6 atm) von 0,91 bei Öffnungen in dünner Wand bis auf 0,56 bei kurzer abgerundeter Mündung und weiter auf 0,44 bei einem mässig langen Ansatzrohr herabsinkt.

19. Strömungswiderstände. Man pflegt die bei den Strömungsbewegungen auftretenden Widerstände in kontinuierlich verteilte und in konzentrierte einzuteilen, je nachdem es sich um die hemmende Wirkung eines längeren Rohres oder einer örtlichen Unregelmäßigkeit (plötzliche Verengung, Erweiterung, Richtungsänderung usw.) handelt. Das übliche Mass für den Widerstand bildet die durch Gl. (b) definierte Widerstandshöhe z , bezw. ein durch Vergleich mit der Geschwindigkeitshöhe $w^2/2g$ gewonnener Widerstandskoeffizient.

a) Über die *konzentrierten Widerstände* ist, abgesehen von den im vorigen Abschnitt behandelten Ausflusswiderständen, wenig Literatur vorhanden. Ein Versuch, die Vorgänge bei plötzlichen Verengungen und Erweiterungen eines Rohres zu berechnen, findet sich bereits bei *Navier*⁵¹⁾. Er glaubt jedoch, die Widerstandshöhe bei plötzlicher Rohrerweiterung einfach, wie bei inkompressiblen Flüssigkeiten⁹⁶⁾, als *Carnot*'schen Stossverlust

$$z = \frac{(w_1 - w_2)^2}{2g}$$

95) Ausgeführt im Laboratorium für technische Physik zu München.

96) Vgl. Encykl. IV 20, 7 (*Forchheimer*).

setzen zu dürfen. Erst *Grashof*⁹⁷⁾ zeigte 1875, dass man bei kompressiblen Flüssigkeiten im Falle einer plötzlichen Rohrerweiterung

$$z = \frac{(w_1 - w_2)^2}{2g} + p_1(v_1 - v_2) + \int_1^2 p dv$$

setzen müsse. Im besonderen entwickelte er⁹⁸⁾ unter Berücksichtigung der Wärmevorgänge die Formeln für einen Widerstandskoeffizienten, der nach dem Muster der Hydraulik

$$\xi = \frac{2gz}{w^3}$$

gesetzt wird, unter der vereinfachenden Annahme, dass die Zustandsänderung während der Einwirkung des Widerstands als eine Polytrope $p v^m = \text{const.}$ angenommen werden darf. Mit diesen Formeln unterzieht er einige Versuche von *Weisbach*^{68) 69)} über Knieröhren usw. einer Neuberechnung. Er entwickelt auch die Beziehungen für den Widerstand einer plötzlichen Verengung mit darauffolgender Erweiterung und erläutert die ziemlich verwickelten Formeln durch Zahlenbeispiele.

Anmerkung. Mit der eben besprochenen Aufgabe ist durch die Art der Behandlung (Anwendung des Satzes von der Bewegungsgrösse⁹⁹⁾) die Theorie der *Strahlapparate* verwandt. Es gehört zu diesen das Lokomotivenblasrohr (vgl. hierüber die Monographie von *Zeuner*⁶¹⁾), ferner das Dampfstrahlgebläse; grosses theoretisches Interesse bietet auch die Dampfstrahlpumpe von *Giffard* (der sogenannte Injektor, dessen wärmetheoretische Analyse auch von *Zeuner*¹⁰⁰⁾ gegeben worden ist), sowie der Strahlkondensator von *Körting*.

Die Behandlung dieser Dinge musste hier unterbleiben, da eine Anzahl Beziehungen, die besser in die Referate über Hydraulik passen, hierzu hätten erörtert werden müssen. Die Eigenart der vorgenannten Apparate erlaubt fast durchgängig, die wärmetheoretische Bestimmung der in ihnen auftretenden Mischungsvorgänge, ohne Hinzunahme der Dynamik, vorweg zu behandeln. In dynamischer Beziehung unterscheiden sie sich in nichts anderem von den im Artikel IV 21 (*Grübler*) zu behandelnden Strahlpumpen, als dass das Mischungsvolumen nicht gleich der Summe der zuströmenden Volumina ist, sondern sich durch die vorhergehende thermische Untersuchung bestimmt.

97) Masch.-L. § 76.

98) Masch.-L. § 108.

99) Encykl. IV 20, 2b (*Forchheimer*).

100) *Civiling.* 6 (1860), p. 311; vgl. auch p. 322.

b) Die *kontinuierlichen Widerstände* werden hier durchgängig nach dem in der Hydraulik üblichen Ansatz¹⁰¹⁾

$$dz = \xi_1 \frac{w^2}{2g} dx$$

in Rechnung gesetzt; dx bedeutet dabei ein Längenelement in der Rohraxe gemessen, ξ_1 einen Widerstandskoeffizienten, der zumeist als Funktion des Rohrquerschnitts angesehen wird, manchmal aber als auch von der Geschwindigkeit abhängig betrachtet wird. *Girard*¹⁰²⁾, *Navier*⁶¹⁾ und andere setzten, ganz entsprechend den Ansätzen in der Hydraulik $\xi_1 = \beta \times \text{Umfang} : \text{Fläche des Querschnitts}$, also für den Kreisquerschnitt (Durchmesser d)

