Werk

Titel: Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen
Jahr: 1903
Kollektion: Mathematica
Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Werk Id: PPN360709532
PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360709532
OPAC: http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360709532

LOG Id: LOG_0149
LOG Titel: 5. Zustandsänderungen der Gase
LOG Typ: chapter

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN360504019
PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360504019
OPAC: http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360504019

Terms and Conditions

Contact

5. Zustandsänderungen der Gase. Alle technisch in Betracht kommenden Zustandsänderungen permanenter Gase lassen sich auf die Form der sogenannten polytropischen Kurve zurückführen, für welche, unter n einen beliebigen Exponenten verstanden,

$$p v^n = \text{const.}$$

Zur zeichnerischen Darstellung derselben sind zwei Methoden gebräuchlich. Entweder zieht man bei gegebenem Anfangszustand p_1, v_1 die unter dem Winkel α gegen die Abscissenaxe geneigte Gerade durch O, berechnet den Winkel β aus der Gleichung

$$1 + \operatorname{tg} \beta = (1 + \operatorname{tg} \alpha)^n$$

und zieht nun, wie die Fig. 3 zeigt, von den Punkten C und D ausgehend abwechselnd Senkrechte und unter 45^0 geneigte Linien, so

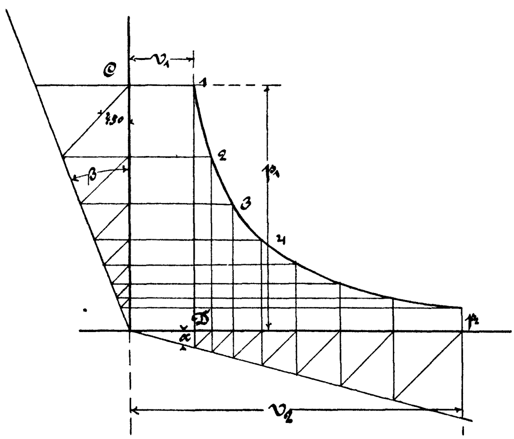

Fig. 3.

sind die Punkte 2, 3, 4 Punkte der Kurve (nach *Brauer*[9]). Oder man geht davon aus, dass

$$p_1 v_1^n = C, \quad p_2 v_2^n = C, \quad \text{also} \quad \sqrt{p_1 p_2} \cdot (\sqrt{v_1 v_2})^n = C,$$

d. h. das geometrische Mittel je zweier zusammengehöriger Koordinaten liefert einen weiteren Punkt der Kurve, was seinen graphischen Ausdruck in dem Verfahren der Fig. 4 (nach *Tolle*[10]) findet.

Aus der Gleichung der Polytrope im Verein mit der *Gay-Lussac*schen Gleichung folgen unmittelbar die Beziehungen

$$T v^{n-1} = \text{const.}, \quad \frac{T}{p^{\frac{n-1}{n}}} = \text{const.},$$

9) *E. A. Brauer,* Z. d. Vereins Deutscher Ingenieure 29 (1885), p. 433.
10) *M. Tolle,* Z. d. Vereins Deutscher Ingenieure 38 (1894), p. 1456.

$$w = \int_{(1)}^{(2)} p\,dv = \frac{1}{n-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2) = \frac{B}{n-1}(T_1 - T_2),$$

$$A w = \gamma_v \frac{\varkappa - 1}{n - 1}(T_1 - T_2),$$

$$q = \gamma_v (T_2 - T_1) + A w = \gamma_v (T_2 - T_1)\left(1 - \frac{\varkappa - 1}{n - 1}\right)$$

$$= \gamma_v \frac{n - \varkappa}{n - 1}(T_2 - T_1) = \gamma_n (T_2 - T_1),$$

$$\gamma_n = \gamma_v \frac{n - \varkappa}{n - 1}.$$

Die Beziehung zwischen Temperatur und Volumen $T v^{n-1} = \text{const.}$ führt sofort auf die graphische Darstellung des Verlaufes der Temperaturen durch die sogenannte *Charakteristik*, eine polytropische Kurve mit einem um 1 kleineren Exponenten, deren Konstruktion aus Fig. 5 hervorgeht. Man projiziert alle Kurvenpunkte durch Horizontale auf

