

## Werk

**Titel:** Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen

**Jahr:** 1903

**Kollektion:** Mathematica

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN360709532

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360709532>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360709532>

**LOG Id:** LOG\_0144

**LOG Titel:** I. Die Grundlagen der technischen Thermodynamik.

**LOG Typ:** chapter

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN360504019

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360504019>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360504019>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

## I. Die Grundlagen der technischen Thermodynamik.

1. **Historische Übersicht.** Die technische Thermodynamik umfasst die Anwendung der Sätze der allgemeinen Thermodynamik auf technische Probleme; während es für die Darstellung ganz gerechtfertigt ist, die allgemeine Wärmelehre vorzuschicken und die technische Wärmelehre nachfolgen zu lassen, ist die geschichtliche Entwicklung nicht etwa in der Weise vor sich gegangen, dass der abgeschlossenen Arbeit der theoretischen Forscher die Anwendung auf technische Probleme seitens der praktischen Ingenieure nachgefolgt wäre. Vielfach hat das Umgekehrte stattgefunden, indem die Praxis in der Ausführung thermodynamischer Arbeitsprozesse durch Maschinen um ein beträchtliches der wissenschaftlichen Forschung vorausgeeilt ist, und es kann an vielen Stellen nachgewiesen werden, dass mindestens ebensoviele wissenschaftliche Ergebnisse der Anregung von seiten\* der Praxis zu verdanken sind als umgekehrt.

Jedenfalls ist die Geschichte der technischen Thermodynamik streng genommen ganz unzertrennlich von der Geschichte der thermodynamischen Technik und es kann daher die Aufgabe der folgenden Skizze nur die sein, einige Hauptpunkte und Richtungslinien der Entwicklung der technischen Thermodynamik an Hand der Arbeiten ihrer hervorragendsten Förderer herauszuheben.

Als erster derselben hat *James Watt* zu gelten, dessen hauptsächlichster Beitrag zur technischen Thermodynamik — die Erforschung des Verdampfungsprozesses durch Bestimmung der Verdampfungswärme bei verschiedenen Pressungen — ein typisches Beispiel dafür ist, wie durch praktisch-technische Probleme der Anstoss zur Beantwortung wissenschaftlicher Fragen gegeben wird. Im Anfang reichte die geistige Kraft eines einzelnen zur Lösung aus, später trat naturgemäss eine Differenzierung ein und schon die beiden nächsten Marksteine auf dem Weg der technischen Thermodynamik rühren von Männern her, welche nicht in erster Linie ausübende Ingenieure waren; es sind dies *Carnot's* „Réflexions sur la puissance motrice du feu“ (1824) und *Clapeyron's* Abhandlung „Sur la puissance motrice de la chaleur“ (1834) — beides grundlegende Werke, das erstere durch die der Zeit vorauseilende Darlegung des inneren Wesens der Wärmekraftmaschinen (freilich noch ohne den ersten Hauptsatz) und durch die Klarstellung der Bedingungen für beste ökonomische Wirkung; das letztere durch seine mathematisch-graphische Formulierung der Grundbegriffe, die für alle späteren Behandlungsweisen des Gegenstandes massgebend geblieben ist.

Beide Werke wurden vollständig ignoriert und vergessen; sie waren dem Bedürfnis und Verständnis ihrer Zeit weit vorangeeilt und mussten Jahrzehnte später wieder neu entdeckt werden. Zunächst war die von *Watt* mit unzulänglichen Hilfsmitteln begonnene Arbeit fortzusetzen, die Natur musste befragt werden, um eine sichere Grundlage für die Theorie zu gewinnen — diese klaffende Lücke ausgefüllt und damit die Befruchtung der thermodynamischen Technik durch die Wissenschaft ermöglicht zu haben, ist das Verdienst *Regnault's*, der im Jahr 1847 den ersten Band seiner „Relations des expériences etc.“ erscheinen liess, dem 1862 der zweite und 1870 der dritte folgte; dass diese unschätzbaren Experimentaluntersuchungen auf Veranlassung und auf Kosten der französischen Regierung unternommen wurden, bildet für alle Zeiten einen Ruhmestitel derselben.

Fast gleichzeitig traten nach der Veröffentlichung des ersten Bandes der „Relations“ in England, Deutschland und Frankreich die Männer auf, welche man als Begründer der technischen Thermodynamik von heute mit Recht feiert: der Schotte *J. W. Macquorn Rankine* (1820—72), Professor für Mechanik und Ingenieurwissenschaft an der Universität Glasgow; *Gustav Zeuner* (geb. 1828 zu Döbeln in Sachsen), damals Professor für theoretische Maschinenlehre am Eidgenössischen Polytechnikum in Zürich und der Elsässer *Gustave Adolphe Hirn* (1815—89), Fabrikbesitzer in Logelbach im Elsass, welchen trotz seines deutschen Namens die Franzosen als den ihrigen betrachten dürfen.

1859 erschien nach vielen vorausgegangenen technisch-thermodynamischen Abhandlungen die erste Auflage von *Rankine's* „Manual of the Steam Engine and other Prime Movers“, in dessen Vorrede der Verfasser mit berechtigtem Selbstgefühl sagen durfte:

„The principles of thermodynamics or the Science of the mechanical action of heat are explained in the third chapter of the third part more fully than would have been necessary but for the fact, that this is the first systematic treatise on that science, which has ever appeared, the only previous sources of information regarding it being detached memoirs in the transactions of learned Societies and in scientific journals.“ 1860 trat *Zeuner* mit den „Grundzügen der mechanischen Wärmetheorie“ an die Öffentlichkeit und 1862 erschien die erste Auflage von *Hirn's* „Exposition analytique et expérimentale de la théorie mécanique de la chaleur“.

Ohne an dieser Stelle in Einzelheiten eintreten zu können, mag nur zu kurzer Charakteristik angeführt werden, dass *Rankine's* Arbeiten auf thermodynamischem Gebiet sich durch eine überquellende Fülle

originalen Gedanken auszeichnen, die in der knappsten und manchmal schwer verständlicher Sprache zusammengedrängt sind; er geht ohne grossen mathematischen Apparat, aber vielfach eigenartige graphische Darstellungen benützend, auf sein Ziel los, eine auf den ersten und zweiten Hauptsatz aufgebaute rationelle Theorie der Wärmekraftmaschinen zu geben, zu deren praktischer Anwendung er die *Regnault*-schen Versuchswerte zu Tabellen verarbeitet. *Zeuner* entwickelt in eleganter, mathematisch ausgefeilter Form die beiden Hauptsätze und geht dann besonders auf die Eigenschaften des Wasserdampfes ein; seine auf *Regnault's* Versuchen beruhenden, praktisch angeordneten Dampftabellen sind heute jedem Maschineningenieur geläufig. In der ersten Auflage verfolgt *Zeuner* vor allem den Zweck, den Technikern eine neue Wissenschaft zu vermitteln, wobei gleichfalls eine Menge originaler Darstellungsweisen in Formeln und Diagrammen das Verständnis wesentlich erleichtern. Im Gegensatz zu beiden und gleichzeitig beide ergänzend beruht *Hirn's* Werk hauptsächlich auf experimenteller Grundlage; *Hirn* ist ein Meister des technisch-wissenschaftlichen Versuches nicht nur in Bezug auf Durchführung, sondern auch in der Diskussion und Kritik. Dass heute die technische Thermodynamik wesentlich experimenteller Natur geworden ist, ist vornehmlich auf die Anregung zurückzuführen, welche *Hirn* durch seine von der sogenannten „elsässischen Schule“<sup>1)</sup> weiter geführten Studien auf dem Gebiet der von ihm sogenannten „praktischen Theorie“ der Dampfmaschine gegeben hat.

Neben jene grundlegenden Werke, von welchen in erster Linie das *Zeuner'sche* Buch in seinen späteren Auflagen durch fortwährende Erweiterung den so ausserordentlich vervielfältigten Fortschritten der Technik gerecht wird, stellt sich die Bearbeitung der Wärmetheorie im ersten Band (1875) des *Grashof'schen* gross angelegten Werkes „Theoretische Maschinenlehre“ als eine Zusammenfassung des damaligen gesicherten Bestandes der Thermodynamik in ihrer Anwendung auf das Verhalten von Gasen und Dämpfen, während erst im dritten Band desselben Werkes (1890) die Wärmekraftmaschinen behandelt werden. *Grashof* geb. 1826 in Düsseldorf, gest. 1893 in Karlsruhe. Abgesehen von originalen Beiträgen liegt die Besonderheit des *Grashof'schen* Werkes in der durchdringenden Schärfe der Kritik, mit welcher die Genauigkeitsgrenzen und die Zulässigkeit der Annahmen diskutiert werden und der Kern eines Problems blosgelegt wird; weder

---

1) Vgl. die Gedächtnisrede von *A. Staby* auf *Hirn*, Verh. des Ver. z. Beförderung des Gewerbfleisses 69 (1890), p. 236 = Calorimetr. Untersuchungen, p. 235.

die englische noch die französische Litteratur der neueren Zeit haben dem *Grashof'schen* Werke ein gleich umfassendes an die Seite zu stellen.