$$\xi_1 = \frac{4\beta}{d}.$$

Bezüglich der Werte von β (eine reine Zahl) ergeben die verschiedentlich angestellten Versuchsreihen sehr widersprechende Resultate. Während ältere Experimente¹⁰³⁾ sowie auch neuere von *Zeuner*¹⁰⁴⁾ für Rohrdurchmesser von 0,5 ~ 3 cm β ziemlich konstant = 0,00594 ~ 0,0064 ergeben, zeigen andere Versuche merkliche Abhängigkeit vom Durchmesser und von der Geschwindigkeit; die von *Grashof*¹⁰⁵⁾ neu-berechneten Versuche von *Weisbach*⁶⁸⁾ ⁶⁹⁾

$$(d = 1 \sim 2,5 \text{ cm}, \quad w = 30 \sim 110 \text{ m/sec})$$

werden gut durch die Formel

$$\beta = \frac{0,0028}{d^{0,86} w^{0,1675}}$$

dargestellt (d und w in Metern). Die Versuche an technischen Druckluftleitungen¹⁰⁶⁾ ($d = 7 \sim 30$ cm) ergaben β unabhängig von w , nämlich

$$\beta = \frac{0,00242}{d^{0,81}}.$$

Ein ähnliches Gesetz wurde übrigens auch schon früher (für $d = 1 \sim 3$ cm) von *Pecqueur*⁶⁵⁾ gefunden: $\beta = \text{const}/d^{\frac{1}{2}}$. In den theoretischen Arbeiten über die Strömung mit Widerständen (vgl. hierüber den folgenden Abschnitt), wird ξ_1 ausnahmslos als unabhängig von der Geschwindigkeit, also als Funktion des Durchmessers allein eingeführt.

101) Encykl. IV 20, 4 (*Forchheimer*).

102) Ann. chim. phys. 16 (1821), p. 129 = Ann. Phys. Chem. (2) 2 (1824), p. 59.

103) Vgl. ⁵⁰⁾ (*Aubuisson, Buff*), ⁵⁵⁾ (*Pecqueur*).

104) Therm. I, 2. Aufl., § 48.

105) Masch.-L., § 106.

106) Eine Zusammenstellung davon findet sich bei *H. Lorenz*, Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing. 36 (1892), p. 621 u. 835.

20. Strömung durch Röhren und Düsen¹⁰⁷⁾. Die verlustfreie Strömung durch Röhren von veränderlichen Querschnitt ist bereits in Nr. 17 besprochen. Hier handelt es sich also um das Studium der durch Widerstände beeinflussten Bewegungen. Die kontinuierlichen Widerstände werden in der in voriger Nummer dargelegten Weise in Ansatz gebracht; der Koeffizient ξ_1 pflegt dabei als eine im übrigen beliebige Funktion des Rohrdurchmessers betrachtet zu werden.

Schliesst man Wärmeleitung aus¹⁰⁸⁾, so lauten die Grundgleichungen (a), (b) und (d) hier:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & Gv = Fw, \\ \text{(b)} \quad & wdw + gvdp + \xi_1 \frac{w^2}{2} dx = 0, \\ \text{(d)} \quad & w^2 = 2g(i_1 - i); \end{aligned}$$

i_1 ist dabei die Erzeugungswärme im Anfangszustand $p_1 v_1$, bei welchem $w = 0$ ist. Ist i als Funktion von p und v gegeben, so lassen sich aus Gl. (a) und (d) bei bekanntem p , F und G die Grössen v und w bestimmen, eine für Auswertung von Versuchen sehr nützliche Beziehung¹⁰⁹⁾. Hat man hierdurch v und w kennen gelernt, so liefert Gl. (b) Aufschluss über ξ_1 .

Durch Elimination von dv und dw kann $\frac{dp}{dx}$ als Funktion von p , v , ξ_1 und $\frac{1}{F} \frac{dF}{dx}$, oder, nach Vorstehendem, wenn noch F und ξ_1 als Funktionen von x gegeben sind, als Funktion von p , x und G erhalten werden. Für ein gegebenes G lässt sich also die Aufgabe auf die Lösung einer Differentialgleichung $\frac{dp}{dx} = f(p, x)$ zurückführen.

Diesen Weg haben *H. Lorenz*¹¹⁰⁾ und *L. Prandtl*¹¹¹⁾ — unter der vereinfachenden Annahme des Gasgesetzes — beschrieben. In seiner allgemeinen Bedeutung scheint er von *A. Stodola*¹¹²⁾ zuerst klar erkannt worden zu sein. Auf demselben Gedanken beruht auch das

107) Vgl. hiermit Encykl. IV 20 (*Forchheimer*) 5 b) und d).

108) Auf die *Grashof'sche* Theorie der Luft- und Dampfbewegung in Röhren mit Wärmeleitung ist schon hingewiesen worden⁹⁸⁾. Die Besprechung der ziemlich verwickelten Rechnungen mag hier unterbleiben, da sich weitere Arbeiten nicht daran angeknüpft haben.

109) Anscheinend unabhängig von *Stodola*¹¹²⁾ und *Büchner*⁴²⁾ gefunden; in etwas anderer Weise von *A. Fliegner*¹¹⁵⁾ benutzt.

110) Phys. Zeitschr. 4 (1903), p. 333 = Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing. 47, p. 1600.

111) Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing. 48 (1904), p. 348.

