Andererseits verhalten sich nach (3) die Koordinaten des konjugierten Durchmessers mit den Indices η_1, η_2, η_3 wie:

$$y_1' : y_2' : y_3' = a_1\eta_1 : a_2\eta_2 : a_3\eta_3 .$$

Daraus folgt:

$$h_1 : h_2 : h_3 = \eta_1 : \eta_2 : \eta_3 ,$$

d. h. *in einem Ellipsoid, in welchem die Krystallaxen nach Richtung und Länge konjugierte Durchmesser sind, gehört zu jeder Diametralebene, die einer Krystallfläche parallel liegt, ein konjugierter Durchmesser, der die Richtung einer Krystallkante und dieselben Indices wie jene Fläche besitzt*[18]).

7. **Topische Parameter.** Setzt man das Volumen des Elementarparallelepipeds eines triklinen Raumgitters gleich dem Molekularvolumen V des Stoffes, so werden die Kantenlängen χ, ψ, ω des Parallelepipeds *topische Parameter* genannt. Sie dienen zur Vergleichung der Krystallformen verschiedener Stoffe[19]). Bezeichnet man das Verhältnis der Axeneinheiten:

$$\frac{a_1}{a_2} = a, \quad \frac{a_3}{a_2} = c,$$

die Winkel $\pi_3\pi_1 = \beta$, $\pi_1\pi_2 = \gamma$ und den inneren Winkel der Ebenen $\pi_3\pi_1$, $\pi_1\pi_2$ an π_1 mit A, so ist:

$$a : 1 : c = \chi : \psi : \omega,$$

$$V = \chi\psi\omega \sin\beta \sin\gamma \sin A,$$

$$\chi^3 = a^3\psi^3 = \frac{a^2 V}{c \sin\beta \sin\gamma \sin A},$$

$$\psi^3 = \frac{V}{ac \sin\beta \sin\gamma \sin A},$$

$$\omega^3 = c^3\psi^3 = \frac{c^2 V}{a \sin\beta \sin\gamma \sin A}.$$

8. **Transformation der Indices.** Eine Veränderung der Axenebenen und der Einheitsfläche führt wieder auf rationale Indices, wie aus folgenden Relationen hervorgeht[20]).

Erteilt man den Flächen f^1, f^2, f^3, k mit den ursprünglichen Indices:

---

18) *Qu. Sella,* Nuovo Cimento 4 (1856), p. 93.

19) *F. Becke,* Anzeiger Wien. Akad. 30 (1893), p. 204; *W. Muthmann,* Zeitschr. f. Kryst. 22 (1894), p. 497; *A. E. Tutton,* Zeitschr. f. Kryst. 24 (1895), p. 1; 27 (1897), p. 113, 266; 29 (1898), p. 54.

20) *A. T. Kupffer,* Ann. Phys. Chem. 8 (1826), p. 61, 215; Handb. d. rechn. Krystallon. 1831, p. 497; *J. F. Chr. Hessel,* Krystallometrie 1831, p. 214; *H. Grassmann,* Ausdehnungslehre von 1844, § 171; *Th. Liebisch,* Geom. Kryst. 1881, p. 48.

$$f_1^1 f_2^1 f_3^1, \quad f_1^2 f_2^2 f_3^2, \quad f_1^3 f_2^3 f_3^3, \quad k_1 k_2 k_3$$

die neuen Indices

$$100, \quad 010, \quad 001, \quad 111$$

so erhält eine beliebige Fläche h jetzt folgende Indices:

$$t_1 : t_2 : t_3 = \frac{|hf^2f^3|}{K_1} : \frac{|f^1hf^3|}{K_2} : \frac{|f^1f^2h|}{K_3}, \tag{1}$$

worin z. B. $|hf^2f^3|$ gesetzt ist für:

$$\begin{vmatrix} h_1 & f_1^2 & f_1^3 \\ h_2 & f_2^2 & f_2^3 \\ h_3 & f_3^2 & f_3^3 \end{vmatrix}$$

und:

$$K_1 = |kf^2f^3|, \quad K_2 = |f^1kf^3|, \quad K_3 = |f^1f^2k|.$$

Eine Kante η ist nun zu bezeichnen durch:

$$\left\{\begin{aligned} t_1 &= K_1 K_1 (f_1^1 \eta_1 + f_2^1 \eta_2 + f_3^1 \eta_3) \\ t_2 &= K_2 K_2 (f_1^2 \eta_1 + f_2^2 \eta_2 + f_3^2 \eta_3) \\ t_3 &= K_3 K_3 (f_1^3 \eta_1 + f_2^3 \eta_2 + f_3^3 \eta_3). \end{aligned}\right. \tag{2}$$

Die Relation (1) ist ein spezieller Fall von (3).

Sollen die Flächen f^1, f^2, f^3, k die Indices:

$$q_1^1 q_2^1 q_3^1, \quad q_1^2 q_2^2 q_3^2, \quad q_1^3 q_2^3 q_3^3, \quad r_1 r_2 r_3$$

annehmen, so ergeben sich die neuen Indices m_1, m_2, m_3 der Fläche h aus:

$$\left\{\begin{aligned} m_1 &= \frac{|rq^2q^3|\cdot|hf^2f^3|}{|kf^2f^3|} q_1^1 + \frac{|q_1^1 r q_3^3|\cdot|f_1^1 h f^3|}{|f^1kf^3|} q_1^2 + \frac{|q^1q^2r|\cdot|f^1f^2h|}{|f_1^1 f_2^2 k|} q_1^3 \\ m_2 &= \frac{|rq^2q^3|\cdot|hf^2f^3|}{|kf^2f^3|} q_2^1 + \frac{|q^1rq^3|\cdot|f^1hf^3|}{|f^1kf^3|} q_2^2 + \frac{|q^1q^2r|\cdot|f^1f^2h|}{|f_1^1 f^2 k|} q_2^3 \\ m_3 &= \frac{|rq^2q^3|\cdot|hf^2f^3|}{|kf^2f^3|} q_3^1 + \frac{|q^1rq^3|\cdot|f^1hf^3|}{|f^1kf^3|} q_3^2 + \frac{|q^1q^2r|\cdot|f^1f^2h|}{|f^1f^2k|} q_3^3. \end{aligned}\right. \tag{3}$$

9. Koordinaten von Flächen und Kanten. In einem krystallographischen Ebenenbündel mit dem Zentrum C seien π_1, π_2, π_3 die zu Koordinatenaxen gewählten Kanten, ν_1, ν_2, ν_3 die Normalen der Axenebenen p_1, p_2, p_3. Nach der Definition der Flächenwinkel (S. 396) sind die Aussenwinkel (π_i) der Ecke $\pi_1 \pi_2 \pi_3$ und (ν_i) der Ecke $\nu_1 \nu_2 \nu_3$ gleich folgenden Winkeln[21]) (Fig. 12):

$$(\pi_1) = \nu_2 \nu_3, \quad (\pi_2) = \nu_3 \nu_1, \quad (\pi_3) = \nu_1 \nu_2,$$
$$(\nu_1) = \pi_2 \pi_3, \quad (\nu_2) = \pi_3 \pi_1, \quad (\nu_3) = \pi_1 \pi_2,$$

21) *H. Grassmann,* Lehrbuch d. Trigonometrie 1865, p. 100.