

## Werk

**Titel:** Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen

**Jahr:** 1903

**Kollektion:** Mathematica

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN360709532

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360709532>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360709532>

**LOG Id:** LOG\_0229

**LOG Titel:** 46. Kombinatorische Fragen

**LOG Typ:** chapter

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN360504019

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360504019>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360504019>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

sichtiger Anlehnung an das periodische Gesetz.  $D$  kann dann den Betrag von mehreren Einheiten erreichen.  $N$  hat bei den Elementen ungerader Valenz im allgemeinen die Form  $4n - 1$ , und bei denen gerader Valenz die Form  $4n$ , wo  $n$  wieder eine ganze Zahl ist. Ausgenommen sind in der Reihe H...Fe nur die Elemente H, N, Sc, sowie Be, diese Ausnahmen sind also so wenig zahlreich, dass die ganze Anordnung nicht auf Zufall beruhen kann<sup>158</sup>). Ausserdem treten Gesetzmässigkeiten hervor, wenn die Elemente nach Werten von  $N$  in eine Reihe geordnet werden, und der Gang der  $D$ -Werte lässt in jeder der grossen Perioden (44 in den  $N$ -Werten) bei den Elementen gerader wie ungerader Valenz zwei Maxima und zwei Minima erkennen.

Der Wasserstoff nimmt, wie auch im periodischen System, eine Sonderstellung ein, und zwischen H und He würde ein hypothetisches Element (Coronium?) einzuschieben sein. Die sonstigen Lücken sind mit dem periodischen System wenigstens nicht unvereinbar.

Die einfach der Grösse nach geordneten Atomgewichte hat *J. H. Vincent* unter der Annahme  $H = 1$  durch die Formel  $N^q$ , wo  $N$  eine ganze Zahl und  $q$  eine Konstante ist ( $= 1,21$ ) angenähert darzustellen gesucht<sup>159</sup>). Es muss dann eine Lücke zwischen H und He, und eine zweite zwischen He und Li angenommen werden, die folgende Reihe wird lückenlos bis zu den seltenen Erden hin. Die Abweichungen, die in extremen Fällen (Jod) bis zu vier Einheiten, und bis zu 4% des Atomgewichts (He, C, S u. s. w.) betragen, lassen ein deutliches Gesetz nicht hervortreten.

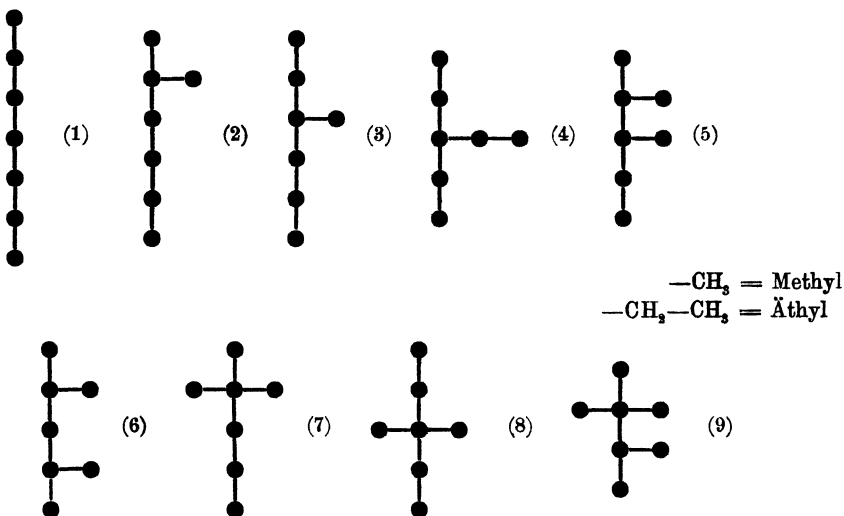
Mit der hier behandelten Frage stehen spektralanalytische Gesetzmässigkeiten im Zusammenhang. Vgl. den Beitrag von *C. Runge* im zweiten Halbbande.

**46. Kombinatorische Fragen.** Nimmt man für jedes Element eine bestimmte Maximalvalenz an, setzt man voraus, dass jedes mit jedem sich verbinden kann, und sieht man von stereometrischen Überlegungen ab, so wird die Bestimmung der formal-denkbaren Verbindungen und Radikale aus  $n$  Atomen eine rein kombinatorische Aufgabe (vgl. Nr. 9). Der Wert solcher Betrachtungen ist indessen im allgemeinen gering angesichts der Unwahrscheinlichkeit schon so ein-

158) *R.* giebt an, dass die Wahrscheinlichkeit der thatsächlichen Verteilung der  $N$ -Werte auf die vier Gruppen  $4n$ ,  $4n + 1$ ,  $4n + 2$ ,  $4n + 3$  über sieben Millionen mal kleiner sei als „die wahrscheinlichste Verteilung“ derselben Werte.

