Netzebenen in dem Masse seltener als Krystallflächen auf, als sie weniger dicht besetzt sind. Diese Annahme dient dazu, das Raumgitter zu bestimmen, nach dem wahrscheinlich die Molekelschwerpunkte angeordnet sind[34]). (Näheres hierüber in Teil C, Art. *Mügge.*)

14. Einfallswinkel einer Kante in Bezug auf eine Fläche. Aus (2) ist der *Zusammenhang der Indices $h_1 h_2 h_3$ einer Fläche h mit den Indices $\mu_1 \mu_2 \mu_3$ ihrer Normale μ* zu entnehmen. Wir verstehen jetzt unter den Geraden 1 bis 5 die Axen $\pi_1 \pi_2 \pi_3$, die Normale μ und die Normale ν_i einer Axenebene; dann folgt mit Rücksicht auf:

$$\cos \nu_k \pi_k \sin (\nu_k) = \sqrt{\Delta}$$

aus (2) die Relation:

$$(25)\qquad \sqrt{\Delta} \sin (\nu_k) \cos \mu \nu_k = \Delta_{k1} \cos \mu \pi_1 + \Delta_{k2} \cos \mu \pi_2 + \Delta_{k3} \cos \mu \pi_3$$

oder wenn nach (13) und (14) die Indices der Fläche h und ihrer Normale μ eingeführt werden:

$$(26)\qquad \mathsf{P} \cdot a_k \mu_k = \Delta_{k1} \frac{h_1}{a_1} + \Delta_{k2} \frac{h_2}{a_2} + \Delta_{k3} \frac{h_3}{a_3}$$

$$\mathsf{P} = \sqrt{\frac{\Delta \cdot \varphi(h)}{f(\mu)}}.$$

Wir können nun den *Cosinus des Einfallswinkels $\eta\mu$ einer Kante η in Bezug auf die Fläche h* durch die Axenelemente und die Indices von h und η ausdrücken. Denn die Formel (7):

$$\Delta \cos \eta \mu = \sum_{ik=1}^{3} c_{ik} \sin (\nu_i) \cos (\eta \nu_i) \sin (\nu_k) \cos (\mu \nu_k)$$

geht nach (14) und (25) über in:

$$\sqrt{\Delta \cdot f(\eta)\, \varphi(h)} \cdot \cos \eta \mu = \sum_{\lambda, i=1}^{3} a_i \eta_i \frac{h_\lambda}{a_\lambda} \sum_{k=1}^{3} c_{ik} \Delta_{k\lambda}.$$

Die letzte Summe ist gleich 0 für $i \gtrless \lambda$ und gleich Δ für $i = \lambda$; demnach bleibt:

$$(27)\qquad \cos \eta \mu = \sqrt{\frac{\Delta}{f(\eta)\, \varphi(h)}} (\eta_1 h_1 + \eta_2 h_2 + \eta_3 h_3).$$

Diese Beziehung gestattet, bei einer *Transformation* der Indices die *neuen Axeneinheiten* b_1, b_2, b_3 zu berechnen. Bezeichnet man die Schnittgeraden der auf S. 410 eingeführten Axenebenen f^1, f^2, f^3 mit ψ_1, ψ_2, ψ_3 und die Normale der Einheitsfläche k mit $\varkappa$, so verhalten sich die Axeneinheiten:

$$b_1 : b_2 : b_3 = \frac{1}{\cos \varkappa \psi_1} : \frac{1}{\cos \varkappa \psi_2} : \frac{1}{\cos \varkappa \psi_3}.$$

34) *L. Sohncke,* Zeitschr. f. Kryst. 13 (1887), p. 209, 214.

Nun ist nach (27):

$$\cos \varkappa\psi_1 = \sqrt{\frac{\Delta}{f(\psi_1)\cdot\varphi(\varkappa)}}\cdot|\varkappa f^2 f^3|$$

u. s. w., demnach[35]):

$$(28) \qquad b_1 : b_2 : b_3 = \frac{\sqrt{f(\psi_1)}}{|\varkappa f^2 f^3|} : \frac{\sqrt{f(\psi_2)}}{|f^1 \varkappa f^2|} : \frac{\sqrt{f(\psi_3)}}{|f^1 f^2 \varkappa|}.$$

15. Aufeinander senkrechte Flächen und Kanten. Besitzt ein Krystall *zwei aufeinander senkrechte Flächenrichtungen* h, h', so besteht nach (5) die Gleichung:

$$(29) \qquad \sum_{ik=1}^{3} \frac{\Delta_{ik}}{a_i a_k} h_i h_k' = 0,$$

d. h. die sechs Grössen:

$$z_{ik} = \frac{\Delta_{ik}}{a_i a_k}$$

sind verbunden durch eine lineare homogene Gleichung mit ganzzahligen Koeffizienten r_{ik}:

$$(30) \qquad \sum_{ik=1}^{3} z_{ik} r_{ik} = 0$$

$$2r_{ik} = h_i h_k' + h_k h_i'.$$

Umgekehrt ist das Bestehen einer solchen Relation zwar eine notwendige, nicht aber eine hinreichende Bedingung für das Vorhandensein von zwei aufeinander senkrechten Flächenrichtungen, denn die Zahlen r_{ik} sind der *Bedingung* unterworfen, dass die aus ihnen gebildete Determinante verschwindet und die den Koeffizienten r_{11}, r_{22}, r_{33} adjungierten Unterdeterminanten vollständige Quadrate sind. Ein analoger Satz gilt für zwei aufeinander senkrechte Kanten[36]).

16. Krystallberechnung. Um die zur Beschreibung eines Krystallpolyeders notwendigen und ausreichenden Grössen zu gewinnen, muss ein der Symmetrie des Krystalls entsprechendes Axensystem gewählt werden. Dann reduziert sich die Beschreibung auf die Angabe der Symmetrieeigenschaften, der Axenelemente und der Indices je einer Fläche der vorhandenen einfachen Krystallformen. Im Folgenden sind zur Erläuterung der Berechnung nur trikline Krystalle berück-

---

35) *A. T. Kupffer*, Handb. d. rechn. Krystallonomie 1831, p. 494.; *H. de Senarmont* in: Traité de crist. par *W. H. Miller*, 1842, Note p. 198.

36) *H. St. Smith*, Proc. Math. Soc. London 8 (1877), p. 83. Hier sind auch die Fälle, in denen die Grössen z_{ik} durch zwei, drei, vier oder fünf homogene Gleichungen des ersten Grades mit ganzzahligen Koefficienten verknüpft sind, ausführlich behandelt.