112) Dampfturb. § 26 (§ 7).

zeichnerische Verfahren von *G. Fanno*¹¹³), der im *T-s*-System mit Hilfe der Kurven $i = \text{const.}$ und $v = \text{const.}$ unter Anwendung von Gl. (a) und (d) Kurven $\frac{G}{F} = \text{const.}$ ermittelt, und dann für eine gegebene Röhre u. s. w. die zu einem bestimmten G gehörige Zustandskurve durch schrittweises Vorgehen gewinnt.

Für permanente Gase findet man mit $i = \frac{\kappa}{\kappa - 1} p v$, dass hier w einfach als Funktion von $\frac{p F}{G}$ dargestellt werden kann. Zur Diskussion von $\frac{dp}{dx}$ wird zweckmässig die dem jeweiligen Zustande p, v entsprechende Schallgeschwindigkeit $a = \sqrt{\kappa g p v}$ eingeführt.

Erreicht die Strömungsgeschwindigkeit irgendwo die Schallgeschwindigkeit, so ist dies immer für den aus (d) erhältlichen unveränderlichen Wert

$$w = a' = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa + 1} g p_1 v_1}$$

der Fall (*Zeuner*⁸³), *Lorenz*¹¹⁰). Das am meisten Ausschlag gebende Glied der Formel für $\frac{dp}{dx}$ hat den Faktor

$$\frac{2}{F} \frac{dF}{dx} - \kappa \xi_1 \frac{w^2}{a^2 - w^2};$$

man sieht, dass $\frac{dp}{dx}$ sein Vorzeichen wechselt, je nachdem w kleiner oder grösser ist als die Schallgeschwindigkeit. Für $w = a$ wird $\frac{dp}{dx} = \infty$, wenn nicht gleichzeitig der Zähler des Bruches = 0 wird. Dies trifft indes regelmässig zu, wenn in einem Rohr mit stetig veränderlichem $\frac{dF}{dx}$ die Schallgeschwindigkeit im Sinne wachsender Geschwindigkeit überschritten wird. Die Einzelheiten dieses Wertes $\frac{0}{0}$ wurden von *R. Proell*¹¹⁴) einer genaueren Feststellung unterzogen. (Vgl. auch p. 312.)

Die vorstehenden Beziehungen haben spezielle Anwendung gefunden, einmal auf das gerade cylindrische Rohr, dann in neuester Zeit auf das kegelförmige Rohr und die *Laval'sche* Dampfturbinendüse. Um diese Beispiele sei deshalb die weitere Besprechung gruppiert.

a) *Cylindrisches Rohr.* Diese Aufgabe wurde, soweit es bei dem damaligen Stande der Kenntnisse möglich war, bereits von *Navier*⁵¹) 1829 gelöst. Er verwendet — neben den Gleichungen (a) und (b) —

113) Dampfturb. § 28.

114) Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing. 48, p. 349.

an Stelle der ihm unbekanntem Gleichung (d) das einfache *Mariotte*-sche Gesetz $p v = \text{const.}$ Seine Formeln sind übrigens auch nach dem heutigen Standpunkte noch richtig, wenn man die Aufgabe so stellt, dass durch einen vollkommenen Wärmeaustausch mit der Umgebung das Gas in der Röhre auf konstanter Temperatur gehalten wird. *Navier* findet $p \cdot w = \text{const.}$ und erhält durch Integration

$$g(p_1^2 - p^2) = \left(\frac{G}{F}\right)^2 p_1 v_1 \left(\xi_1 x + 2 \log \frac{p_1}{p}\right) \quad (p = p_1 \text{ für } x = 0),$$

woraus sich das Ausflussgewicht bei gegebener Druckdifferenz ergibt. Für sehr lange Leitungen erhält man nach Unterdrückung von $\log \frac{p_1}{p}$ die Näherungsformel

$$p = p_1 \sqrt{1 - \frac{w_1^2}{g p_1 v_1} \xi_1 x}.$$

Die Strömung der Luft in einem Rohr ohne Wärmemitteilung wurde von *Grashof*⁸⁷⁾ 1863 untersucht. Mit der von *Zeuner*⁸⁸⁾ eingeführten Schallgeschwindigkeit $a' = \sqrt{\frac{2g \kappa p_1 v_1 + (\kappa - 1) w_1^2}{\kappa + 1}}$ erhält man

$$\frac{2\kappa}{\kappa + 1} \xi_1 (l - x) = \frac{a'^2}{w^2} - 1 + 2 \log \frac{w}{a'}.$$

Die Integrationskonstante l bedeutet die maximale beim Strömungszustand p_1, v_1, w_1 mögliche Rohrlänge. Für $x = l$ wird $w = a'$ und $\frac{dw}{dx} = \infty$. Der obiger Formel entsprechende Druckverlauf (aus Gl. (a)

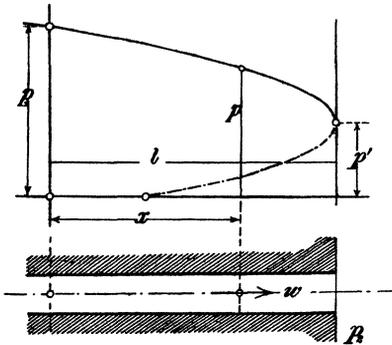


Fig. 61.

und (d) zu gewinnen) ist in Fig. 61 dargestellt; er ist durch Versuche von *Fliegner*¹¹⁵⁾ und *Zeuner*⁸⁸⁾ gut bestätigt. Sobald der Aussendruck p_2 hinter dem Rohrende $\leq p'$ ist, ist im Endquerschnitt $w = a'$.

b) *Kegelförmiges Rohr.* Die Strömung eines Gases durch ein kegelförmig erweitertes Rohr wurde unter der Annahme eines konstanten Widerstandskoeffizienten β (vgl. Nr. 19 b) von *R. Proell*¹¹⁶⁾ theoretisch behandelt.