159) *Phil. Mag.* (6) 4 (1902), p. 103—115. Dasselbst auch ein Referat über einige ältere Versuche angenäherter Darstellung der Atomgewichte.

facher Verbindungen wie  $C \equiv C^{160}$ ) und der Thatsache, dass stereochemische Isomere eben nicht als äquivalent erachtet werden dürfen. Indessen sind bei Ketten- und Ringbildungen der organischen Chemie die Voraussetzungen für die Anwendung der reinen Kombinatorik zum Teil günstiger. Als Beispiel betrachten wir kurz die Paraffine. Ein Kohlenwasserstoff der Formel  $C_nH_{2n+2}$  ist, wenn Stereomere (die von  $n = 7$  an auftreten können) nicht unterschieden werden, völlig bestimmt durch die Verkettung seiner Kohlenstoffatome. Von diesen ist jedes an ein, zwei, drei oder vier andere einfach gebunden, und zwar so, dass die ganze Figur keinen Ring enthält. Alle sog. Heptane  $C_7H_{16}$  z. B. werden durch die folgenden Figuren erschöpft:



- (1) Normales Heptan.
- (2) Methyl-2-hexan.
- (3) Methyl-3-hexan.
- (4) Äthyl-3-pentan.
- (5) Dimethyl-2, 3-pentan.
- (6) Dimethyl-2, 4-pentan.
- (7) Dimethyl-2, 2-pentan.
- (8) Dimethyl-3, 3-pentan.
- (9) Trimethyl-2, 2, 3-butan.

160) Wie weit das wirklich Gefundene hinter solchem Phantasiespiel zurückbleibt, zeigt bei aller seiner Reichhaltigkeit das grosse Werk von *M. M. Richter*, Lexikon der Kohlenstoffverbindungen (Hamburg u. Leipzig, 1900—1901).

(3) und (5) sind in je zwei enantiomorphen Formen anzunehmen (s. Nr. 18). Bekannt sind bis jetzt die Heptane (1), (2), (3) — dieses als racemisches Gemisch, vgl. Nr. 19 — (4), (7), (8); ausserdem ist noch ein Heptan von unbekannter Struktur dargestellt worden. Dagegen kennt man alle Paraffine, die Werten  $n < 7$  entsprechen. (Vgl. das in Anm. 160 citierte Lexikon von *M. M. Richter*.)

Die Anzahl  $N$  der einem gegebenen Werte von  $n$  entsprechenden Figuren der bezeichneten Art, die „Bäume“ (trees) genannt werden, hat *A. Cayley* behandelt<sup>161</sup>). Entsprechende Werte von  $n$  und  $N$  sind

$$n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \dots$$

$$N = 1, 1, 1, 2, 3, 5, 9, 18, 35, 75, 159, 355, 802, \dots$$

Die Anzahlen der entsprechenden Alkohole  $C_nH_{2n+1}(OH)$  sind<sup>162</sup>)

$$N_1 = 1, 1, 2, 4, 8, 17, 39, 89, 211, 507, 1238, 3057, 7638$$

(wobei wieder die hier von  $n = 5$  an auftretenden Stereoisomeren nicht unterschieden sind).

Es liegt in der Natur der Sache, dass solche kombinatorische Aufgaben auch in ganz anderem Zusammenhang sich darbieten können; so ist *Cayley* thatsächlich durch rein-mathematische Spekulationen zur Betrachtung der „Bäume“ veranlasst worden. Formale Analogieen zu den chemischen Strukturformeln, die in der Theorie der Invarianten binärer (und anderer) algebraischer Formen (Art. I B, 2) auftreten, haben zu der phantastischen Hoffnung Anlass gegeben, die Chemie könne aus diesem Zweige der Algebra Gewinn ziehen<sup>163</sup>). Mit Recht hat indessen schon *M. Noether* in einem Referate über solche Bemühungen<sup>164</sup>) auf das Äusserliche des ganzen Zusammenhanges und auf das Fehlen einer wirklichen Analogie aufmerksam gemacht. Gleichwohl ist der erwähnte Gedanke neuerdings wieder aufgetaucht. Ein Fortschritt in der Chemie soll angeblich dadurch herbeigeführt werden, dass man

161) Die Hauptarbeit: On the Analytical Forms called Trees, with Application to the Theory of Chemical Combinations, Rep. Brit. Assoc. 1875, p. 257—305 = Coll. Math. Papers 9, Nr. 610. (Vgl. ebenda Nr. 586.) Dazu — insbesondere wegen der Fälle  $n = 12, 13$ : *F. Herrmann*, Ber. d. deutsch. chem. Ges. 13 (1880), p. 792; *Delannoy*, Bull. Soc. chim. Paris (3) 11 (1894), p. 239—248; ferner *S. M. Losanitzsch*, Ber. d. deutsch. chem. Ges. 30 (1897), p. 2423.

162) *A. Cayley*, Coll. Pap. 9, Nr. 621; *F. Flavitzky*, Ber. d. deutsch. chem. Ges. 9 (1876), p. 267. S. ferner *R. Anshütz*, ebenda 35 (1902), p. 3457, u. a. m.

163) *J. J. Sylvester*, On an Application of the New Atomic Theory etc., Amer. Journal of Math. 1 (1878), p. 64; *Clifford*, ebenda p. 126.

164) Fortschr. d. Math. 10 (1878, Berlin 1880), p. 91.

die graphischen Strukturformeln durch verwickeltere Zeichen ersetzt, z. B. die Strukturformel HOOH in der Form schreibt:  $(oo')(oh)(o'h)$ .<sup>165)</sup>

---

165) *P. Gordan* und *W. Alexejeff*, Übereinstimmung der Formeln der Chemie und der Invariantentheorie, Sitzgsber. der phys.-med. Societät zu Erlangen 1900 = *Ztschr. phys. Chem.* 35 (1900), p. 610—633. Reférat darüber *Beibl. Ann. Phys.* 25 (1901), p. 87; *Alexejeff*, *Ztschr. phys. Chem.* 36 (1901), p. 740; *E. Study*, ebenda 37 (1901), p. 546. Erwiderung von *Alexejeff*, ebenda 38 (1901), p. 750.

---

(Abgeschlossen im März 1905.)