Aus der gleichen Zeit (1875) stammt die Abhandlung von *C. Linde* „Theorie der Kälteerzeugung“ in den Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbfleisses in Preussen; die von dem Verfasser für den günstigsten Arbeitsprozess der Kompressions-Kältemaschinen aus der Umkehrung des *Carnot'schen* Prozesses der Dampfmaschine abgeleiteten Grundsätze werden durch den vollkommenen Erfolg der danach konstruierten Ammoniak-Kompressionsmaschine bestätigt; auf keinem Gebiet der praktischen Anwendung ist der Einfluss der theoretischen Thermodynamik so unmittelbar nachgewiesen wie bei der Kältetechnik.

Die Entwicklung der technischen Thermodynamik war durch die oben genannten klassischen Werke ihrer Begründer vorgezeichnet und so begann etwa seit 1875 eine emsige Einzelarbeit auf ihren verschiedenen Gebieten, hauptsächlich in experimenteller Richtung, welche auch heute noch nicht als abgeschlossen gelten kann, wenn schon in den letzten Jahren wieder versucht wird, das grosse Material zusammenfassend zu verarbeiten wie in der „Technischen Wärmelehre“ von *H. Lorenz* und dem „Grundriss der Wärmelehre“ von *Weyrauch*. Natürlich beteiligen sich alle Kulturnationen an dieser Arbeit; hier können nur die allgemeinen Arbeitsrichtungen angedeutet werden; Einzelheiten würden zu weit führen.

Die schon von *Rankine* und *Clausius*, namentlich aber von *Zeuner* besonders klar formulierten Forderungen für den Idealprozess der Dampfmaschine liessen die Grenzen, welche der zweite Hauptsatz ihrer Ökonomie steckt, erkennen — es galt nun, innerhalb derselben wenigstens nach Möglichkeit den störenden Einflüssen zu begegnen; den Weg dazu hatte *Hirn* gebahnt, indem er die Wirkung der Cylinderwandungen nachwies und durch die Überhitzung des Dampfes zu bekämpfen suchte. Damit war ein freilich wieder lange Zeit unbeachtet bleibender Anstoss zur Erforschung der Eigenschaften des überhitzten Dampfes gegeben, dessen Zustandsgleichung und spezifische Wärme von praktischem Interesse wurden. Die Gewinnung umfassenderen Versuchsmaterials nach dieser Richtung beschäftigt gegenwärtig eine Anzahl von Forschern, ohne endgültig abgeschlossen zu sein. Nachdem die Praxis festgestellt hatte, dass die Überhitzung nicht über gewisse Grenzen hinaus getrieben werden darf, richtete man auf Grund der Lehren der Thermodynamik sein Augenmerk auf die untere Temperaturgrenze, welche durch die Hinzufügung einer zweiten, mit  $\text{SO}_2$  (oder  $\text{NH}_3$ ) arbeitenden Dampfmaschine (Abwärmemaschine) auf das

niedrigst-mögliche Mass reduziert werden kann. Ja es fehlte nicht an Vorschlägen, auch die obere Temperaturgrenze durch Hinzunahme einer dritten, in dieser Beziehung günstigeren Flüssigkeit noch hinauszurücken; eine gründliche Untersuchung der Frage bietet die Arbeit von *Schreber*, Theorie der Mehrstoff-Dampfmaschinen.

Einen weiteren Anstoss zu wissenschaftlichen Untersuchungen verdankt die technische Thermodynamik der Dampfturbine, durch welche das alte Problem der Ausströmung von Dämpfen in den Vordergrund des Interesses getreten ist; die Grundlagen dafür waren ja auch schon in *Zeuner's* Werk enthalten, sie bedurften aber der Erweiterung und Vertiefung namentlich durch experimentelle Untersuchung; die bemerkenswertesten experimentellen Beiträge hierzu finden sich in den Arbeiten von *Fliegner*, *Stodola*, *Lewicky* und *Büchner*, um nur die wichtigere deutsche Litteratur zu nennen. Näheres hierüber in der Abteilung b) dieses Artikels.

Durch die rasche Entwicklung der Verbrennungsmotoren ist die technische Thermodynamik mehrfach vor neue Aufgaben gestellt worden; gelegentlich des Auftretens des Dieselmotors ergab sich die Notwendigkeit, die Frage nach dem Idealprozess dieser Maschinen zu beantworten, woran sich besonders *Lorenz* und *E. Meyer* beteiligt haben; es war die Veränderlichkeit der spezifischen Wärme der Verbrennungsprodukte mit Temperatur und Druck zu untersuchen (*Mallard-Lechatelier*, *Langen* u. a.), eine Arbeit, die noch nicht zu vollem Abschluss gelangt ist. Namentlich aber erwies es sich als notwendig, Sätze der Thermochemie mit heranzuziehen, worauf schon 1898 von *Stodola* in einer Abhandlung über die Kreisprozesse der Gasmaschinen hingewiesen worden war. Doch sind nach dieser Richtung erst Anfänge zu verzeichnen (*Lorenz*, Technische Wärmelehre).

Ein hervorragendes Beispiel der Verwertung wissenschaftlicher Forschung zu praktischen Zwecken rührt abermals von *Linde* her, dessen Methode der Luftverflüssigung, auf dem unscheinbaren Drosselungsversuch von *Thomson* und *Joule* aufgebaut, sich nicht nur zu technischen, sondern namentlich auch zu wissenschaftlichen Zwecken als ausserordentlich fruchtbar erwiesen hat.

Aus den obigen, ganz kurzen Andeutungen geht wohl zur Genüge hervor, dass die technische Thermodynamik keineswegs eine abgeschlossene Wissenschaft ist, vielmehr fortwährend ihre Grenzen erweitert, alte Gebiete abstösst und vor allem danach strebt und streben muss, der rastlos schaffenden Technik feste, wissenschaftlich begründete Richtungslinien zu geben und das kostspielige, zeitraubende

empirische Tasten immer mehr durch rationelle Vorausbestimmungen zu ersetzen.

**2. Die allgemeinen Gleichungen der Thermodynamik.** In der Anwendung der allgemeinen Gleichungen der Thermodynamik auf spezielle Probleme ist die Technik darauf angewiesen, dass die experimentelle Physik ihr die unentbehrlichen Daten bezüglich der Konstanten für die in Betracht kommenden Körper liefert. Insofern kann man sagen, dass die monumentale Arbeit *Regnault's*<sup>2)</sup> die Grundlage der technischen Thermodynamik bildet. Auf der anderen Seite aber verdankt die allgemeine Thermodynamik der Technik ganz wesentliche Anregung und Förderung. Im Auge zu behalten ist dabei stets, dass das Genauigkeitsbedürfnis der Technik in manchen Fällen durch gröbere Annäherung befriedigt wird als das der Physik.

Im folgenden sind die allgemeinen Gleichungen der Thermodynamik in der Form zusammengestellt, die in der Technik gebräuchlich ist<sup>3)</sup> und die, sofern sie von der in der Physik üblichen Formulierung abweicht, hauptsächlich durch die Arbeiten *Zemmer's* begründet ist.

1) Zustandsgleichung eines Körpers (genauer gesagt: eines einfachen thermodynamischen Systems, s. Art. V 3, Nr. 3)

$$f(p, v, t) = 0.$$

2) Gleichung der inneren Arbeit pro kg

$$u = F(p, v) = \varphi(p, t) = \psi(v, t).$$

3) Wärmegleichung (erster Hauptsatz), auf 1 kg bezogen,

$$dq = du + A p dv.$$

4) Andere Form der Wärmegleichung mit Einführung der Entropie (zweiter Hauptsatz)

$$dq = T ds = du + A p dv.$$

5) Dritte Form der Wärmegleichung mit Einführung der Erzeugungswärme bei konstantem Druck, i:

$$dq = T ds = di - A v dp$$

$$\text{mit } i = u + A p v.$$

Die Einführung der Grösse  $i$ , welche nichts anderes ist als das thermodynamische Potential  $\mathfrak{F}$ , (Art. 3, Nr. 16), in die technische Thermodynamik verdankt man *Mollier's*<sup>3)</sup>; von den übrigen thermo-

2) *V. Regnault*, Relation des expériences etc. etc. Paris 1847—70, 3 Bde.