Ist der Radius eines Querschnitts $r = r_1 + \alpha x$, so ergibt sich die Geschwindigkeitsverteilung aus der Formel

$$\frac{a'^2}{w^2} \left(\frac{w^2}{a'^2} - \varepsilon\right)^{1-\varepsilon} = \text{const. } r^4,$$

115) Schweiz. Bauzeitg. 31 (1898), p. 68, 78, 84.

116) Zeitschr. f. d. gesamte Turbinenwesen 1 (1904), p. 161 u. 2 (1905), p. 151.

wobei a' dieselbe Bedeutung wie im vorigen Absatz hat, und

$$\varepsilon = \frac{\alpha(x+1)}{\alpha(x-1) + \beta x}$$

ist. Eine Diskussion der *Proell'schen* Formeln ergibt das bemerkenswerte Resultat, dass (bei hinreichend schlanken Kegeln) jedem Erweiterungsverhältnis α eine Geschwindigkeit $w' = a' \sqrt{\varepsilon}$ entspricht, die sich in der ganzen Erstreckung des Rohres konstant erhält. Ist $\alpha < \frac{1}{2} \beta x$, so ist $w' < a'$ und es treten für $w > w'$ ähnliche Verhältnisse auf wie beim cylindrischen Rohr (Zustreben der Geschwindigkeit auf die Schallgeschwindigkeit u. s. w.). Für $\alpha > \frac{1}{2} \beta x$, also $w' > a'$, nähert sich die Geschwindigkeit asymptotisch dem Wert w' oder Null, je nachdem sie grösser oder kleiner als a' ist. Für $\alpha = \frac{1}{2} \beta x$ ($w' = a'$) ergibt sich bemerkenswerter Weise ein solcher Geschwindigkeitsverlauf, dass die Geschwindigkeit der Querschnittsfläche umgekehrt proportional ist; die zugehörige Zustandsänderung ist eine Kompression bei konstantem Volumen.

c) *Dampfturbinendüse von De Laval*. Um die im Dampf verfügbare Arbeit in möglichst regelmässiger Expansion in die kinetische Energie eines Dampfstrahls zu verwandeln, hat der schwedische Ingenieur *De Laval* 1889 eine Düse (Strahlrohr) angewandt, die hinter dem engsten Querschnitt kegelförmig erweitert ist.

Die Theorie der verlustfreien Strömung in derartigen Düsen ist bereits in Nr. 17 enthalten; vergl. auch *Zeuner*, Theorie der Turbinen¹¹⁷).

Für die praktische Berechnung der mit gesättigtem und überhitztem Wasserdampf betriebenen Düsen hat *R. Proell*¹¹⁸) eine nach *d'Ocagne'schen* Methoden¹¹⁹) entworfene graphische Rechentafel herausgegeben. Eine graphische Konstruktion mit Hilfe des *T-s*-Diagramms, die auch eine summarische Berücksichtigung der Widerstände erlaubt, wurde von *A. Koob*¹²⁰) angegeben.

Zur Untersuchung der Strömung mit Widerständen kann man (nach *Prandtl*¹¹¹) in dem Koordinatensystem von p und x die zu einem bestimmten Wert von G gehörigen Kurven gleicher Geschwindigkeit zeichnen (vgl. p. 308) — die gestrichelten Linien in Fig. 62 — und dann für eine Anzahl über die Ebene verteilter Punkte die Richtung

117) Leipzig 1899, p. 267 u. f.

118) Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing. 48 (1904), p. 1418.

119) Vgl. Encykl. I F 46 von *Mehmke*.

120) Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing. 48 (1904), p. 275, 660, 754.

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dp}{dx}$ auftragen, woraus sich die Strömungskurven — die ausgezogenen Linien — ergeben.

Für den Doppelpunkt dieser Kurvenschar tritt der p. 309 erwähnte Fall $\frac{0}{0}$ ein. Für den Anfangsdruck p_1 , dem kleinsten, bei dem die Menge G noch durch die Düse getrieben werden kann, ergeben sich wieder zwei verschiedene Enddrücke p_o und p_u .

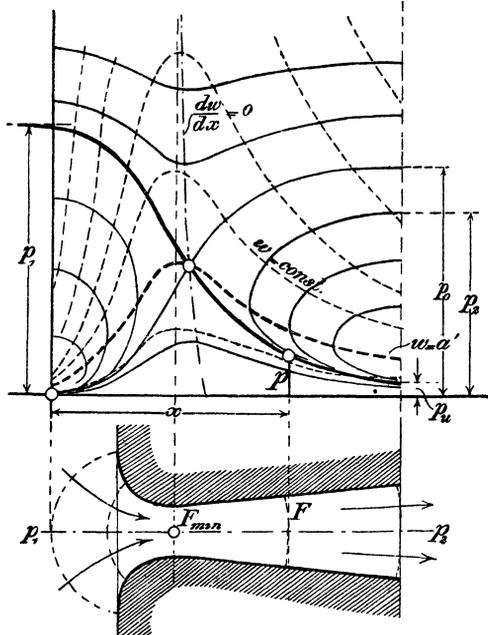


Fig. 62.

