

## Werk

**Titel:** Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen

**Jahr:** 1903

**Kollektion:** Mathematica

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN360709532

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360709532>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360709532>

**LOG Id:** LOG\_0239

**LOG Titel:** 8. Transformation der Indizes

**LOG Typ:** chapter

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN360504019

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360504019>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360504019>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

Andererseits verhalten sich nach (3) die Koordinaten des konjugierten Durchmessers mit den Indices  $\eta_1, \eta_2, \eta_3$  wie:

$$y_1' : y_2' : y_3' = a_1 \eta_1 : a_2 \eta_2 : a_3 \eta_3.$$

Daraus folgt:

$$h_1 : h_2 : h_3 = \eta_1 : \eta_2 : \eta_3,$$

d. h. in einem Ellipsoid, in welchem die Krystallaxen nach Richtung und Länge konjugierte Durchmesser sind, gehört zu jeder Diametralebene, die einer Krystallfläche parallel liegt, ein konjugierter Durchmesser, der die Richtung einer Krystallfläche und dieselben Indices wie jene Fläche besitzt<sup>18</sup>).

**7. Topische Parameter.** Setzt man das Volumen des Elementarparallelepipeds eines triklinen Raumgitters gleich dem Molekularvolumen  $V$  des Stoffes, so werden die Kantenlängen  $\chi, \psi, \omega$  des Parallelepipeds *topische Parameter* genannt. Sie dienen zur Vergleichung der Krystallformen verschiedener Stoffe<sup>19</sup>. Bezeichnet man das Verhältniß der Axeneinheiten:

$$\frac{a_1}{a_2} = a, \quad \frac{a_3}{a_2} = c,$$

die Winkel  $\pi_3 \pi_1 = \beta$ ,  $\pi_1 \pi_2 = \gamma$  und den inneren Winkel der Ebenen  $\pi_3 \pi_1$ ,  $\pi_1 \pi_2$  an  $\pi_1$  mit  $A$ , so ist:

$$\begin{aligned} a : 1 : c &= \chi : \psi : \omega, \\ V &= \chi \psi \omega \sin \beta \sin \gamma \sin A, \\ \chi^3 &= a^3 \psi^3 = \frac{a^3 V}{c \sin \beta \sin \gamma \sin A}, \\ \psi^3 &= \frac{V}{ac \sin \beta \sin \gamma \sin A}, \\ \omega^3 &= c^3 \psi^3 = \frac{c^3 V}{a \sin \beta \sin \gamma \sin A}. \end{aligned}$$

**8. Transformation der Indices.** Eine Veränderung der Axenebenen und der Einheitsfläche führt wieder auf rationale Indices, wie aus folgenden Relationen hervorgeht<sup>20</sup>).

Erteilt man den Flächen  $f^1, f^2, f^3, k$  mit den ursprünglichen Indices:

18) Qu. Sella, Nuovo Cimento 4 (1856), p. 93.

19) F. Becke, Anzeiger Wien. Akad. 30 (1893), p. 204; W. Muthmann, Zeitschr. f. Kryst. 22 (1894), p. 497; A. E. Tutton, Zeitschr. f. Kryst. 24 (1895), p. 1; 27 (1897), p. 113, 266; 29 (1898), p. 54.

20) A. T. Kupffer, Ann. Phys. Chem. 8 (1826), p. 61, 215; Handb. d. rechn. Krystallon. 1831, p. 497; J. F. Chr. Hessel, Krystallometrie 1831, p. 214; H. Grassmann, Ausdehnungslehre von 1844, § 171; Th. Liebisch, Geom. Kryst. 1881, p. 48.

