

## Werk

**Titel:** Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen

**Jahr:** 1903

**Kollektion:** Mathematica

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN360709532

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360709532>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360709532>

**LOG Id:** LOG\_0150

**LOG Titel:** 6. Gesättigte Dämpfe

**LOG Typ:** chapter

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN360504019

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360504019>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360504019>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

für  $n = \frac{1}{\gamma} \infty$  die Zustandsänd. bei const. Volumen;  $\gamma_n = \gamma_v$ ,  
 $n = 0$  " " " " Druck;  $\gamma_n = \gamma_p$ ,  
 $n = 1$  " " const. Temperatur (Isotherme),  
 $n = 1,41 = k$ , adiabatische Zustandsänd.  $\gamma_n = 0$ .

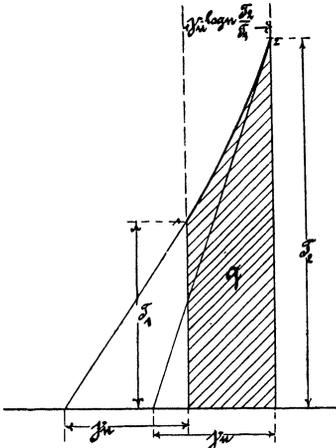


Fig. 8.

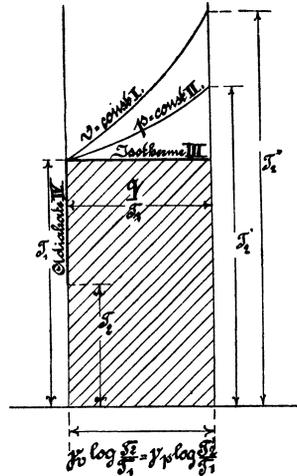


Fig. 9.

Im Wärmediagramm entsprechen diesen vier Fällen die charakteristischen Kurven I—IV (Fig. 9).

**6. Gesättigte Dämpfe** (vgl. auch V 3, Art. *Bryan*, Nr. 23). Da in dem Zustand der Sättigung bei einer verdampfenden oder sich kondensierenden Flüssigkeit sowohl die Temperatur als auch das spezifische Volumen des dampfförmigen wie des flüssigen Teiles erfahrungsgemäss Funktionen des Druckes allein sind, so kommt eine Zustandsgleichung wie für die Gase hier nicht in Frage; die genannten Funktionen des Druckes werden in der technischen Thermodynamik gewöhnlich nicht in analytischer sondern in Tabellenform gegeben und zwar mittelst der nach *Regnault's* Versuchen berechneten *Zeuner'schen* Dampftabellen. Neben dem Druck führt man als zweite unabhängige Veränderliche in der Regel den spezifischen Dampfgehalt  $x$  (Dampfgewicht dividiert durch Gesamtgewicht von Dampf und Flüssigkeit) ein. Man bezeichnet als „nassen Dampf“ ein Gemisch von Dampf und Flüssigkeit in gesättigtem Zustand, für welches das spezifische Volumen durch die Beziehung gegeben ist:

$$v = x(v' - v'') + v''$$

mit den Grenzwerten

$$\begin{aligned} v &= v'' \text{ für } x = 0 \quad (\text{Flüssigkeit}), \\ v &= v' \quad ,, \quad x = 1 \quad (\text{trocken gesättigter Dampf}). \end{aligned}$$

Die Gleichung für die innere Arbeit lautet dann

$$\begin{aligned} du &= dq_p + d(x\lambda_i), \\ u &= q_p + x\lambda_i, \end{aligned}$$

wobei die Konstante dadurch eliminiert wird, dass alle Wärmemengen von 0° C. ab gezählt werden. (Wegen der Bedeutung von  $q_p$ ,  $\lambda_i$ ,  $\lambda$  sowie wegen der Beziehung  $\lambda = \lambda_i + Ap(v' - v'')$  vgl. den Abschnitt „Bezeichnungen.“) Als weitere, den gesättigten Dämpfen eigentümliche Gleichung tritt hinzu die Gleichung von *Clapeyron-Clausius*:

$$\frac{\lambda}{v' - v''} = AT \frac{dp}{dT} \dots [138]$$

und schliesslich die Wärmegleichung in der allgemeinen Form:

$$dq = dq_p + d(x\lambda_i) + Ap dv;$$

für Wasser im speziellen, die technisch wichtigste Flüssigkeit, kann innerhalb der Grenzen der Anwendung