3) Nach der vorzüglichen knappen Darstellung *R. Mollier's* in dem Abschnitt III des Kapitels über die Wärme in der 18. Auflage der „Hütte“, Berlin 1903. Wegen der Einführung von  $i$  vgl. p. 284.

dynamischen Potentialen, namentlich dem in der Physik und physikalischen Chemie so überaus fruchtbaren  $\mathfrak{F}_v = u - Ts$  („freie Energie“ nach *Helmholtz*), hat die Technik bislang noch keinen Gebrauch gemacht.

Aus den Gleichungen unter 3, 4 und 5 sowie aus den Betrachtungen Nr. 18 und 19 des Art. 3 folgen sodann die Beziehungen:

- 6)  $\gamma_v = \left(\frac{dq}{dT}\right)_v = \left(\frac{dq}{dt}\right)_v = T \left(\frac{ds}{dt}\right)_v$ .
- 7)  $\gamma_p = \left(\frac{dq}{dT}\right)_p = \left(\frac{dq}{dt}\right)_p = T \left(\frac{ds}{dt}\right)_p$ .
- 8)  $\gamma_p - \gamma_v = AT \cdot \left(\frac{dv}{dt}\right)_p \cdot \left(\frac{dp}{dt}\right)_v \dots [71]$  und [95].
- 9)  $ds = A \left(\frac{dp}{dt}\right)_v dv + \gamma_v \frac{dT}{T} \dots [95]$ ;  $= -A \left(\frac{dv}{dt}\right)_p dp + \gamma_p \frac{dT}{T} \dots [96]$ .
- 10)  $A \left(\frac{dp}{dt}\right)_v = \left(\frac{ds}{dv}\right)_t \dots [95]$ ;  $-A \left(\frac{dv}{dt}\right)_p = \left(\frac{ds}{dp}\right)_t \dots [96]$ .
- 11)  $\left(\frac{du}{ds}\right)_v = T$ ;  $\left(\frac{du}{dv}\right)_s = -Ap$ ;  $\left(\frac{du}{dt}\right)_v = \gamma_v$ ;  
 $\left(\frac{du}{dv}\right)_t = AT \left(\frac{dp}{dt}\right)_v - Ap \dots [95]$ .
- 12)  $\left(\frac{di}{ds}\right)_p = T$ ,  $\left(\frac{di}{dp}\right)_s = Av$ ;  $\left(\frac{di}{dt}\right)_p = \gamma_p$ ;  
 $\left(\frac{di}{dp}\right)_t = -AT \left(\frac{dv}{dt}\right)_p + Av \dots [96]$
- 13)  $\left(\frac{d\gamma_v}{dv}\right)_t = AT \left(\frac{d^2p}{dt^2}\right)_v \dots [92]$ ;  $\left(\frac{d\gamma_p}{dp}\right)_t = -AT \left(\frac{d^2v}{dt^2}\right)_p \dots [93]$ .

**3. Graphische Darstellungen.** Die technische Thermodynamik macht in ausgedehntestem Masse Gebrauch von graphischen Darstellungen, für welche meist ebene, rechtwinklige Koordinaten benutzt werden und zwar

- im Spannungs- oder Arbeitsdiagramm  $v$  als Absc.,  $p$  als Ordinate,
- „ Entropie- „ Wärmediagramm  $s$  „ „  $T$  „ „
- „ Diagramm der Erzeugungswärme<sup>4)</sup>  $s$  „ „  $i$  „ „

Bemerkenswerte Beziehungen bestehen zwischen dem Arbeits- und Wärmediagramm; einer Zustandsänderung 1—2 im ersteren (Fig. 1) entspricht eindeutig im Wärmediagramm eine Kurve 1'—2' (Fig. 2); *Zeuner* nennt daher letztere die Abbildung der ersteren. Der Zusammenhang ist dadurch gegeben, dass aus der Zustandsgleichung 1) für jeden Punkt der Kurve 1—2 die Temperatur be-

4) Nach *Mollier* a. a. O. (Anm. 2) S. 285.

stimmt ist und dass daher aus der Verbindung der Wärmegleichung mit der Gleichung der inneren Arbeit für jeden Punkt in Fig. 1 die Entropie berechnet werden kann:

$$s = \int \frac{dq}{T} + \text{const.},$$

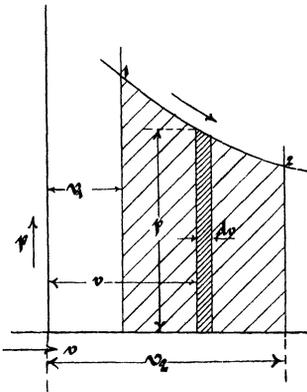


Fig. 1.

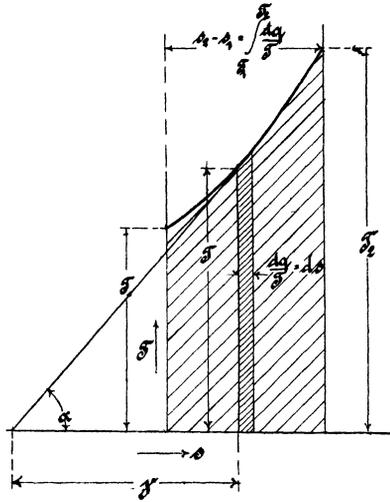


Fig. 2.

wobei die Konstante wegfällt, wenn man jedesmal den Nullpunkt von dem aus  $s$  gerechnet wird, geeignet wählt. Das Flächenelement in Fig. 1 stellt das Differential der äusseren Arbeit für die Gewichtseinheit dar, indem

$$p dv = dw; \quad \int p dv = w,$$

das Flächenelement der Fig. 2 dagegen entspricht dem zugeführten Wärmeelement, da ja:

$$T ds = T \frac{dq}{T} = dq; \quad \int T \frac{dq}{T} = q = A(u_2 - u_1) + Aw,$$

mithin stellt die Fläche zwischen der Abscissenaxe, den Endordinaten und der Kurve in Fig. 2 die gesamte von der Gewichtseinheit aufgenommene (oder abgegebene) Wärmemenge dar; das Vorzeichen wird so festgesetzt, dass ein Anwachsen der Entropie, also Wärmezufuhr von aussen, der Bewegung von links nach rechts entspricht.

Ausserdem besteht noch die Beziehung, dass in einem beliebigen Punkt des Wärmediagrammes die Subtangente gleich der spezifischen Wärme  $\gamma$  ist:

$$\gamma = \frac{dq}{dv} = \frac{T ds}{dv} = \frac{T}{\text{tg } \alpha}.$$

Die Adiabaten und Isothermen erscheinen im Wärmediagramm als vertikale bzw. horizontale Gerade; wenn, wie dies bei technischen Anwendungen sehr häufig vorkommt, die Wärmezufuhr der Temperaturänderung proportional ist, hat man:

$$dq = \lambda \cdot dT$$

$$s = \int \frac{dq}{T} = \lambda \log T + \text{const.}^*)$$

Über andere Darstellungsweisen, von welchen unser Wärmediagramm ein spezieller Fall ist, s. *Mollier*<sup>5)</sup>.

Wegen der räumlichen Darstellung, bei welcher man z. B.  $p, v, T$  als Koordinaten wählen kann, verweisen wir auf den Artikel von *Kamerlingh-Onnes*; die Technik benutzt fast ausschliesslich ebene Darstellungen.

**4. Vollkommene Gase** (vgl. auch V 3, Art. *Bryan*, Nr. 22). Obwohl die Technik es war, welche die Mittel geliefert hat, um den früheren Begriff des permanenten Gases als unhaltbar nachzuweisen, indem heute alle Gase als mehr oder weniger weit von ihrem Sättigungszustand entfernte, überhitzte Dämpfe erkannt sind, so macht doch die technische Thermodynamik von den auf die Kontinuität des flüssigen und gasförmigen Zustandes aufgebauten, das ganze Bereich umfassenden Gleichungen von *van der Waals* u. a. bislang keinen Gebrauch. Das Genauigkeitsbedürfnis der Technik wird vollkommen befriedigt und gleichzeitig dem in technischen Anwendungen stets auftretenden Wunsch nach möglichst einfachen und durchsichtigen Beziehungen Rechnung getragen, wenn in hergebrachter Weise der Unterschied zwischen vollkommenen (permanenten) Gasen und überhitzten Dämpfen in den zu verwendenden Zustandsgleichungen festgehalten wird und für erstere mit dem vollen Bewusstsein der, für technische Zwecke eben belanglosen Ungenauigkeit das Gesetz von *Boyle* und *Gay-Lussac* in der klassischen Form

$$pv = BT$$

zur Anwendung kommt. Hierin ist  $B$  die sogenannte Gaskonstante, bei Mischungen  $B_m = \frac{\Sigma(BG)}{\Sigma(G)}$ .

