

Werk

Titel: Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen

Jahr: 1903

Kollektion: Mathematica

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN360709532

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360709532>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360709532>

LOG Id: LOG_0234

LOG Titel: 3. Raumgitter

LOG Typ: chapter

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN360504019

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360504019>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360504019>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

$$\beta_1 \varepsilon_1 = d_1; \beta_2 \varepsilon_2 = d_2; \beta_3 \varepsilon_3 = d_3$$

$$\beta_1 \varepsilon_4 = d_4; \beta_2 \varepsilon_5 = d_5; \beta_3 \varepsilon_6 = d_6.$$

Diese sechs Flächen schneiden sich zu je dreien in vier Kanten:

$$d_1 d_2 d_3 = \delta_0$$

$$d_1 d_5 d_6 = \delta_1$$

$$d_2 d_6 d_4 = \delta_2$$

$$d_3 d_4 d_5 = \delta_3,$$

welche ein vollständiges Vierkant bilden.

In jeder Diagonalfäche b bilden die auf ihr liegenden Gegenkanten ε und Diagonalkanten β ein harmonisches Büschel:

$$(\beta_2 \beta_3 \varepsilon_1 \varepsilon_4) = -1$$

$$(\beta_3 \beta_1 \varepsilon_5 \varepsilon_2) = -1$$

$$(\beta_1 \beta_2 \varepsilon_6 \varepsilon_3) = -1.$$

Die Fläche e_i und die Kante δ_i , $i = 1, 2, 3, 4$, werden an allen Kanten des Dreikants $\beta_1 \beta_2 \beta_3$ und auf allen Flächen des Dreiflachs $b_1 b_2 b_3$ voneinander harmonisch getrennt.

Auf diese Weise kann die geometrische Ableitung neuer Flächen und Kanten unbegrenzt fortschreiten.

3. Raumgitter. Der Zonenzusammenhang der Flächen eines krystallisierten Körpers wird veranschaulicht durch das geometrische Bild der Struktur einheitlicher Krystalle, das durch die weitere Entwicklung der *Hauyschen* Hypothese über die Krystallstruktur entstanden ist. (Näheres hierüber in Teil B, Art. *Schönflies*.)

In einem unbegrenzt gedachten einheitlichen Krystall sind unzählig viele Punkte vorhanden von der Beschaffenheit, dass um jeden Punkt die Massenverteilung nach parallelen Richtungen dieselbe ist, wie um jeden anderen Punkt. Diese Stellen müssen angeordnet sein nach Raumgittern, d. h. nach den Schnittpunkten dreier Scharen von parallelen äquidistanten Ebenen. Jede durch irgend zwei Punkte des Gitters gelegte Gerade (Punktreihe) ist mit unendlich vielen Gitterpunkten äquidistant besetzt; der Abstand zweier benachbarter Punkte wird der Parameter dieser Punktreihe und der zu ihr parallelen Punktreihen genannt. Legt man durch irgend drei Punkte des Gitters, die nicht einer Geraden angehören, eine Ebene (Netzebene), so ist sie mit unendlichen vielen Punkten parallelogrammatisch besetzt.

$$b_1 d_1 = \varepsilon_1; b_2 d_2 = \varepsilon_2; b_3 d_3 = \varepsilon_3$$

$$b_1 d_4 = \varepsilon_4; b_2 d_5 = \varepsilon_5; b_3 d_6 = \varepsilon_6.$$

Diese sechs Kanten liegen zu je dreien auf vier Flächen:

$$\varepsilon_4 \varepsilon_5 \varepsilon_6 = e_0$$

$$\varepsilon_4 \varepsilon_2 \varepsilon_3 = e_1$$

$$\varepsilon_5 \varepsilon_3 \varepsilon_1 = e_2$$

$$\varepsilon_6 \varepsilon_1 \varepsilon_2 = e_3,$$

welche ein vollständiges Vierflach bilden.

Die in einer Diagonalkante b sich schneidenden Gegenflächen d und Diagonalfächen b bilden ein harmonisches Büschel:

$$(b_2 b_3 d_4 d_1) = -1$$

$$(b_3 b_1 d_5 d_2) = -1$$

$$(b_1 b_2 d_6 d_3) = -1.$$

Die Raumbitterstruktur veranschaulicht das Gesetz der Zonen, wenn die Annahme hinzugefügt wird, dass als *Krystallflächen nur Netzebenen des Gitters auftreten können*.

4. Polfiguren. Wir stellen uns vor, dass die Flächen eines Krystallpolyeders um die Strecke r von einem Punkte C im Innern entfernt seien. Dann kann dem Polyeder eine Kugel um C mit dem Radius r eingeschrieben werden. Der Berührungspunkt einer Fläche mit der Kugel wird der Pol dieser Fläche, die Gesamtheit der Flächenpole die Polfigur des Polyeders genannt. Die Flächen einer Zone liefern Pole, die in einem Hauptkreise (Zonenkreise) liegen; die durch den Mittelpunkt gelegte Kantenrichtung der Zone schneidet die Kugel in den Polen des Zonenkreises.

Da der sphärische Abstand zweier Flächenpole ein Mass ist für den äusseren Winkel der zugehörigen Flächen, so gewährt die Polfigur eine auf anderem Wege nicht erreichbare Übersicht der Flächenwinkel und damit die zweckmässigste Grundlage für die Ermittlung der zur Beschreibung der Krystallpolyeder erforderlichen Grössen.

In der Polfigur sind einer Fläche und ihrer parallelen Gegenfläche verschiedene (diametral gegenüberliegende) Punkte zugeordnet. Soll die entsprechende Unterscheidung auch in dem Bündel der von C ausgehenden Flächennormalen, das die Kugel in den Polen der Fläche schneidet, festgehalten werden, so müssen wir den Flächennormalen die auf S. 396 eingeführten positiven Richtungssinne beilegen. In der Untersuchung projektivischer Beziehungen zwischen einem Krystallflächenkomplex und seiner Polfigur wird hierauf verzichtet; dann entspricht einer Flächenrichtung ein Polpaar³⁾.

5. Projektionen. Hilfsmittel für die geometrische Untersuchung der Krystallpolyeder bieten die von *F. E. Neumann* 1823 eingeführten Verfahren zur übersichtlichen Darstellung des Zonenverbandes in einer Ebene dar⁴⁾. Man gewinnt diese Darstellungen, indem man I. das durch ein Zentrum C gelegte Bündel von Ebenen eines Krystallflächenkomplexes mit einer nicht durch C gehenden Ebene \mathcal{E} schneidet

3) Über die Einführung der Normalen der Krystallflächen und der Polfiguren vgl. *F. E. Neumann*, Beiträge zur Krystallonomie 1 (1823), p. 5, 55; *Ann. Phys. Chem.* 4 (1825), p. 63; *J. G. Grassmann*, Zur physischen Krystallonomie 1 (1829), p. X, 5, 50; *J. F. Chr. Hessel*, Krystallometrie 1831, p. 223.

4) *F. E. Neumann*, Beiträge zur Krystallonomie 1 (1823). Wesentlich kompliziertere graphische Methoden sind von *L. Ditscheiner* vorgeschlagen worden *Sitz.-Ber. Wien. Akad. Math. Kl.* 26 (1857), p. 279. 28 (1858), p. 93, 134, 201. 32 (1858), p. 3.