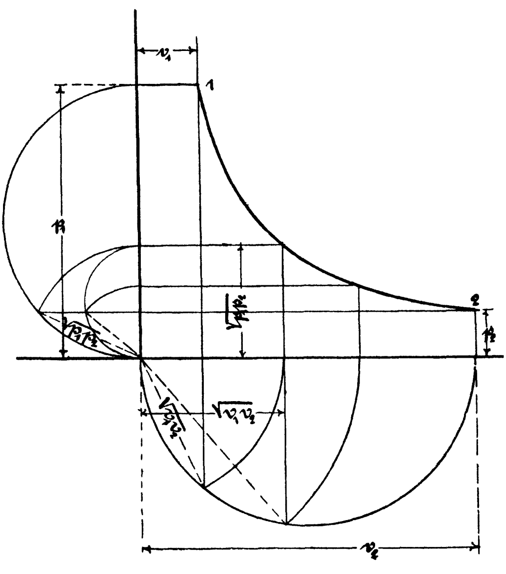

Fig. 4.

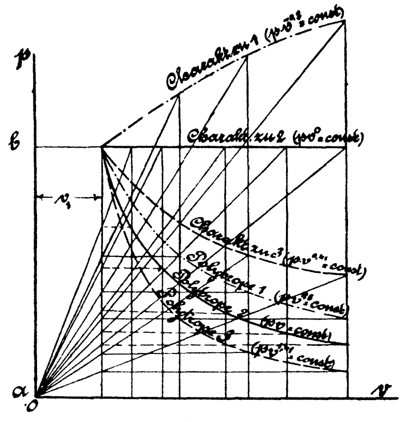

Fig. 5.

die zur Abscisse v_1 gehörige Ordinate p_1 und zieht durch die erhaltene Punktreihe ein Büschel aus O; dessen Schnittpunkte mit den zugehörigen Ordinaten liegen auf der gesuchten Kurve $p v^{n-1} = \text{const.}$, deren Ordinaten in dem Massstab $ab = T_1$ die Temperaturen darstellen. (Bei konstanter Temperatur z. B. geht die Charakteristik in eine horizontale, die Polytrope in eine gleichseitige Hyperbel über.)

Häufig liegt bei Anwendungen ein Diagramm, wie solche durch besondere Instrumente (Indikatoren) an Maschinen aufgenommen werden, in natura vor und es handelt sich um die Bestimmung des Exponenten n der als Polytrope vorausgesetzten Kurve. Das Diagramm giebt den thatsächlichen Zusammenhang zwischen dem Gesamtvolumen V des Arbeitsstoffes und seinem Druck p an. Man verfährt dabei entweder nach Fig. 6 mit Hilfe des Planimeters; zufolge der Gleichung der

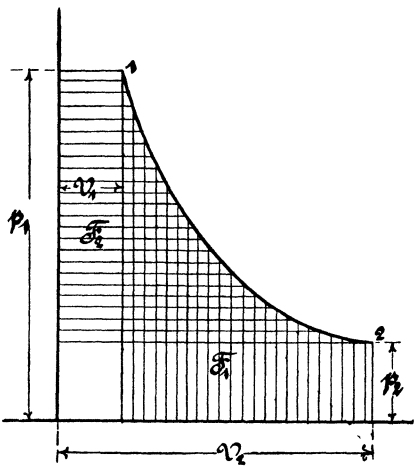

Fig. 6.

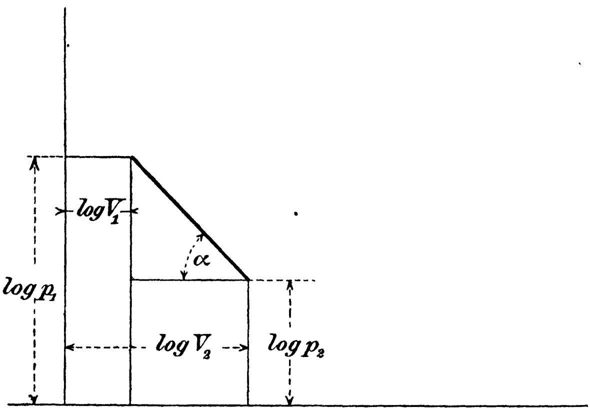

Fig. 7.