Dieselbe ist umgekehrt proportional der Dichte oder dem Molekulargewicht  $\mu$  des Gases<sup>6)</sup>; setzt man also  $B = R/\mu$ , so ist  $R$  eine

\*) „log“ bedeutet hier und im Folgenden stets den natürlichen Logarithmus.

5) *R. Mollier*, Das Wärmediagramm, Berlin, bei Simion 1893.

6) Setzt man für Wasserstoff als Bezugsgas  $B = B_0 = 422,85$  und  $\mu = \mu_0 = 2$ , so ist für ein beliebiges Gas

für alle Gase gemeinsame, universelle Konstante. Die Zustandsgleichung des Gases geht also dann über in

$$pv\mu = RT,$$

d. h. bezogen auf eine Gewichtsmenge von so viel kg, als das Molekulargewicht angiebt (Kilogramm-Molekül), haben alle Gase eine und dieselbe Zustandsgleichung<sup>7)</sup>.

Benutzt man in (11) die *Boyle-Gay-Lussac'sche* Gleichung als Zustandsgleichung zur Bestimmung des partiellen Differentialquotienten, so folgt für Gase:

$$\left(\frac{du}{dv}\right)_t = AT \left(\frac{dp}{dt}\right)_v - Ap = 0,$$

d. h. die innere Arbeit der vollkommenen Gase ist nur eine Funktion der Temperatur, was für die technischen Rechnungen im allgemeinen als genügend genau angesehen wird<sup>8)</sup>.

Setzt man ferner für vollkommene Gase innerhalb mässiger Temperaturgrenzen  $\gamma_v = \text{const.}$  und  $\gamma_p = \text{const.}$ , so ergeben sich der Reihe nach aus (8), (11) und (12) mit der Abkürzung  $\gamma_p/\gamma_v = \kappa$  die für technische Rechnungen benutzten Beziehungen:

$$\begin{aligned} \gamma_p - \gamma_v &= AB = \gamma_v(\kappa - 1) = \gamma_p \frac{\kappa - 1}{\kappa}, \\ du &= \gamma_v dT = \frac{A}{\kappa - 1} d(pv), \\ di &= \frac{A\kappa}{\kappa - 1} d(pv) = \gamma_p dT, \\ dq &= \gamma_v dT + Apdv = \gamma_p dT - Avdp \\ &= \frac{A}{\kappa - 1} (vd p + \kappa p dv) \end{aligned}$$

und nach (9)

$$\begin{aligned} s &= \gamma_v \log(pv^\kappa) + \text{const.} = \gamma_v \log p + \gamma_p \log v + \text{const.}, \\ &= \gamma_v \log(Tv^{\kappa-1}) + \text{const.} = \gamma_v \log T + AB \log v + \text{const.}, \\ &= \gamma_p \log \frac{T}{p^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} + \text{const.} = \gamma_p \log T - AB \log p + \text{const.} \end{aligned}$$

---


$$\frac{B}{B_0} = \frac{\mu_0}{\mu}; \quad B = \frac{2 \cdot 422,85}{\mu} = \frac{845,7}{\mu},$$

wofür häufig mit praktisch genügender Annäherung gesetzt wird

$$B = \frac{2 \cdot 428}{\mu} \quad \text{oder, mit } A = \frac{1}{428}, \quad AB = \frac{2}{\mu}.$$

7) S. darüber z. B. *A. Stodola*, Z. d. Vereins Deutscher Ingenieure 42 (1898), p. 1045.

8) *W. Thomson* und *Joule* haben aus ihren Drosselungsversuchen mit Luft eine genauere Beziehung abgeleitet (s. Art. 3, Nr. 23); auf dieselbe hat später *Linde* sein Verfahren zur Verflüssigung der Luft gegründet; vgl. diesen Art. Nr. 22.

**5. Zustandsänderungen der Gase.** Alle technisch in Betracht kommenden Zustandsänderungen permanenter Gase lassen sich auf die Form der sogenannten polytropischen Kurve zurückführen, für welche, unter  $n$  einen beliebigen Exponenten verstanden,

$$pv^n = \text{const.}$$

Zur zeichnerischen Darstellung derselben sind zwei Methoden gebräuchlich. Entweder zieht man bei gegebenem Anfangszustand  $p_1, v_1$  die unter dem Winkel  $\alpha$  gegen die Abscissenaxe geneigte Gerade durch  $O$ , berechnet den Winkel  $\beta$  aus der Gleichung

$$1 + \text{tg } \beta = (1 + \text{tg } \alpha)^n$$

und zieht nun, wie die Fig. 3 zeigt, von den Punkten  $C$  und  $D$  ausgehend abwechselnd Senkrechte und unter  $45^\circ$  geneigte Linien, so

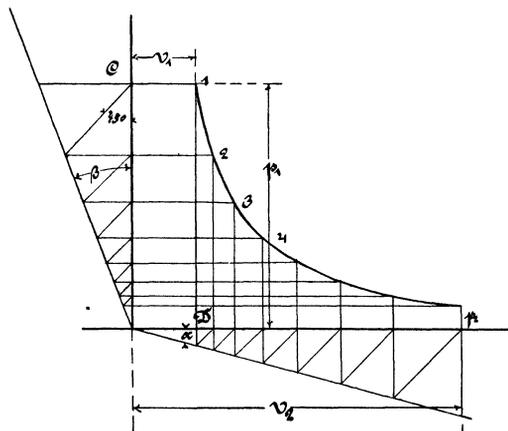


Fig. 3.

sind die Punkte 2, 3, 4 Punkte der Kurve (nach Brauer<sup>9</sup>). Oder man geht davon aus, dass

$$p_1 v_1^n = C, \quad p_2 v_2^n = C, \quad \text{also } \sqrt{p_1 p_2} \cdot (\sqrt{v_1 v_2})^n = C,$$

d. h. das geometrische Mittel je zweier zusammengehöriger Koordinaten liefert einen weiteren Punkt der Kurve, was seinen graphischen Ausdruck in dem Verfahren der Fig. 4 (nach Tolle<sup>10</sup>) findet.

Aus der Gleichung der Polytrope im Verein mit der Gay-Lussac'schen Gleichung folgen unmittelbar die Beziehungen

$$T v^{n-1} = \text{const.}, \quad \frac{T}{p^{\frac{n-1}{n}}} = \text{const.},$$

9) E. A. Brauer, Z. d. Vereins Deutscher Ingenieure 29 (1885), p. 433.  
 10) M. Tolle, Z. d. Vereins Deutscher Ingenieure 38 (1894), p. 1456.



besondere Instrumente (Indikatoren) an Maschinen aufgenommen werden, in natura vor und es handelt sich um die Bestimmung des Exponenten  $n$  der als Polytrope vorausgesetzten Kurve. Das Diagramm giebt den thatsächlichen Zusammenhang zwischen dem Gesamtvolumen  $V$  des Arbeitsstoffes und seinem Druck  $p$  an. Man verfährt dabei entweder nach Fig. 6 mit Hilfe des Planimeters; zufolge der Gleichung der

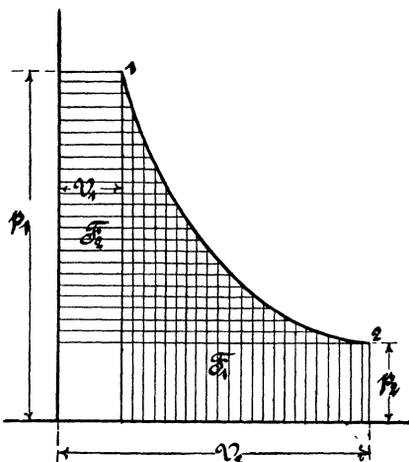


Fig. 6.

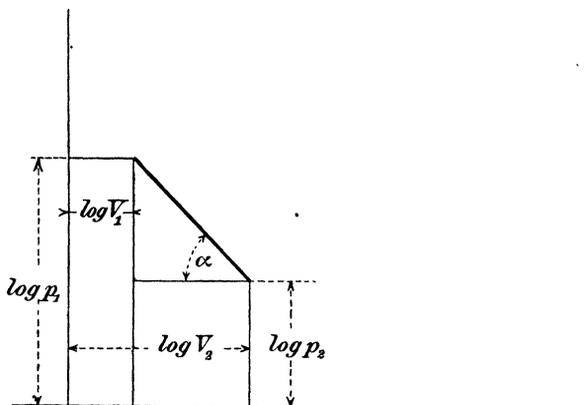


Fig. 7.