$$v'' = 0,001 = \text{const.}$$

gesetzt werden, sodass  $dv = d(x(v' - v''))$  wird. Damit ergibt sich für  $dq$  weiter, wenn man noch  $Ap dv = Ad(pv) - Av dp$  setzt:

$$dq = dq_p + d(x \cdot \lambda_i) + Ad(x \cdot p[v' - v'']) - Ax(v' - v'') dp$$

und mit Benützung der Beziehung  $\lambda = \lambda_i + Ap(v' - v'')$

$$dq = dq_p + d(x\lambda) - Ax(v' - v'') dp.$$

Das letzte Glied lässt sich mit Benützung der Gleichung von *Clapeyron-Clausius* schreiben:

$$Ax(v' - v'') dp = \frac{x \cdot \lambda}{T} \cdot dT$$

und nach leichter Umformung hieraus:

$$dq = dq_p + T \cdot d\left(\frac{x\lambda}{T}\right),$$

eine Form der Wärmegleichung, die zuerst von *Clausius* gegeben wurde und sich sehr gut zur Berechnung der Entropie der gesättigten Dämpfe eignet, indem

$$\begin{aligned} \frac{dq}{T} &= ds = \frac{dq_p}{T} + d\left(\frac{x\lambda}{T}\right) \\ s &= \int_{273}^T \frac{dq_p}{T} + \frac{x\lambda}{T} = s'' + x(s' - s'') \dots [140] \end{aligned}$$

wobei  $s''$  die Entropie der Flüssigkeit und  $s'$  diejenige des ganzen kg (Gemisch von Dampf und Flüssigkeit) bezeichnet.

Endlich wird die Erzeugungswärme bei konstantem Druck pro 1 kg des Gemisches:

$$i = q_p + x\lambda.$$

Alle Eigenschaften der gesättigten Dämpfe, welche für die tech-

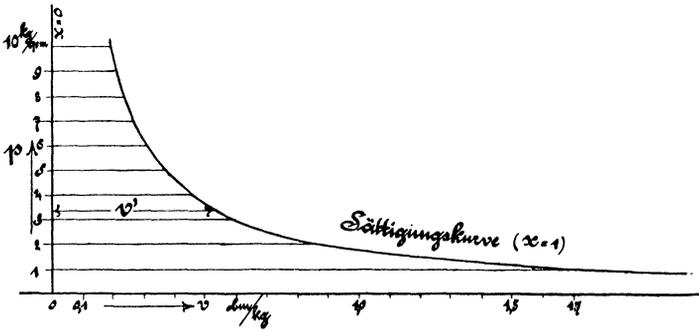


Fig. 10.

nische Thermodynamik in Betracht kommen, lassen sich mit Hilfe einer graphischen Darstellung sowohl im  $pv$ -Diagramm als im  $Ts$ -Diagramm ableiten; charakteristisch für diese Körper sind vor allem

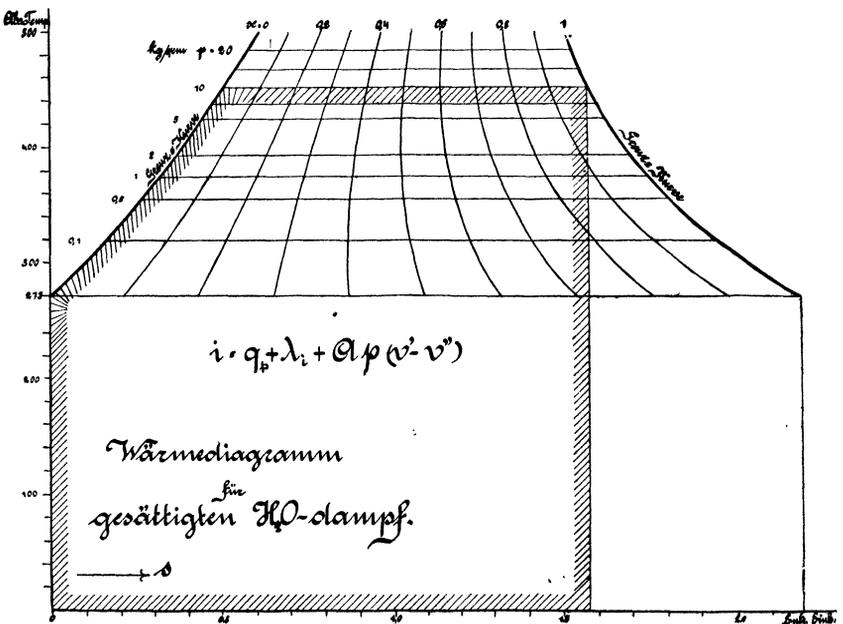


Fig. 11.