Versuche von A. Fliegner¹¹⁵⁾, A. Stodola⁴¹⁾¹²¹⁾ und K. Büchner¹²²⁾ haben gezeigt, dass sich bei Gegendrücken p_2 zwischen p_o und p_u ein Übergang von der stark gezeichneten Linie zu der auf p_2 führenden einstellt. Dieser Übergang wurde von Stodola¹²¹⁾ als „Verdichtungsstoss“ gedeutet (entsprechend den Riemann'schen Diskontinuitäten bei Luftwellen mit endlichen Druckunterschieden)¹²³⁾.

Ist bei einem stationären Verdichtungsstoss der Zustand vor der Diskontinuität (p' , v' , w') gegeben, so ergibt sich daraus nach Stodola der Zustand nach dem Stoss (p'' , v'' , w'') aus den Gleichungen:

121) Dampfturb. § 24 (§ 4).

122) Dessen Abhandlung⁴²⁾ enthält auch eine Zusammenstellung verschiedener früherer Versuche.

123) Encykl. IV 19, 8 (Art. Zemplén)

$$\begin{aligned}
 (a^*) \quad & \frac{w'}{v'} = \frac{w''}{v''}, \\
 (b^*) \quad & \frac{w'^2}{v'} - \frac{w''^2}{v''} = g(p'' - p'), \\
 (d^*) \quad & w'^2 - w''^2 = 2g(i'' - i').^{124)}
 \end{aligned}$$

In ihrer Anwendung auf permanente Gase wurde die Theorie des Verdichtungsstosses von *Prandtl*¹¹¹⁾ und *Proell*¹²⁵⁾ weiter ausgearbeitet; u. a. ergibt sich, bei Einführung der Schallgeschwindigkeit a' (vgl. p. 309) die einfache Beziehung: $w'w'' = a'^2$; da immer $w' > w''$ ist, so folgt hieraus, dass zum Zustandekommen eines Verdichtungsstosses $w' > a'$ sein muss.

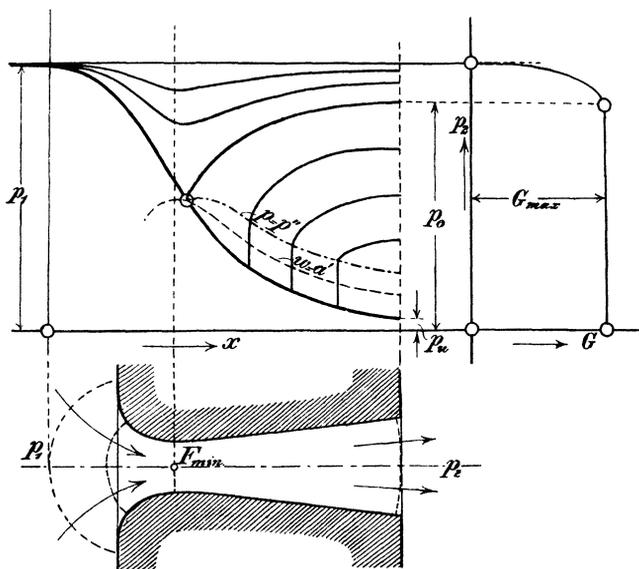


Fig. 63.

Die nach der vorstehenden Theorie für eine Lavaldüse bei einem bestimmten Anfangszustand p_1, v_1 sich ergebenden Druckkurven sind in Fig. 63 dargestellt. Das Ausflussgewicht G ist zwischen $p_2 = p_1$ und $p_2 = p_0$ veränderlich, für $p_2 < p_0$ konstant = G_{max} (was durch Versuche⁸⁹⁾ gut bestätigt ist).

Anm.: In cylindrischen Röhren sind für $w > a'$ ebenfalls Verdichtungsstöße möglich.

124) Bei *Riemann* selbst ist statt Gl. (d*) die Beziehung $p = \varphi(v)$ angenommen, was vom Standpunkt der Wärmetheorie aus unzulässig ist.

125) Zeitschr. f. d. ges. Turbinwesen 1 (1904), p. 161.

21. Stationäre Wellen in einem freien Gasstrahl. E. Mach und P. Salcher¹²⁶) entdeckten 1889 bei der optischen Untersuchung von Strahlen ausströmender Druckluft (Schlierenmethode) deutlich ausgeprägte stationäre Wellen. Die Erscheinung wurde später an Luft und anderen Gasen von L. Mach¹²⁷) und R. Emden¹²⁸), an Wasserdampf von P. Emden¹²⁹), ebenfalls mit Hilfe von optischen Methoden genauer untersucht. Druckbeobachtungen sind von Parenty¹³⁰) und Stodola¹³¹) gemacht worden. Parenty fand die Strahlform abhängig von dem Verhältnis $\frac{p'}{p_2}$ der Drücke in und vor der Mündung (über den Mündungsdruck p' vgl. p. 297). Im Einklang damit ist die von R. Emden (für kegelförmig verengte Mündungen, engster Durchmesser d') aufgestellte Gesetzmässigkeit zwischen der Wellenlänge λ und obigem Druckverhältnis:

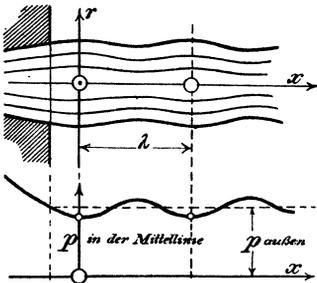


Fig. 64.

$\lambda = 1,24 d' \sqrt{\frac{p'}{p_2} - 1}$.