Polytrope erhält man für die zwischen der Kurve und den Koordinatenachsen gelegenen Flächen  $F_1$  und  $F_2$ :

$$F_1 = \frac{1}{n-1}(p_1 V_1 - p_2 V_2) \text{ und } F_2 = \frac{n}{n-1}(p_1 V_1 - p_2 V_2), \text{ also } \frac{F_2}{F_1} = n.$$

Oder man trägt in rechtwinkligen Koordinaten nach der Formel

$$n \log V_2 + \log p_2 = n \log V_1 + \log p_1$$

(Fig. 7) als Abscissen die  $\log V$  und als Ordinaten die  $\log p$  auf; im Fall einer Polytrope erhält man eine Gerade, deren Neigungswinkel den Exponenten ergibt, indem  $n = \text{tg } \alpha$ .

Sehr einfach ist die Abbildung der Polytrope im Wärmediagramm, indem

$$s = \int \frac{dq}{T} = \gamma_n \log \frac{T_2}{T_1}$$

wird (Fig. 8). Die Subtangente der Kurve ist nach früherem  $= \gamma_n$ , also constant.

Wenn  $n$  spezielle Werte annimmt, so ergeben sich alle technisch wichtigen besonderen Zustandsänderungen, z. B.

für  $n = \frac{1}{\gamma} \infty$  die Zustandsänd. bei const. Volumen;  $\gamma_n = \gamma_v$ ,  
 $n = 0$  " " " " Druck;  $\gamma_n = \gamma_p$ ,  
 $n = 1$  " " const. Temperatur (Isotherme),  
 $n = 1,41 = k$ , adiabatische Zustandsänd.  $\gamma_n = 0$ .

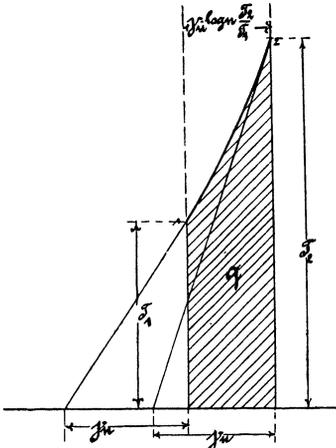


Fig. 8.

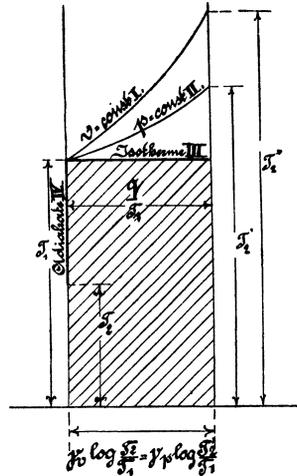


Fig. 9.

Im Wärmediagramm entsprechen diesen vier Fällen die charakteristischen Kurven I—IV (Fig. 9).

**6. Gesättigte Dämpfe** (vgl. auch V 3, Art. *Bryan*, Nr. 23). Da in dem Zustand der Sättigung bei einer verdampfenden oder sich kondensierenden Flüssigkeit sowohl die Temperatur als auch das spezifische Volumen des dampfförmigen wie des flüssigen Teiles erfahrungsgemäss Funktionen des Druckes allein sind, so kommt eine Zustandsgleichung wie für die Gase hier nicht in Frage; die genannten Funktionen des Druckes werden in der technischen Thermodynamik gewöhnlich nicht in analytischer sondern in Tabellenform gegeben und zwar mittelst der nach *Regnault's* Versuchen berechneten *Zeuner'schen* Dampftabellen. Neben dem Druck führt man als zweite unabhängige Veränderliche in der Regel den spezifischen Dampfgehalt  $x$  (Dampfgewicht dividiert durch Gesamtgewicht von Dampf und Flüssigkeit) ein. Man bezeichnet als „nassen Dampf“ ein Gemisch von Dampf und Flüssigkeit in gesättigtem Zustand, für welches das spezifische Volumen durch die Beziehung gegeben ist:

$$v = x(v' - v'') + v''$$

mit den Grenzwerten

$$\begin{aligned} v &= v'' \text{ für } x = 0 \quad (\text{Flüssigkeit}), \\ v &= v' \quad ,, \quad x = 1 \quad (\text{trocken gesättigter Dampf}). \end{aligned}$$

Die Gleichung für die innere Arbeit lautet dann

$$\begin{aligned} du &= dq_p + d(x\lambda_i), \\ u &= q_p + x\lambda_i, \end{aligned}$$

wobei die Konstante dadurch eliminiert wird, dass alle Wärmemengen von 0° C. ab gezählt werden. (Wegen der Bedeutung von  $q_p$ ,  $\lambda_i$ ,  $\lambda$  sowie wegen der Beziehung  $\lambda = \lambda_i + Ap(v' - v'')$  vgl. den Abschnitt „Bezeichnungen.“) Als weitere, den gesättigten Dämpfen eigentümliche Gleichung tritt hinzu die Gleichung von *Clapeyron-Clausius*:

$$\frac{\lambda}{v' - v''} = AT \frac{dp}{dT} \dots [138]$$

und schliesslich die Wärmegleichung in der allgemeinen Form:

$$dq = dq_p + d(x\lambda_i) + Ap dv;$$

für Wasser im speziellen, die technisch wichtigste Flüssigkeit, kann innerhalb der Grenzen der Anwendung

$$v'' = 0,001 = \text{const.}$$

gesetzt werden, sodass  $dv = d(x(v' - v''))$  wird. Damit ergibt sich für  $dq$  weiter, wenn man noch  $Ap dv = Ad(pv) - Av dp$  setzt:

$$dq = dq_p + d(x \cdot \lambda_i) + Ad(x \cdot p[v' - v'']) - Ax(v' - v'') dp$$

und mit Benützung der Beziehung  $\lambda = \lambda_i + Ap(v' - v'')$

$$dq = dq_p + d(x\lambda) - Ax(v' - v'') dp.$$

Das letzte Glied lässt sich mit Benützung der Gleichung von *Clapeyron-Clausius* schreiben:

$$Ax(v' - v'') dp = \frac{x \cdot \lambda}{T} \cdot dT$$

und nach leichter Umformung hieraus:

$$dq = dq_p + T \cdot d\left(\frac{x\lambda}{T}\right),$$

eine Form der Wärmegleichung, die zuerst von *Clausius* gegeben wurde und sich sehr gut zur Berechnung der Entropie der gesättigten Dämpfe eignet, indem

$$\begin{aligned} \frac{dq}{T} &= ds = \frac{dq_p}{T} + d\left(\frac{x\lambda}{T}\right) \\ s &= \int_{273}^T \frac{dq_p}{T} + \frac{x\lambda}{T} = s'' + x(s' - s'') \dots [140] \end{aligned}$$

wobei  $s''$  die Entropie der Flüssigkeit und  $s'$  diejenige des ganzen kg (Gemisch von Dampf und Flüssigkeit) bezeichnet.

Endlich wird die Erzeugungswärme bei konstantem Druck pro 1 kg des Gemisches:

$$i = q_p + x\lambda.$$

Alle Eigenschaften der gesättigten Dämpfe, welche für die tech-

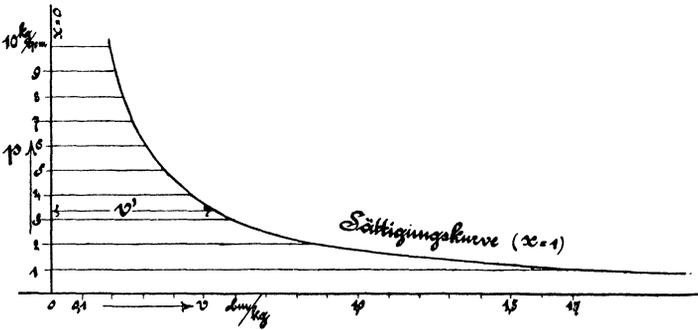


Fig. 10.

nische Thermodynamik in Betracht kommen, lassen sich mit Hilfe einer graphischen Darstellung sowohl im  $pv$ -Diagramm als im  $Ts$ -Diagramm ableiten; charakteristisch für diese Körper sind vor allem

