Werk

Titel: Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen
Jahr: 1903
Kollektion: Mathematica
Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Werk Id: PPN360709532
PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360709532
OPAC: http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360709532

LOG Id: LOG_0244
LOG Titel: 13. Flächendichte von Netzebenen
LOG Typ: chapter

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN360504019
PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360504019
OPAC: http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360504019

Terms and Conditions

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Zur logarithmischen Berechnung führt man den Hülfswinkel Θ ein durch:

$$\tan\Theta = \mp\sqrt{\frac{\varphi(h')}{\varphi(h)}}.$$

Dann ergiebt sich der Winkel $h'h''$ aus:

$$\tan(h'h'' - \tfrac{1}{2}h'h) = \tan\tfrac{1}{2}h'h \cdot \tan(\Theta + 45^0).$$

Ein analoger Satz gilt für Kantenbüschel.

Auf die Beziehungen (19) und (20) gründet sich die *krystallographische Entwicklung* von Flächen oder Kanten eines Büschels aus zwei gegebenen Flächen oder Kanten durch fortgesetzte Addition gleichstelliger Indices[32]). Sie lässt sich veranschaulichen mit Hülfe der Raumgitterstruktur (Nr. **3**). Denn in einem Raumgitter[33]) ist der Abstand $\mathfrak{P}$ benachbarter Punkte auf einer Punktreihe η gegeben durch:

$$\mathfrak{P} = \sqrt{f(\eta)} \tag{21}$$

und der Flächeninhalt $\mathfrak{S}$ des Elementarparallelogramms einer Netzebene η durch:

$$\mathfrak{S} = a_1 a_2 a_3 \sqrt{\varphi(h)}. \tag{22}$$

13. Flächendichte von Netzebenen. Der Flächeninhalt $\mathfrak{S}$ und der Abstand der Ebene h von der nächsten benachbarten Netzebene sind umgekehrt proportional; denn das Produkt beider ist das konstante Volumen $\mathfrak{B}$ des Elementarparallelepipeds des Raumgitters:

$$\mathfrak{B} = a_1 a_2 a_3 \sqrt{\Delta}. \tag{23}$$

Der Abstand benachbarter Netzebenen ist um so grösser, je dichter sie mit Gitterpunkten besetzt sind; die Flächendichte $\mathfrak{r}$ ist gleich dem reziproken Werte des Flächeninhaltes $\mathfrak{S}$:

$$\mathfrak{r} \cdot \mathfrak{S} = 1. \tag{24}$$

Nach einer Hypothese von *A. Bravais* und *E. Mallard* treten die

32) *J. F. Chr. Hessel,* Krystallometrie 1831, p. 210; *H. Grassmann,* Ableitung der Krystallgestalten aus dem allg. Gesetz der Krystallbildung, Progr. Ottoschule in Stettin 1839; Ges. math. u. phys. Werke 2² (1902), p. 115; *Fr. A. Quenstedt,* Beitr. z. rechn. Kryst. 1848; Grundr. d. best. u. rechn. Kryst. 1873; *E. Weiss,* Über die kryst. Entwicklung des Quarzsystems u. über kryst. Entw. im allgemeinen, Abh. naturf. Ges. Halle 5 (1860); *G. Junghann,* Ann. Phys. Chem. 152 (1874), p. 68; *V. Goldschmidt,* Zeitschr. f. Kryst. 28 (1897), p. 1, 414; 29 (1898), p. 38; *E. v. Fedorow,* Zeitschr. f. Kryst. 35 (1902), p. 25; *H. Baumhauer,* Zeitschr. f. Kryst. 38 (1904), p. 628; *E. Sommerfeldt,* Zentralblatt f. Min. 1903, p. 537; 1905, p. 427.

33) *A. Bravais,* J. éc. polyt. 19 (1850), cah. 33; 20 (1851) cah. 34; wieder abgedruckt in: Études cristallogr. 1866; *E. Mallard,* Traité de crist. 1 (1879), p. 12, 298.

Netzebenen in dem Masse seltener als Krystallflächen auf, als sie weniger dicht besetzt sind. Diese Annahme dient dazu, das Raumgitter zu bestimmen, nach dem wahrscheinlich die Molekelschwerpunkte angeordnet sind[34]). (Näheres hierüber in Teil C, Art. *Mügge.*)

14. Einfallswinkel einer Kante in Bezug auf eine Fläche. Aus (2) ist der *Zusammenhang der Indices $h_1 h_2 h_3$ einer Fläche h mit den Indices $\mu_1 \mu_2 \mu_3$ ihrer Normale μ* zu entnehmen. Wir verstehen jetzt unter den Geraden 1 bis 5 die Axen $\pi_1 \pi_2 \pi_3$, die Normale μ und die Normale ν_i einer Axenebene; dann folgt mit Rücksicht auf:

$$\cos \nu_k \pi_k \sin (\nu_k) = \sqrt{\Delta}$$

aus (2) die Relation:

$$(25) \qquad \sqrt{\Delta} \sin (\nu_k) \cos \mu \nu_k = \Delta_{k1} \cos \mu \pi_1 + \Delta_{k2} \cos \mu \pi_2 + \Delta_{k3} \cos \mu \pi_3$$

oder wenn nach (13) und (14) die Indices der Fläche h und ihrer Normale μ eingeführt werden:

$$(26) \qquad \mathsf{P} \cdot a_k \mu_k = \Delta_{k1} \frac{h_1}{a_1} + \Delta_{k2} \frac{h_2}{a_2} + \Delta_{k3} \frac{h_3}{a_3}$$

$$\mathsf{P} = \sqrt{\frac{\Delta \cdot \varphi(h)}{f(\mu)}}.$$

Wir können nun den *Cosinus des Einfallswinkels $\eta \mu$ einer Kante η in Bezug auf die Fläche h* durch die Axenelemente und die Indices von h und η ausdrücken. Denn die Formel (7):

$$\Delta \cos \eta \mu = \sum_{ik=1}^{3} c_{ik} \sin (\nu_i) \cos (\eta \nu_i) \sin (\nu_k) \cos (\mu \nu_k)$$

geht nach (14) und (25) über in:

$$\sqrt{\Delta \cdot f(\eta) \varphi(h)} \cdot \cos \eta \mu = \sum_{\lambda, i=1}^{3} a_i \eta_i \frac{h_\lambda}{a_\lambda} \sum_{k=1}^{3} c_{ik} \Delta_{k\lambda}.$$

Die letzte Summe ist gleich 0 für $i \gtrless \lambda$ und gleich Δ für $i = \lambda$; demnach bleibt:

$$(27) \qquad \cos \eta \mu = \sqrt{\frac{\Delta}{f(\eta) \varphi(h)}} (\eta_1 h_1 + \eta_2 h_2 + \eta_3 h_3).$$

Diese Beziehung gestattet, bei einer *Transformation* der Indices die *neuen Axeneinheiten* b_1, b_2, b_3 zu berechnen. Bezeichnet man die Schnittgeraden der auf S. 410 eingeführten Axenebenen f^1, f^2, f^3 mit ψ_1, ψ_2, ψ_3 und die Normale der Einheitsfläche k mit $\varkappa$, so verhalten sich die Axeneinheiten:

$$b_1 : b_2 : b_3 = \frac{1}{\cos \varkappa \psi_1} : \frac{1}{\cos \varkappa \psi_2} : \frac{1}{\cos \varkappa \psi_3}.$$

34) *L. Sohncke,* Zeitschr. f. Kryst. 13 (1887), p. 209, 214.