Eine Theorie der Wellen mit sehr kleinen Amplituden gab L. Prandtl¹³²). Er findet für einen Strahl von Kreisquerschnitt (Cylinderkoordinaten r und x , vgl. Fig. 64) das Strömungspotential

$$\varphi = \bar{w}x + a \sin \beta x J_0 \left(\beta r \sqrt{\frac{\bar{w}^2}{a^2} - 1} \right).$$

Aus der Grenzbedingung ergeben sich die möglichen Wellenlängen zu

$$\lambda_n = \frac{2\pi}{\beta_n} = \bar{d} \frac{\pi}{\alpha_n} \sqrt{\frac{\bar{w}^2}{a^2} - 1},$$

wobei \bar{w} die mittlere Geschwindigkeit im Strahl, \bar{d} den mittleren Strahldurchmesser und α_n die n^{te} Wurzel der Bessel'schen Funktion J_0 bedeutet. β_n ist mittels der letzten Gleichung durch α_n erklärt und für β ist in der vorletzten Gleichung einer der Werte β_n einzutragen.

126) Wien Ber. 98^{2a} (1889), p. 1303; Ann. d. Phys. (3) 41, p. 144.

127) Wien Ber. 106^{2a} (1897), p. 1025.

128) Über die Ausströmungserscheinungen permanenter Gase, Leipzig 1899. Auszüglich in Ann. d. Phys. (3) 69 (1899), p. 264.

129) Die Ausströmungserscheinungen des Wasserdampfes, Diss. Basel (München) 1903.

130) Paris C. R. 118 (1894), p. 183; Ann. chim. phys. 12 (1897), p. 289.

131) Dampfturb. § 35 (§ 11).

132) Phys. Zeitschr. 5 (1904), p. 599.

Aus dem Auftreten von stationären Wellen haben *Parenty*¹³⁰⁾, *R. Emden*¹²⁸⁾ und *A. Fliegner*¹³³⁾, indem sie dieselben als ebene Schallwellen betrachteten, geschlossen, dass der Strahl sich mit Schallgeschwindigkeit bewege und dass überhaupt die Geschwindigkeit eines stationären Gasstromes nicht über die Schallgeschwindigkeit hinauskommen könne¹³⁴⁾. Die Expansionsarbeit von p' (Mündungsdruck) bis p_2 (Aussendruck) sollte dabei vollständig in „Wellenenergie“ verwandelt werden. Dem gegenüber lehrt die vorstehende Beziehung für die Wellenlänge, dass diese stationären Wellen, die im Gegensatz zu Schallwellen auch Transversalbewegung aufweisen, nur möglich sind, wenn die Strahlgeschwindigkeit \bar{w} grösser als die Schallgeschwindigkeit ist.

Bei den beobachteten Wellen finden sich meist gut ausgeprägte Diskontinuitäten vor, die mit den *Mach'schen* Geschosswellen¹³⁵⁾ Ähnlichkeit haben. Aus ihren Winkeln lassen sich wie dort Schlüsse auf die Geschwindigkeit $w (> a)$ ziehen¹²⁶⁾¹²⁷⁾¹¹¹⁾. Dass die von der Theorie geforderten hohen Geschwindigkeiten wirklich erreicht werden (auch bei gewöhnlichen Mündungen durch Expansion hinter dem Ausflussrohr), ergibt sich auch aus den Beobachtungen des Stossdruckes von Dampfstrahlen von *Delaporte*¹³⁶⁾ und *E. Lewicki*¹³⁷⁾.

Bemerkung. An dieser Stelle möge eine Untersuchung von *A. Stodola* und *A. Hirsch*¹³⁸⁾ über zweidimensionale Strömung eines Gases Erwähnung finden, in der unter der Annahme $p v = \text{const.}$ das Problem behandelt wird, dem bei inkompressiblen Flüssigkeiten die Strömung $X + i Y = (x + i y)^n$ entspricht.

22. Überströmen. a) *Überströmen im Beharrungszustande.* Zur Herabminderung des Druckes eines Gases oder Dampfes beim Überströmen von einem Raum in einen zweiten (zum „*Drosseln*“ desselben) werden Verengungen des Strömungsquerschnitts (durch Ventile, Klappen u. s. w.) angewandt. Ist die Geschwindigkeit weiter ab von der

133) Zürich Vierteljahrsschr. Naturf. Ges. 47 (1902), p. 21; Schweiz. Bauzeitg 43 (1904), p. 104 u. 140.

134) Die Ansicht, dass die Luft keine größere Geschwindigkeit als Schallgeschwindigkeit annehmen könne, wurde schon früher von *C. Holtzmann* (Lehrbuch des theor. Mechanik, Stuttgart 1861, p. 376) vertreten, mit der gleichfalls unzutreffenden Begründung, dass die Aussenluft nicht schneller als mit Schallgeschwindigkeit ausweichen könne.

135) Encykl. IV 18, 4, Fussnote 52 (*Cranz*).

136) Rev. de mécanique 10 (1902), p. 466.

137) Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing. 47 (1903), p. 441, 491, 525 = Forschungsarb. Heft 12, p. 73 u. f.

138) Dampfturb. § 95 (§ 35).

Verengung diesseits und jenseits gering genug, so dass die kinetische Energie dort ausser Betracht bleiben darf, so giebt Gleichung (d), wenn noch von Wärmezufuhr und Höhendifferenzen abgesehen wird:

$$i_1 = i_2.$$

Über den Anteil der „Drosselung“ am Kreisprozess der Kaldampfmaschine vgl. Nr. 14.