in beiden Diagrammen die sogenannten Grenzkurven oder Sättigungskurven, welche erhalten werden, wenn man einmal für gesättigte Flüssig-

keit ( $x = 0$ ) und sodann für trockenen gesättigten Dampf ( $x = 1$ ) den geometrischen Ort der zusammengehörigen Werte von  $p$  und  $v$  beziehungsweise von  $T$  und  $s$  darstellt — wozu die erwähnten Dampftabellen das erforderliche Zahlenmaterial, die unentbehrliche Grundlage der ganzen technischen Thermodynamik, liefern. Die Fig. 10 und 11 stellen für Wasser die betreffenden Kurven dar; für  $x = 0$  fällt die Grenzkurve in Fig. 10 mit der Ordinatenaxe zusammen, weil  $v''$  bei Wasser innerhalb der für gesättigten Dampf in Betracht kommenden Drücke so klein ist, dass es sich der zeichnerischen Darstellung entzieht; in Fig. 11 ist die Ordinatenaxe so gelegt, dass die Entropie des flüssigen  $H_2O$  bei  $0^\circ C. = \text{Null}$  gesetzt ist.

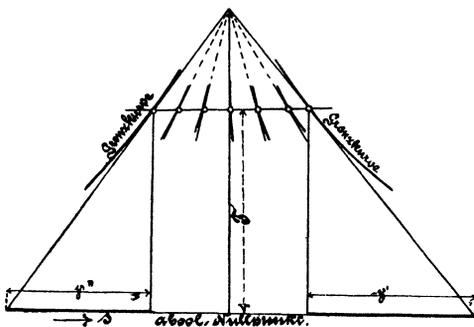


Fig. 12.

Der Inhalt der umränderten Fläche in Fig. 11 stellt in Kalorien die Gesamtwärme  $q_p + \lambda_i + Ap(v' - v'')$  beziehungsweise die Erzeugungswärme  $i$  bei konstantem Druck dar; trägt man den Flächeninhalt als Ordinate  $i$  zu dem betreffenden  $s$  auf, so ergibt sich das dritte, für die technische Thermodynamik der gesättigten Dämpfe charakteristische Diagramm Fig. 13 (nach *Mollier*<sup>11)</sup>). In jedes dieser Diagramme ist ein Netz von Kurven konstanten Druckes eingezeichnet, welche im  $pv$ - und  $Ts$ -Diagramm als horizontale, im  $si$ -Diagramm als geneigte Gerade erscheinen; für letztere wird die Tangente des Neigungswinkels nach Gleichung (12) gleich  $T$ . Ebenso leicht lässt sich in jedes dieser Diagramme ein Netz von Kurven konstanter spezifischer Dampfmenge einzeichnen, da solche immer den horizontalen Abstand der Grenzkurven (im  $si$ -Diagramm die geneigten geraden Strecken konstanten Druckes zwischen den Grenzkurven) in gleichem konstantem Verhältnis  $x$  teilen. Infolge dessen schneiden sich die Tangenten im  $Ts$ -Diagramme (vgl. Fig. 11 oder Fig. 12, welche eine etwas

11) R. Mollier, Neue Diagramme zur technischen Wärmelehre, Z. d. Vereins Deutscher Ingenieure 48 (1904), p. 271.

abgeänderte Wiederholung von Fig. 11 darstellt) an alle Kurven konstanter Dampfmenge für einen bestimmten Druck in einem Punkte, wodurch sofort (als Subtangenten) die spezifischen Wärmen auf den Kurven konstanter spezifischer Dampfmenge gegeben sind, da  $\gamma_x = \left(\frac{dq}{dT}\right)_x$ . Man sieht auch, dass beim Durchlaufen aller Werte von  $x$  auf einer Kurve konstanten Druckes (oder konstanter Temperatur) die spezifische Wärme ihr Vorzeichen wechselt, um in dem Fusspunkte des