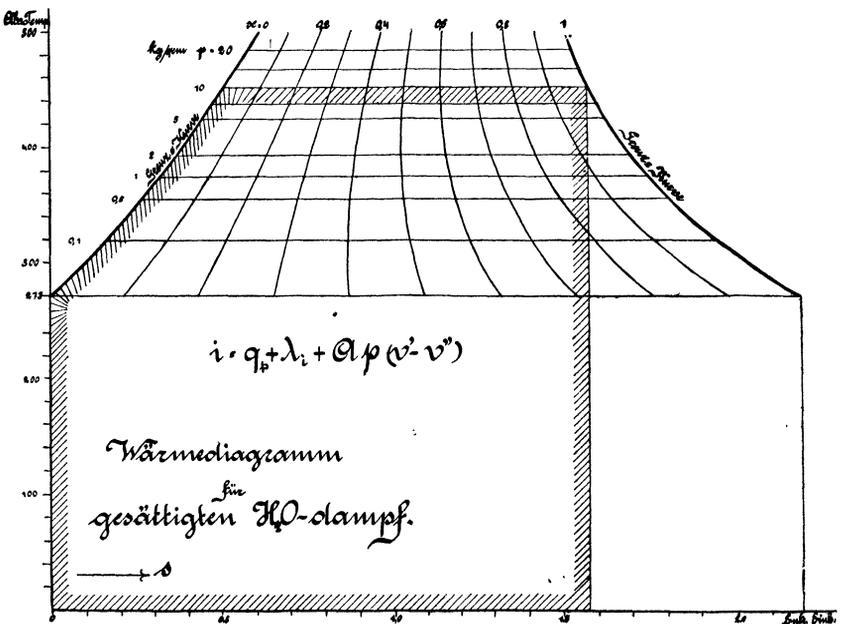


Fig. 11.

in beiden Diagrammen die sogenannten *Grenzkurven* oder *Sättigungskurven*, welche erhalten werden, wenn man einmal für gesättigte Flüssig-

keit ( $x = 0$ ) und sodann für trockenen gesättigten Dampf ( $x = 1$ ) den geometrischen Ort der zusammengehörigen Werte von  $p$  und  $v$  beziehungsweise von  $T$  und  $s$  darstellt — wozu die erwähnten Dampftabellen das erforderliche Zahlenmaterial, die unentbehrliche Grundlage der ganzen technischen Thermodynamik, liefern. Die Fig. 10 und 11 stellen für Wasser die betreffenden Kurven dar; für  $x = 0$  fällt die Grenzkurve in Fig. 10 mit der Ordinatenaxe zusammen, weil  $v''$  bei Wasser innerhalb der für gesättigten Dampf in Betracht kommenden Drücke so klein ist, dass es sich der zeichnerischen Darstellung entzieht; in Fig. 11 ist die Ordinatenaxe so gelegt, dass die Entropie des flüssigen  $H_2O$  bei  $0^\circ C. = \text{Null}$  gesetzt ist.

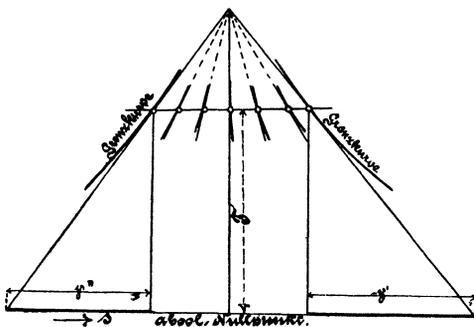


Fig. 12.

Der Inhalt der umränderten Fläche in Fig. 11 stellt in Kalorien die Gesamtwärme  $q_p + \lambda_i + Ap(v' - v'')$  beziehungsweise die Erzeugungswärme  $i$  bei konstantem Druck dar; trägt man den Flächeninhalt als Ordinate  $i$  zu dem betreffenden  $s$  auf, so ergibt sich das dritte, für die technische Thermodynamik der gesättigten Dämpfe charakteristische Diagramm Fig. 13 (nach *Mollier*<sup>11)</sup>). In jedes dieser Diagramme ist ein Netz von Kurven konstanten Druckes eingezeichnet, welche im  $pv$ - und  $Ts$ -Diagramm als horizontale, im  $si$ -Diagramm als geneigte Gerade erscheinen; für letztere wird die Tangente des Neigungswinkels nach Gleichung (12) gleich  $T$ . Ebenso leicht lässt sich in jedes dieser Diagramme ein Netz von Kurven konstanter spezifischer Dampfmenge einzeichnen, da solche immer den horizontalen Abstand der Grenzkurven (im  $si$ -Diagramm die geneigten geraden Strecken konstanten Druckes zwischen den Grenzkurven) in gleichem konstantem Verhältnis  $x$  teilen. Infolge dessen schneiden sich die Tangenten im  $Ts$ -Diagramme (vgl. Fig. 11 oder Fig. 12, welche eine etwas

11) R. Mollier, Neue Diagramme zur technischen Wärmelehre, Z. d. Vereins Deutscher Ingenieure 48 (1904), p. 271.

abgeänderte Wiederholung von Fig. 11 darstellt) an alle Kurven konstanter Dampfmenge für einen bestimmten Druck in einem Punkte, wodurch sofort (als Subtangenten) die spezifischen Wärmen auf den Kurven konstanter spezifischer Dampfmenge gegeben sind, da  $\gamma_x = \left(\frac{dq}{dT}\right)_x$ . Man sieht auch, dass beim Durchlaufen aller Werte von  $x$  auf einer Kurve konstanten Druckes (oder konstanter Temperatur) die spezifische Wärme ihr Vorzeichen wechselt, um in dem Fusspunkte des

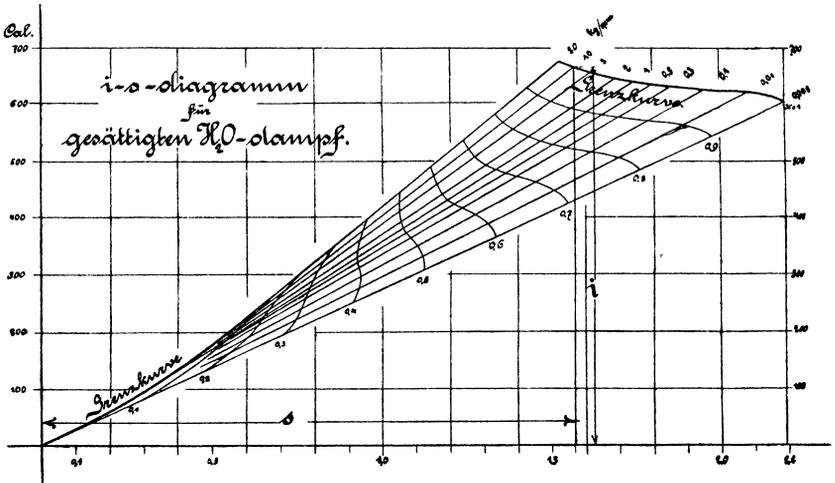


Fig. 13.

Lotes aus dem gemeinsamen Tangentenschnittpunkte zu Null zu werden. Der geometrische Ort dieser Fusspunkte heisst daher die *Nullkurve*. Man erkennt ferner aus dem Diagramm Fig. 12 ohne weiteres, dass bei Wasser  $\gamma'$  negativ ist, mit steigender Temperatur aber gegen Null hin wächst.

Äusserst einfach gestaltet sich im Wärmediagramm die Verfolgung der Vorgänge bei adiabatischer Expansion oder Kompression von gesättigtem Dampf — die Vertikalen zeigen sofort die dabei auftretenden Änderungen der spezifischen Dampfmenge; man sieht in Fig. 11, welchen Einfluss die anfängliche spezifische Dampfmenge auf den Umstand hat, ob im Verlauf der adiabatischen Expansion Verdampfung oder Kondensation eintritt u. s. w.

Den Vorgang der Abbildung eines  $pv$ -Diagrammes in das System des  $Ts$ -Diagrammes hat *Boulvin*<sup>12)</sup> in sehr eleganter und höchst einfacher Weise in ein und demselben Axenkreuz durchgeführt mit Be-

12) *J. Boulvin*, Cours de mécanique appliquée, Paris 1893, fasc. 3, p. 76. Vgl. auch Revue de mécanique 1900.



die Spannungskurve, so schneidet diese auf der Vertikalen durch  $N$  eine Strecke ab, welche  $= A(v' - v'')$ ; es ist nämlich

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dp}{dT} = \frac{\lambda}{T} : A(v' - v'')$$

oder  $\frac{\lambda}{v' - v''} = AT \cdot \frac{dp}{dT}$  (Gleichung von *Clapeyron-Clausius*).