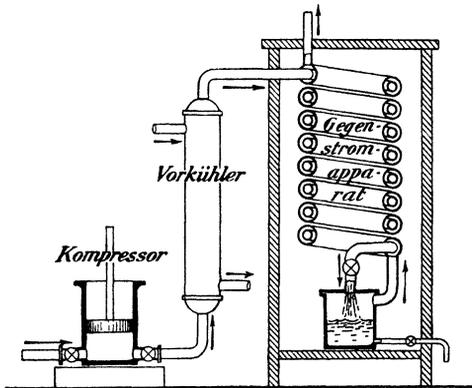


Fig. 65.

Bei idealen Gasen ergibt sich mit $i = \gamma_p T$ aus dem Vorstehenden $T_1 = T_2$. Joule und W. Thomson¹³⁹⁾ fanden diese Beziehung in ihren bekannten „Versuchen mit dem Watepfropfen“ bei den wirklichen Gasen nicht genau bestätigt; sie erhielten eine Abkühlung nach der Formel

$$\frac{dT}{dp} = \frac{C}{T^2}.$$

Für p in kg/m^2 ist bei Luft $C = 2$ zu setzen.

Diese Abkühlung bei Drosselung ist in dem Luftverflüssigungsverfahren von Linde¹⁴⁰⁾ technisch verwertet. Es wird hierbei (vgl. die Fig. 65) in einem Gegenstromapparat (Wärmeaustauscher) die unter einem sehr hohen Druck ankommende Luft durch die ihr entgegenkommende bereits entspannte Luft abgekühlt, so dass sich die Temperatur am untern Ende des Gegenstromapparates allmählich bis auf die Verflüssigungstemperatur erniedrigt.

b) *Überströmen bei konstantem Gefässvolumen.* Die Vorgänge beim Überströmen eines Gases oder Dampfes aus einem Gefäss in ein anderes, in dem der Druck geringer ist, wurden unter der Annahme, dass durch die Gefässwände keine Wärmeleitung stattfindet, und dass der augenblicklich mit wesentlicher kinetischer Energie behaftete Teil des Gases jederzeit nur einen zu vernachlässigenden Bruchteil der ganzen Gasmenge ausmacht, von J. Bauschinger¹⁴¹⁾ 1863 einer ausführlichen Behandlung unterzogen (vgl. auch Zeuner, Therm. I,

139) Encykl. V 3, 23 (Bryan).

140) Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing. 39 (1895), p. 1157 (Vortrag von Schröter); Ann. Phys. Chem. (3) 57 (1896), p. 328, „Erzielung niedrigster Temperaturen“.

141) Zeitschr. f. Math. u. Phys. 8 (1863), p. 81 u. 153 (Überströmen von Gasen), p. 429 (Überströmen von Wasserdampf). Dort findet sich weitere Litteratur.

§ 35, 37). Es seien V_1 und V_2 die beiden Volumina, G_1 und G_2 die anfänglichen Gas- (oder Dampf-) Gewichte¹⁴²⁾ in den Gefässen, G_x und G_y die augenblicklichen Gewichte.

Dann gelten die Beziehungen, dass das Gesamtgewicht und der gesamte Energiegehalt der beiden Gefässe konstant sind:

$$\begin{aligned} G_x + G_y &= G_1 + G_2, \\ G_x u_x + G_y u_y &= G_1 u_1 + G_2 u_2. \end{aligned}$$

Ferner ist $G_x v_x = V_1$ und $G_y v_y = V_2$.

Im Ausflussgefäss findet adiabatische Expansion des jeweils zurückgebliebenen Gasquantums statt; hierdurch bestimmt sich sehr einfach die zu einem gegebenen augenblicklichen Druck gehörige Energie dieses Gefässes und damit nach obigem auch die zugehörige des zweiten Gefässes. In diesem wird die Energie durch das Einströmen der Menge dG_y um $dG_y(u' + p_y v' + \frac{w'^2}{2g})$ vermehrt (u' , v' im Strahl hinter der Mündung). Für die Veränderung von u in beiden Gefässen erhält man so (mit $dG = dG_y = -dG_x$)

$$du_x = -p_x v_x \frac{dG}{G_x}; \quad du_y = (p_x v_x + u_x - u_y) \frac{dG}{G_y}.$$

Ist $u = f(p, v)$ gegeben, so ergeben sich Gleichungen für p_x und p_y als Funktionen der Gewichte G . Die Einführung der Zustandsgleichung (Berechnung von T) lehrt, dass als Kompensation zu der adiabatischen Abkühlung im ersten Gefäss im zweiten eine erhebliche Temperatursteigerung eintritt.

Für das Ende des Überströmens, das sich in endlicher Zeit vollzieht (bei kleineren Druckunterschieden ist diese Zeit dem Ausdruck $\frac{V}{\mu F_0 \bar{p}} \sqrt{\frac{p_1 - p_2}{2g\bar{v}}}$ proportional¹⁴³⁾), wird $p_x = p_y$; für permanente Gase stellt sich hierbei als Enddruck ein

$$p = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2}.$$

142) Hier nicht Gewichte pro Zeiteinheit, sondern einfache Gewichte!