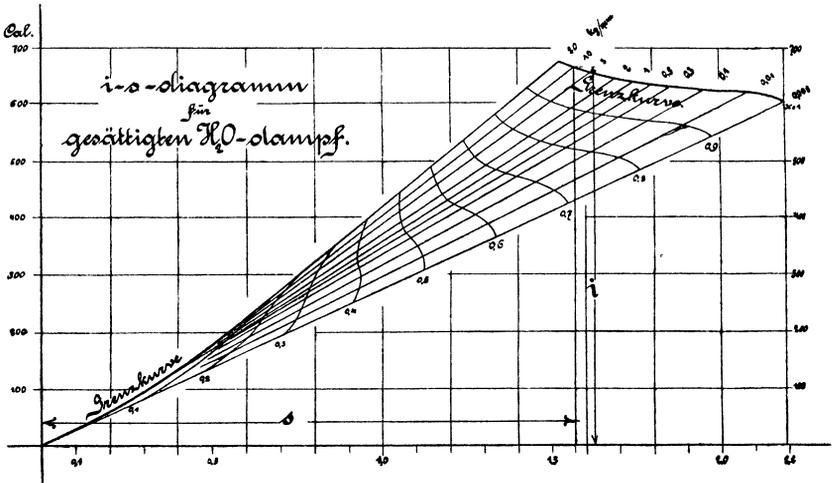


Fig. 13.

Lotes aus dem gemeinsamen Tangentenschnittpunkte zu Null zu werden. Der geometrische Ort dieser Fusspunkte heisst daher die *Nullkurve*. Man erkennt ferner aus dem Diagramm Fig. 12 ohne weiteres, dass bei Wasser  $\gamma'$  negativ ist, mit steigender Temperatur aber gegen Null hin wächst.

Äusserst einfach gestaltet sich im Wärmediagramm die Verfolgung der Vorgänge bei adiabatischer Expansion oder Kompression von gesättigtem Dampf — die Vertikalen zeigen sofort die dabei auftretenden Änderungen der spezifischen Dampfmenge; man sieht in Fig. 11, welchen Einfluss die anfängliche spezifische Dampfmenge auf den Umstand hat, ob im Verlauf der adiabatischen Expansion Verdampfung oder Kondensation eintritt u. s. w.

Den Vorgang der Abbildung eines  $pv$ -Diagrammes in das System des  $Ts$ -Diagrammes hat *Boulvin*<sup>12)</sup> in sehr eleganter und höchst einfacher Weise in ein und demselben Axenkreuz durchgeführt mit Be-

12) *J. Boulvin*, Cours de mécanique appliquée, Paris 1893, fasc. 3, p. 76. Vgl. auch Revue de mécanique 1900.



die Spannungskurve, so schneidet diese auf der Vertikalen durch  $N$  eine Strecke ab, welche  $= A(v' - v'')$ ; es ist nämlich

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dp}{dT} = \frac{\lambda}{T} : A(v' - v'')$$

oder  $\frac{\lambda}{v' - v''} = AT \cdot \frac{dp}{dT}$  (Gleichung von *Clapeyron-Clausius*).

Legt man das Dreieck  $MNN'$ , wie die Schraffur andeutet, an die Axe  $X-X$  an und überträgt man die Strecke  $A(v' - v'')$  in den dritten Quadranten (links unten) als Abscisse zur Ordinate  $p$ , so erhält man die Kurve der  $A(v' - v'')$ . Wegen der ausserordentlichen Kleinheit von  $v''$  bei Wasser kann man die Ordinatenaxe dieser Kurve, welche eigentlich um  $Av''$  über der Axe  $X-X$  liegt, zeichnerisch gar nicht von letzterer unterscheiden und es stellt somit die Kurve der  $A(v' - v'')$  nichts anderes dar als die Sättigungskurve ( $x = 1$ ) im Koordinatensystem  $p, v$ ; sie entspricht der rechten Grenzkurve  $x = 1$  im Wärmediagramm, während der Grenzkurve  $x = 0$  des letzteren die Axe  $X-X$  entspricht. Sucht man nun zu irgend einem Punkt  $B$  im Spannungsdiagramm den entsprechenden Punkt  $B'$  im Wärmediagramm, so hat man nur zu beachten, dass demselben ein bestimmter Wert der spezifischen Dampfmenge  $x$  zugehört, d. h., dass  $B'$  die Strecke  $M-N$  im gleichen Verhältnis teilen muss, wie  $B$  die Strecke  $M_1-N_1$ ; durch Ziehen der Geraden  $B-B_0-B'$  ist also  $B$ , d. h. ein beliebiger Punkt im Sättigungsgebiet des Spannungsdiagramms, in das Wärmediagramm übertragen. Irgend eine Kurve, welche im Spannungsdiagramm gezeichnet vorliegt, z. B. die Linie konstanten Volumens  $a-a$ , lässt sich so punktweise, wie angedeutet, ins Wärmediagramm (Linie  $a'-a'$ ) umsetzen. Dabei ist einleuchtend, dass die Zeichnung der Tangenten an die Spannungskurve beziehungsweise der Parallelen dazu gar nicht nötig ist — die Methode bleibt richtig, auch wenn die Sättigungskurve im  $p, v$ -System in irgend einem beliebigen Massstab (durch Auftragen der den Tabellen zu entnehmenden Werte  $v' - v''$  gezeichnet wurde).