$$f_1^1 f_2^1 f_3^1, \quad f_1^2 f_2^2 f_3^2, \quad f_1^3 f_2^3 f_3^3, \quad k_1 k_2 k_3$$

die neuen Indices

$$100, \quad 010, \quad 001, \quad 111$$

so erhält eine beliebige Fläche  $h$  jetzt folgende Indices:

$$(1) \quad t_1 : t_2 : t_3 = \frac{|hf^2 f^3|}{K_1} : \frac{|f^1 h f^3|}{K_2} : \frac{|f^1 f^2 h|}{K_3},$$

worin z. B.  $|hf^2 f^3|$  gesetzt ist für:

$$\begin{vmatrix} h_1 & f_1^2 & f_1^3 \\ h_2 & f_2^2 & f_2^3 \\ h_3 & f_3^2 & f_3^3 \end{vmatrix}$$

und:

$$K_1 = |kf^2 f^3|, \quad K_2 = |f^1 k f^3|, \quad K_3 = |f^1 f^2 k|.$$

Eine Kante  $\eta$  ist nun zu bezeichnen durch:

$$(2) \quad \begin{cases} t_1 = K_1 K_1 (f_1^1 \eta_1 + f_2^1 \eta_2 + f_3^1 \eta_3) \\ t_2 = K_2 K_2 (f_1^2 \eta_1 + f_2^2 \eta_2 + f_3^2 \eta_3) \\ t_3 = K_3 K_3 (f_1^3 \eta_1 + f_2^3 \eta_2 + f_3^3 \eta_3). \end{cases}$$

Die Relation (1) ist ein spezieller Fall von (3).

Sollen die Flächen  $f^1, f^2, f^3, k$  die Indices:

$$q_1^1 q_2^1 q_3^1, \quad q_1^2 q_2^2 q_3^2, \quad q_1^3 q_2^3 q_3^3, \quad r_1 r_2 r_3$$

annehmen, so ergeben sich die neuen Indices  $m_1, m_2, m_3$  der Fläche  $h$  aus:

$$(3) \quad \begin{cases} m_1 = \frac{|r q^2 q^3| \cdot |h f^2 f^3|}{|k f^2 f^3|} q_1^1 + \frac{|q_1^1 r q_3^3| \cdot |f_1^1 h f^3|}{|f_1^1 k f^3|} q_1^2 + \frac{|q^1 q^2 r| \cdot |f^1 f^2 h|}{|f_1^1 f_2^2 k|} q_1^3 \\ m_2 = \frac{|r q^2 q^3| \cdot |h f^2 f^3|}{|k f^2 f^3|} q_2^1 + \frac{|q^1 r q^3| \cdot |f^1 h f^3|}{|f^1 k f^3|} q_2^2 + \frac{|q^1 q^2 r| \cdot |f^1 f^2 h|}{|f_1^1 f^2 k|} q_2^3 \\ m_3 = \frac{|r q^2 q^3| \cdot |h f^2 f^3|}{|k f^2 f^3|} q_3^1 + \frac{|q^1 r q^3| \cdot |f^1 h f^3|}{|f^1 k f^3|} q_3^2 + \frac{|q^1 q^2 r| \cdot |f^1 f^2 h|}{|f^1 f^2 k|} q_3^3. \end{cases}$$

**9. Koordinaten von Flächen und Kanten.** In einem krystallographischen Ebenenbündel mit dem Zentrum  $C$  seien  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$  die zu Koordinatenaxen gewählten Kanten,  $\nu_1, \nu_2, \nu_3$  die Normalen der Axenebenen  $p_1, p_2, p_3$ . Nach der Definition der Flächenwinkel (S. 396) sind die Aussenwinkel ( $\pi_i$ ) der Ecke  $\pi_1 \pi_2 \pi_3$  und ( $\nu_i$ ) der Ecke  $\nu_1 \nu_2 \nu_3$  gleich folgenden Winkeln<sup>21)</sup> (Fig. 12):

$$\begin{aligned} (\pi_1) &= \nu_2 \nu_3, & (\pi_2) &= \nu_3 \nu_1, & (\pi_3) &= \nu_1 \nu_2, \\ (\nu_1) &= \pi_2 \pi_3, & (\nu_2) &= \pi_3 \pi_1, & (\nu_3) &= \pi_1 \pi_2, \end{aligned}$$

21) *H. Grassmann*, Lehrbuch d. Trigonometrie 1865, p. 100.