143) Über den zeitlichen Verlauf der Ausfluss- und Einströmungsvorgänge findet man Notizen bei *de Saint-Venant* und *Wantzel*⁵³⁾, *Weisbach*⁵⁶⁾, § 428, besonders aber bei *Grashof*, Masch.-L. § 121 u. 122; neuerdings bei *Schüle*⁸⁴⁾. An dieser Stelle mag auch Erwähnung finden, dass *Zeuner* in seinem „Lokomotivblasrohr“⁶¹⁾, p. 199 u. f. den zeitlichen Verlauf des Auspuffvorganges bei einem Dampfzylinder theoretisch verfolgt hat, unter Berücksichtigung der Veränderlichkeit der von der Steuerung dem Dampf dargebotenen Ausströmungsöffnung. — Der zeitliche Verlauf des Einströmens des Kesseldampfes in den Cylinder wurde neuerdings von *V. Blaess* (Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing. 49 (1905), p. 697) und

Als Spezialfälle des Vorstehenden sind besonders das Ausströmen eines komprimierten Gases in die freie Atmosphäre und das Eindringen von Luft in ein evakuiertes Gefäß von Bedeutung; im letzteren Falle wird die Temperatur im Gefäß

$$T_y = \kappa T_1 - \frac{G_2}{G_y} (\kappa T_1 - T_2);$$

ist das Gefäß zuerst luftleer ($G_2 = 0$), so ergibt sich das bemerkenswerte Resultat, dass T_y während des Einströmens konstant $= \kappa T_1$ ist.

23. Dampfturbinen. Hier mögen einige Worte über diese Maschinen Platz finden, in denen die kinetische Energie des strömenden Dampfes nutzbar gemacht wird. Man unterscheidet wie bei den Wasserturbinen¹⁴⁴⁾ Reaktions- und Aktions-Turbinen (Überdruck- und

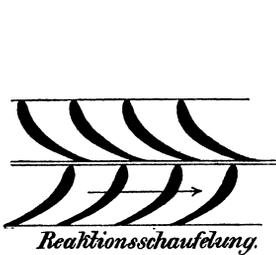


Fig. 66.

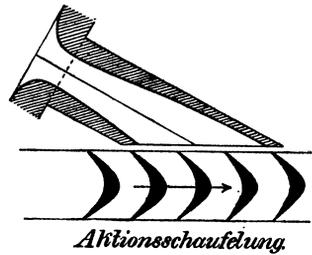


Fig. 67.

Druck-Turbinen), je nachdem im Laufrade eine wesentliche Geschwindigkeitsvermehrung stattfindet oder nicht (vgl. Fig. 66 und 67). Eine weitere Unterscheidung ist die in einstufige und mehrstufige Turbinen,

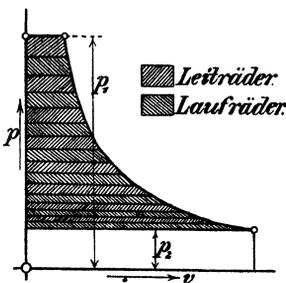


Fig. 68.

je nachdem das ganze Druckgefälle in einem Rad verarbeitet wird, oder der Dampf nach einander durch eine Reihe von Rädern tritt, und so seine Energie stufenweise abgibt.

Neben Druckabstufung (Expansion von Rad zu Rad) findet man auch Geschwindigkeitsabstufung, wobei die in den Düsen erzeugte Geschwindigkeit in mehreren Rädern schrittweise verringert wird. Die Stufen werden angewandt, um die sonst sehr hohen

Schaufelgeschwindigkeiten (200—400 m/sec) zu ermässigen.

Die Dampfarbeit lässt sich an der Hand der Diagramme von

P. Debye (Ber. d. Aachener Bez.-Ver. deutsch. Ing. 7. Juni 1905) behandelt und zu einer Theorie der Abmessungen der Steuerungskanäle verwertet.

144) Encykl. IV 21 (Grübler).

Nr. 16 zeichnerisch verfolgen; für verlustlosen Arbeitsvorgang entsprechen diese Diagramme genau denen für eine verlustlose Kolbendampfmaschine. Fig. 68 giebt das Diagramm einer vielstufigen Reaktionsturbine.

Die ersten technisch verwertbaren Turbinen waren die von *C. A. Parsons* (1885) — eine vielstufige Reaktionsturbine — und die von *G. De Laval* (1893)¹⁴⁵⁾ — eine einstufige Aktionsturbine. In neuerer Zeit sind als vielstufige Aktionsturbinen mit Druckstufen die *Rateau-* und *Zoellyturbine* hinzugekommen. Eine Aktionsturbine mit Geschwindigkeitsabstufung ist die von *Curtis*.

Die Litteratur über Dampfturbinen, erst sehr spärlich, ist in den letzten Jahren stark im Zunehmen begriffen; den Lesern der Encyclopädie sei besonders das *Stodola'sche* Buch empfohlen, in dessen dritter Auflage (1905) die meisten neueren Arbeiten Berücksichtigung gefunden haben. Als kürzere zusammenfassende Aufsätze seien noch genannt die Abhandlung von *A. Rateau* in der *Revue de mécanique* 7 (1900), p. 167, ferner der Artikel „Dampfturbinen“ in *Lueger's* Lexikon der gesamten Technik, 2. Aufl. Stuttgart 1905, Bd. II, p. 624, von *R. Proell*. Besonders dieser letztere Aufsatz enthält zahlreiche Litteraturnachweise.

145) Die Jahreszahlen beziehen sich auf die erste Ausstellung der Maschinen.

