

Werk

Titel: Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen

Jahr: 1903

Kollektion: Mathematica

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN360709532

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360709532>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360709532>

LOG Id: LOG_0245

LOG Titel: 14. Einfallswinkel einer Kante in bezug auf eine Fläche

LOG Typ: chapter

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN360504019

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360504019>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360504019>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Netzebenen in dem Masse seltener als Krystallflächen auf, als sie weniger dicht besetzt sind. Diese Annahme dient dazu, das Raumgitter zu bestimmen, nach dem wahrscheinlich die Molekelschwerpunkte angeordnet sind³⁴). (Näheres hierüber in Teil C, Art. Mügge.)

14. Einfallswinkel einer Kante in Bezug auf eine Fläche.

Aus (2) ist der Zusammenhang der Indices $h_1 h_2 h_3$ einer Fläche h mit den Indices $\mu_1 \mu_2 \mu_3$ ihrer Normale μ zu entnehmen. Wir verstehen jetzt unter den Geraden 1 bis 5 die Axen $\pi_1 \pi_2 \pi_3$, die Normale μ und die Normale ν_i einer Axenebene; dann folgt mit Rücksicht auf:

$$\cos \nu_k \pi_k \sin (\nu_k) = \sqrt{\Delta}$$

aus (2) die Relation:

$$(25) \quad \sqrt{\Delta} \sin (\nu_k) \cos \mu \nu_k = \Delta_{k1} \cos \mu \pi_1 + \Delta_{k2} \cos \mu \pi_2 + \Delta_{k3} \cos \mu \pi_3$$

oder wenn nach (13) und (14) die Indices der Fläche h und ihrer Normale μ eingeführt werden:

$$(26) \quad \text{P} \cdot a_k \mu_k = \Delta_{k1} \frac{h_1}{a_1} + \Delta_{k2} \frac{h_2}{a_2} + \Delta_{k3} \frac{h_3}{a_3}$$

$$\text{P} = \sqrt{\frac{\Delta \cdot \varphi(h)}{f(\mu)}}.$$

Wir können nun den Cosinus des Einfallswinkels $\eta \mu$ einer Kante η in Bezug auf die Fläche h durch die Axenelemente und die Indices von h und η ausdrücken. Denn die Formel (7):

$$\Delta \cos \eta \mu = \sum_{i,k=1}^3 c_{ik} \sin (\nu_i) \cos (\eta \nu_i) \sin (\nu_k) \cos (\mu \nu_k)$$

geht nach (14) und (25) über in:

$$\sqrt{\Delta \cdot f(\eta) \varphi(h)} \cdot \cos \eta \mu = \sum_{\lambda, i=1}^3 a_i \eta_i \frac{h_i}{a_i} \sum_{k=1}^3 c_{ik} \Delta_{k\lambda}.$$

Die letzte Summe ist gleich 0 für $i \geq \lambda$ und gleich Δ für $i = \lambda$; demnach bleibt:

$$(27) \quad \cos \eta \mu = \sqrt{\frac{\Delta}{f(\eta) \varphi(h)}} (\eta_1 h_1 + \eta_2 h_2 + \eta_3 h_3).$$

Diese Beziehung gestattet, bei einer Transformation der Indices die neuen Axeneinheiten b_1, b_2, b_3 zu berechnen. Bezeichnet man die Schnittgeraden der auf S. 410 eingeführten Axenebenen f^1, f^2, f^3 mit ψ_1, ψ_2, ψ_3 und die Normale der Einheitsfläche k mit π , so verhalten sich die Axeneinheiten:

$$b_1 : b_2 : b_3 = \frac{1}{\cos \pi \psi_1} : \frac{1}{\cos \pi \psi_2} : \frac{1}{\cos \pi \psi_3}.$$

34) L. Sohncke, Zeitschr. f. Kryst. 13 (1887), p. 209, 214.

Nun ist nach (27):

$$\cos \alpha \psi_1 = \sqrt{\frac{\Delta}{f(\psi_1) \cdot \varphi(\alpha)}} \cdot |\alpha f^2 f^3|$$

u. s. w., demnach⁸⁵⁾:

$$(28) \quad b_1 : b_2 : b_3 = \frac{\sqrt{f(\psi_1)}}{|\alpha f^2 f^3|} : \frac{\sqrt{f(\psi_2)}}{|f^1 \alpha f^2|} : \frac{\sqrt{f(\psi_3)}}{|f^1 f^2 \alpha|}.$$

15. Aufeinander senkrechte Flächen und Kanten. Besitzt ein Krystall zwei aufeinander senkrechte Flächenrichtungen h, h' , so besteht nach (5) die Gleichung:

$$(29) \quad \sum_{i,k=1}^3 \frac{\Delta_{ik}}{a_i a_k} h_i h'_k = 0,$$

d. h. die sechs Grössen:

$$z_{ik} = \frac{\Delta_{ik}}{a_i a_k}$$

sind verbunden durch eine lineare homogene Gleichung mit ganzzahligen Koeffizienten r_{ik} :

$$(30) \quad \sum_{i,k=1}^3 z_{ik} r_{ik} = 0$$

$$2r_{ik} = h_i h'_k + h_k h'_i.$$

Umgekehrt ist das Bestehen einer solchen Relation zwar eine notwendige, nicht aber eine hinreichende Bedingung für das Vorhandensein von zwei aufeinander senkrechten Flächenrichtungen, denn die Zahlen r_{ik} sind der *Bedingung* unterworfen, dass die aus ihnen gebildete Determinante verschwindet und die den Koeffizienten r_{11}, r_{22}, r_{33} adjungierten Unterdeterminanten vollständige Quadrate sind. Ein analoger Satz gilt für zwei aufeinander senkrechte Kanten⁸⁶⁾.

16. Krystallberechnung. Um die zur Beschreibung eines Krystallpolyeders notwendigen und ausreichenden Grössen zu gewinnen, muss ein der Symmetrie des Krystalls entsprechendes Axensystem gewählt werden. Dann reduziert sich die Beschreibung auf die Angabe der Symmetrieeigenschaften, der Axenelemente und der Indices je einer Fläche der vorhandenen einfachen Krystallformen. Im Folgenden sind zur Erläuterung der Berechnung nur trikline Krystalle berück-

35) A. T. Kupffer, Handb. d. rechn. Krystallonomie 1831, p. 494.; H. de Senarmont in: Traité de crist. par W. H. Miller, 1842, Note p. 198.

36) H. St. Smith, Proc. Math. Soc. London 8 (1877), p. 83. Hier sind auch die Fälle, in denen die Grössen z_{ik} durch zwei, drei, vier oder fünf homogene Gleichungen des ersten Grades mit ganzzahligen Koeffizienten verknüpft sind, ausführlich behandelt.