Polytrope erhält man für die zwischen der Kurve und den Koordinatenaxen gelegenen Flächen F_1 und F_2:

$$F_1 = \frac{1}{n-1}(p_1 V_1 - p_2 V_2) \text{ und } F_2 = \frac{n}{n-1}(p_1 V_1 - p_2 V_2), \text{ also } \frac{F_2}{F_1} = n.$$

Oder man trägt in rechtwinkligen Koordinaten nach der Formel

$$n \log V_2 + \log p_2 = n \log V_1 + \log p_1$$

(Fig. 7) als Abscissen die $\log V$ und als Ordinaten die $\log p$ auf; im Fall einer Polytrope erhält man eine Gerade, deren Neigungswinkel den Exponenten ergiebt, indem $n = \operatorname{tg} \alpha$.

Sehr einfach ist die Abbildung der Polytrope im Wärmediagramm, indem

$$s = \int \frac{dq}{T} = \gamma_n \log \frac{T_2}{T_1}$$

wird (Fig. 8). Die Subtangente der Kurve ist nach früherem $= \gamma_n$, also constant.

Wenn n spezielle Werte annimmt, so ergeben sich alle technisch wichtigen besonderen Zustandsänderungen, z. B.

für $n = \mp \infty$ die Zustandsänd. bei const. Volumen; $\gamma_n = \gamma_v$,
$n = 0$ „ „ „ „ Druck; $\gamma_n = \gamma_p$,
$n = 1$ „ „ const. Temperatur (Isotherme),
$n = 1{,}41 = k$, adiabatische Zustandsänd. $\gamma_n = 0$.

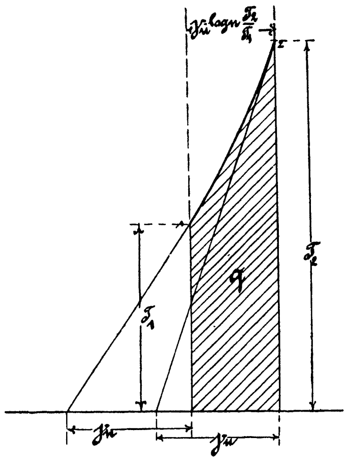

Fig. 8.

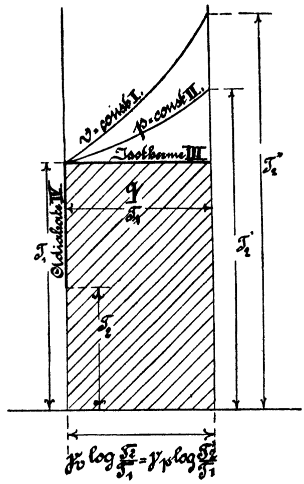

Fig. 9.

Im Wärmediagramm entsprechen diesen vier Fällen die charakteristischen Kurven I—IV (Fig. 9).

6. Gesättigte Dämpfe (vgl. auch V 3, Art. *Bryan*, Nr. **23**). Da in dem Zustand der Sättigung bei einer verdampfenden oder sich kondensierenden Flüssigkeit sowohl die Temperatur als auch das spezifische Volumen des dampfförmigen wie des flüssigen Teiles erfahrungsgemäss Funktionen des Druckes allein sind, so kommt eine Zustandsgleichung wie für die Gase hier nicht in Frage; die genannten Funktionen des Druckes werden in der technischen Thermodynamik gewöhnlich nicht in analytischer sondern in Tabellenform gegeben und zwar mittelst der nach *Regnault*'s Versuchen berechneten *Zeuner*schen Dampftabellen. Neben dem Druck führt man als zweite unabhängige Veränderliche in der Regel den spezifischen Dampfgehalt x (Dampfgewicht dividiert durch Gesamtgewicht von Dampf und Flüssigkeit) ein. Man bezeichnet als „nassen Dampf" ein Gemisch von Dampf und Flüssigkeit in gesättigtem Zustand, für welches das specifische Volumen durch die Beziehung gegeben ist:

$$v = x(v' - v'') + v''$$

mit den Grenzwerten