Legt man das Dreieck  $MNN'$ , wie die Schraffur andeutet, an die Axe  $X-X$  an und überträgt man die Strecke  $A(v' - v'')$  in den dritten Quadranten (links unten) als Abscisse zur Ordinate  $p$ , so erhält man die Kurve der  $A(v' - v'')$ . Wegen der ausserordentlichen Kleinheit von  $v''$  bei Wasser kann man die Ordinatenaxe dieser Kurve, welche eigentlich um  $Av''$  über der Axe  $X-X$  liegt, zeichnerisch gar nicht von letzterer unterscheiden und es stellt somit die Kurve der  $A(v' - v'')$  nichts anderes dar als die Sättigungskurve ( $x = 1$ ) im Koordinatensystem  $p, v$ ; sie entspricht der rechten Grenzkurve  $x = 1$  im Wärmediagramm, während der Grenzkurve  $x = 0$  des letzteren die Axe  $X-X$  entspricht. Sucht man nun zu irgend einem Punkt  $B$  im Spannungsdiagramm den entsprechenden Punkt  $B'$  im Wärmediagramm, so hat man nur zu beachten, dass demselben ein bestimmter Wert der spezifischen Dampfmenge  $x$  zugehört, d. h., dass  $B'$  die Strecke  $M-N$  im gleichen Verhältnis teilen muss, wie  $B$  die Strecke  $M_1-N_1$ ; durch Ziehen der Geraden  $B-B_0-B'$  ist also  $B$ , d. h. ein beliebiger Punkt im Sättigungsgebiet des Spannungsdiagramms, in das Wärmediagramm übertragen. Irgend eine Kurve, welche im Spannungsdiagramm gezeichnet vorliegt, z. B. die Linie konstanten Volumens  $a-a$ , lässt sich so punktweise, wie angedeutet, ins Wärmediagramm (Linie  $a'-a'$ ) umsetzen. Dabei ist einleuchtend, dass die Zeichnung der Tangenten an die Spannungskurve beziehungsweise der Parallelen dazu gar nicht nötig ist — die Methode bleibt richtig, auch wenn die Sättigungskurve im  $p, v$ -System in irgend einem beliebigen Massstab (durch Auftragen der den Tabellen zu entnehmenden Werte  $v' - v''$  gezeichnet wurde.

Die Darstellungsweise der Eigenschaften der gesättigten Dämpfe durch ihr Wärmediagramm giebt auch sehr anschaulichen Aufschluss über das Verhalten im kritischen Punkt und seiner Umgebung, für welchen  $\left(\frac{dv}{dt}\right)_p = \infty$ ,  $\left(\frac{dv}{dp}\right)_t = \infty$ ,  $\left(\frac{ds}{dt}\right)_p = \infty$ ,  $\gamma_p = \infty$ . Für die *technisch* zur Zeit allein in dieser Region in Betracht kommende  $\text{CO}_2$ , nehmen die Grenzkurven im  $pv$ - und  $Ts$ -System folgende Gestalt an<sup>18)</sup> (Fig. 15 und Fig. 16):

18) Nach *R. Mollier*, Zeitschr. f. d. ges. Kälteindustrie 1896, p. 65; s. auch Z. d. Vereins Deutscher Ingenieure 48 (1904), p. 271.

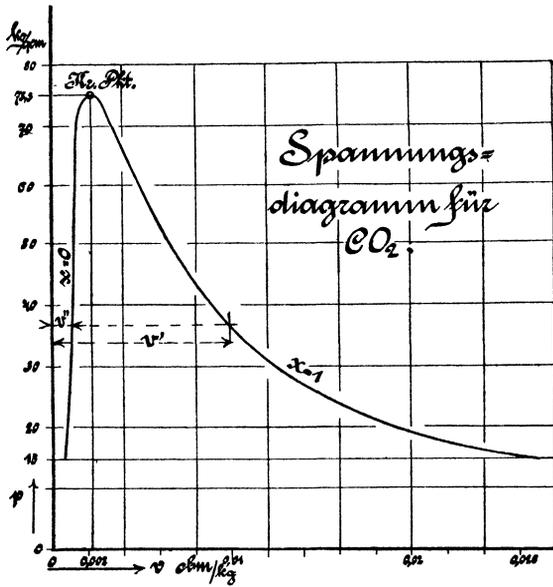


Fig. 15.

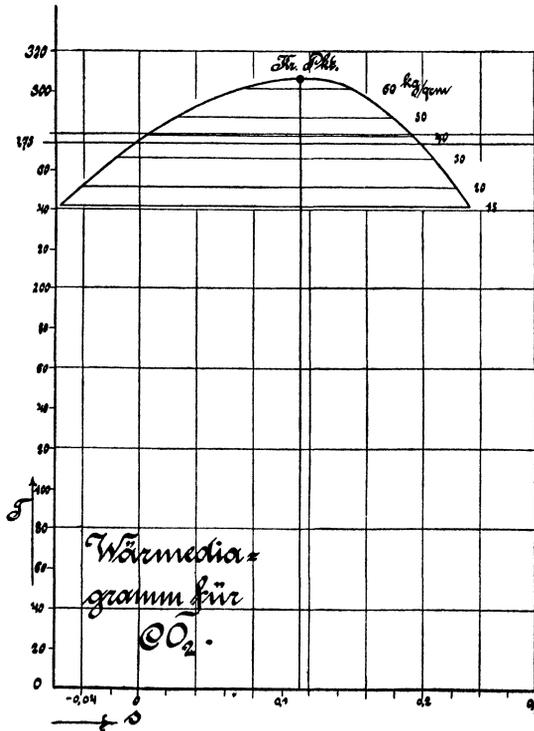


Fig. 16.

**7. Überhitzte Dämpfe.** Für *technische Zwecke* ist<sup>14)</sup> festzuhalten, dass die Zustandsgleichung der überhitzten Dämpfe nur dann brauchbar ist, wenn sie in einfacher Weise zu gegebenem  $p$  und  $T$  das Volumen zu berechnen gestattet; dies gilt von der, in der technischen Thermodynamik bislang am häufigsten verwendeten *Zeuner'schen* Gleichung<sup>15)</sup>, welche für Wasserdampf in der Absicht aufgestellt ist, einerseits noch für die Grenzkurve  $x = 1$  die Beobachtungswerte richtig wiederzugeben und andererseits die technisch verwerteten, höchstens 500° C. erreichenden Überhitzungen mit zu umfassen. Die Gleichung lautet

$$pv = BT - Cp \frac{n-1}{n} \quad (\text{Zustandsgleichung}),$$

wo  $B$ ,  $C$  und  $n$  die Konstanten des Dampfes sind. Man kann die beiden letzteren aus der Gleichung eliminieren, wenn man dafür die zum Drucke  $p$  gehörige Sättigungstemperatur  $T'$  und das zu  $p$  gehörige spezifische Volumen  $v'$  im gesättigten Zustande einführt. Schreibt man nämlich die obige Gleichung einmal für überhitzten Dampf, das andere Mal für gesättigten Dampf hin, wobei in Betracht kommt, dass dieselbe ja den letzteren Zustand noch mit umfassen soll, und subtrahiert beide von einander, so ergibt sich:

$$v = v' + \frac{B}{p}(T - T').$$

Für die Dampfkonstante  $B$  folgt hieraus die Bedeutung

$$B = p \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right)_p.$$

Die oben benutzte Konstante  $n$  hat für Wasserdampf den Wert 4/3.

Der Zuwachs der inneren Arbeit berechnet sich nach *Zeuner*<sup>16)</sup> zu

$$du = \frac{d(pv)}{n-1}.$$

Ferner ist die Erzeugungswärme bei konstantem Druck

$$i = q_p + \lambda + \gamma_p(T' - T),$$

und die Wärmeleichung

14) Die Experimentalphysik ist gegenwärtig (1904) am Werke, unsere noch sehr lückenhaften Kenntnisse in Bezug auf das Verhalten der überhitzten Dämpfe zu vervollständigen, namentlich in Bezug auf Zustandsgleichung und spezifische Wärme (letztere in Abhängigkeit von Temperatur und Druck) — die Rücksicht auf den Raum verbot hier, über das im Text gegebene hinauszugehen.

15) *Zeuner*, Techn. Thermodynamik 2, Leipzig 1901, p. 221.