Die Darstellungsweise der Eigenschaften der gesättigten Dämpfe durch ihr Wärmediagramm giebt auch sehr anschaulichen Aufschluss über das Verhalten im kritischen Punkt und seiner Umgebung, für welchen  $\left(\frac{dv}{dt}\right)_p = \infty$ ,  $\left(\frac{dv}{dp}\right)_t = \infty$ ,  $\left(\frac{ds}{dt}\right)_p = \infty$ ,  $\gamma_p = \infty$ . Für die *technisch* zur Zeit allein in dieser Region in Betracht kommende  $\text{CO}_2$  nehmen die Grenzkurven im  $pv$ - und  $Ts$ -System folgende Gestalt an<sup>18)</sup> (Fig. 15 und Fig. 16):

18) Nach *R. Mollier*, Zeitschr. f. d. ges. Kälteindustrie 1896, p. 65; s. auch Z. d. Vereins Deutscher Ingenieure 48 (1904), p. 271.

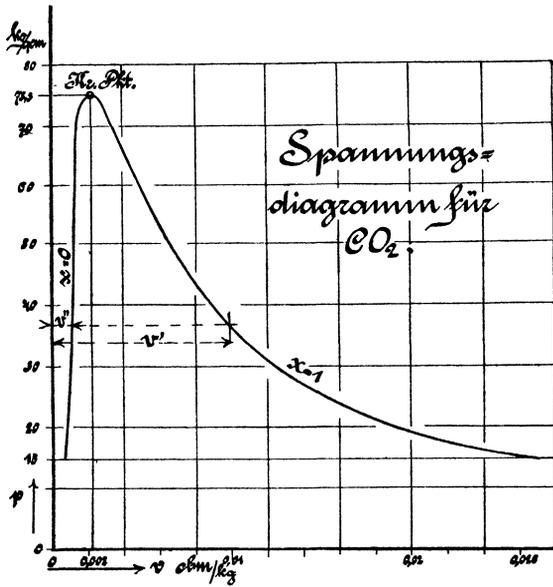


Fig. 15.

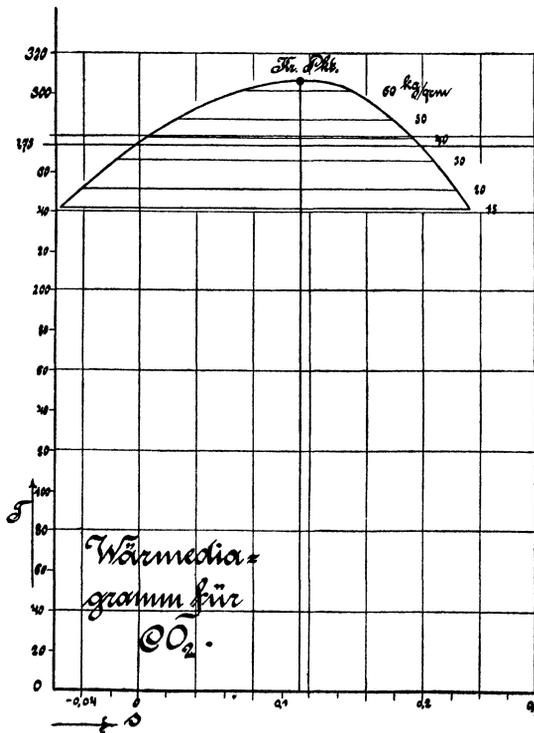


Fig. 16.