16) Ebenda, p. 213 ff.

$$\begin{aligned} dq &= \frac{A}{n-1} (v dp + n p dv) \\ &= \gamma_v \left( dT + (n-1) T \frac{dv}{v} \right) \\ &= \gamma_p \left( dT - \frac{n-1}{n} T \frac{dp}{p} \right), \end{aligned}$$

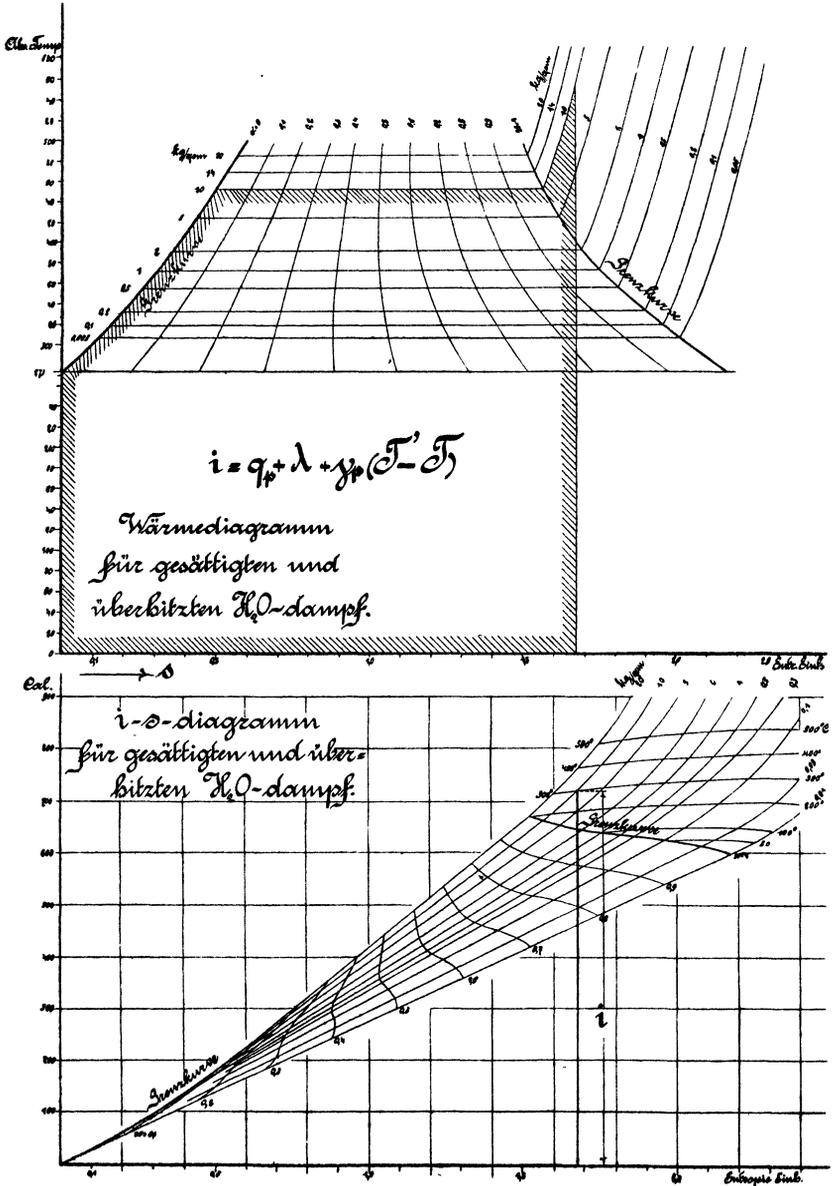


Fig. 17.

Zur Ableitung der Entropie kann man wieder von der Grenzkurve ausgehen und den Zuwachs der Entropie gegenüber dem gesättigten Zustande berechnen, indem man entweder den Druck oder das Volumen konstant hält. Mit konstanten Werten von  $\gamma_v$  und  $\gamma_p$  hat man dann

$$(a) \quad s = s' + \gamma_p \log \frac{T'}{T} \quad \text{oder} \quad (b) \quad s = s' + \gamma_v \log \frac{T'}{T};$$

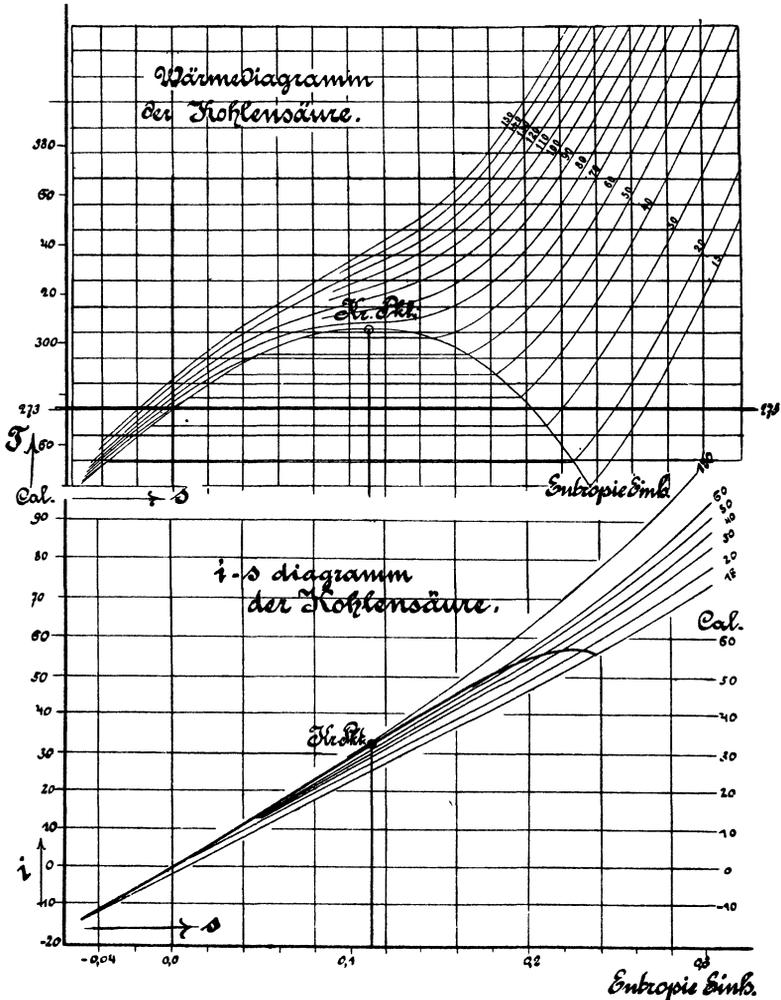


Fig. 18.

in der technischen Thermodynamik benutzt man einfach das Wärmediagramm, in welches die Kurven konstanten Druckes nach der vorstehenden Formel (a) eingezeichnet werden. Für  $\text{H}_2\text{O}$ -Dampf ist dies in Fig. 17, für  $\text{CO}_2$  in Fig. 18 geschehen; beidemal ist das zugehörige

*is*-Diagramm hinzugefügt. Fig. 17 schliesst sich an Fig. 11 und 13, Fig. 18 an Fig. 16 an. Was die *is*-Diagramme betrifft, so beachte man, dass in ihnen die Kurven konstanten Druckes beim Übergange aus dem Sättigungszustand in das Gebiet der Überhitzung keine Diskontinuität der Tangentenrichtung zeigen; es ist nämlich nach Gl. (12)

$$\left(\frac{\partial i}{\partial s}\right)_p = T,$$

d. h. die Tangente des Neigungswinkels einer Kurve konstanten Druckes gegen die *s*-Axe ist gleich der absoluten Temperatur und verhält sich daher beim Durchgange durch die Grenzkurve stetig.

## II. Kreisprozesse der thermodynamischen Maschinen.

8. **Allgemeines über die technischen Kreisprozesse.** Alles vorhergehende, aus der Experimentalphysik und der allgemeinen Thermodynamik herübergenommene liefert nur die notwendige, freilich noch sehr viele Lücken aufweisende Grundlage für die Lösung der Hauptaufgabe der technischen Thermodynamik, *die Arbeitsprozesse der thermodynamischen Maschinen so rationell und vorteilhaft als möglich zu gestalten*. Den Ausgangspunkt hierfür bildet das Studium des Kreisprozesses, zunächst in der Form des allgemeinen, umkehrbaren<sup>17)</sup> Prozesses, wie er in den Koordinaten *p*, *V* und *T*, *S* in den Fig. 19 und 20 dargestellt ist. Das Wesen desselben geht aus dieser Darstellung klar hervor: nach dem ersten Hauptsatz ist

$$AW = \left(\int\right) dQ = Q_1 - Q_2,$$

wenn  $Q_1$  die zugeführte,  $Q_2$  die gesamte entzogene Wärme bedeutet, nach dem zweiten Hauptsatz dagegen ist

$$\left(\int\right) \frac{dQ}{T} = 0,$$

was darin zum Ausdruck kommt, dass das Wärmediagramm, wenn Punkt für Punkt des Arbeitsdiagrammes abgebildet wird, sich schliesst. Soll, wie es die Technik verlangt, *dauernd* mit einem beliebigen arbeitenden Körper ein solcher Prozess beliebig oft ausgeführt werden, so muss einer Volumvergrößerung bei hohem Druck (ge-

17) Die Umkehrbarkeit des Prozesses, die in Wirklichkeit nicht statt hat, wird bei den allgemeinen Überlegungen im Sinne einer Idealisierung und Vereinfachung des Problems stets vorausgesetzt. Man denkt also bei diesen Überlegungen nicht eigentlich an die wirklichen Prozesse in den Maschinen, sondern an ideale Grenzfälle derselben.