

## Werk

**Titel:** Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen

**Jahr:** 1903

**Kollektion:** Mathematica

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN360709532

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360709532>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360709532>

**LOG Id:** LOG\_0249

**LOG Titel:** 18. Berechnung der Indizes

**LOG Typ:** chapter

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN360504019

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360504019>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360504019>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

geführt worden, dass die Winkel und die Indices der Ausgangsflächen in den Endformeln symmetrisch auftreten<sup>41)</sup>.

M. Websky hat gezeigt, wie der Fall A mit Hilfe der Gesetze der Zonen und der rationalen Doppelverhältnisse trigonometrisch auf (B) zurückgeführt werden kann<sup>42)</sup>.

B. Das soeben erwähnte Verfahren von M. Websky gestattet auch in diesem Falle, auf trigonometrischem Wege die Bedingungen von (B) zu erfüllen.

**18. Berechnung der Indices.** Zur Berechnung der *Indices* einer Krystallfläche ist die Kenntnis der Axenelemente nicht erforderlich in den folgenden Fällen:

Liegt eine Fläche  $h$  in zwei bekannten Zonen  $\eta, \eta'$ , so ergeben sich ihre Indices nach (5) S. 408 aus:

$$h_1 : h_2 : h_3 = (\eta\eta')_1 : (\eta\eta')_2 : (\eta\eta')_3.$$

Fällt eine Fläche  $h'''$  in die Zone von drei bekannten Flächen, an die sie durch einen gemessenen Winkel angeschlossen ist, so ist das Doppelverhältnis der vier Flächen bekannt. Daher gelten die Beziehungen unter I, S. 415:

$$h_1 : h_2 : h_3 = \mathfrak{G}h_1' - h_1'' : \mathfrak{G}h_2' - h_2'' : \mathfrak{G}h_3' - h_3'',$$

$$\mathfrak{G} = (h'h''h'''h) \cdot \frac{(h''h''')_\alpha}{(h'h''')_\alpha}, \quad (\alpha = 1, 2, 3).$$

Auf die Benutzung dieser Beziehungen lässt sich auch die Lösung der Aufgabe zurückführen, die Indices einer Fläche  $h$  zu bestimmen, die mit den bekannten Flächen  $h', h'', h'''$  in einer Zone liegt und mit einer dieser Zone nicht angehörenden Fläche  $k$  einen gegebenen Winkel einschliesst<sup>43)</sup>. Denn man findet z. B. den Winkel  $hh'$  mit Hilfe der Relation:

$$\cos kh \sin h'h'' + \cos kh' \sin h''h + \cos kh'' \sin hh' = 0,$$

oder:

$$\mathfrak{L} \sin hh' + \mathfrak{M} \cos hh' = \mathfrak{N},$$

worin:

$$\mathfrak{L} = \cos kh'' - \cos kh' \cos h'h',$$

$$\mathfrak{M} = \cos kh' \sin h'h',$$

$$\mathfrak{N} = \cos kh \sin h''h'$$

41) B. Hecht, N. Jahrb. f. Min. Beil.-Bd. 7 (1891), p. 488; Anleitung zur Krystallberechnung 1893, p. 15—17.

42) M. Websky, Monatsber. Berlin. Akad. 1879, p. 339; Th. Liebisch, Geom. Kryst. 1881, p. 161.

43) Th. Liebisch, Geometr. Kryst. 1881, p. 176.

gesetzt ist, indem man die Zahl  $m$  und den Hilfswinkel  $\psi$  einführt durch:

$$\mathfrak{L} = m \cos \psi, \quad \mathfrak{M} = m \sin \psi,$$

so dass:

$$\sin(hh' + \psi) = \frac{\mathfrak{M} \sin \psi}{\mathfrak{M}} = \frac{\mathfrak{L} \cos \psi}{\mathfrak{L}}.$$

Hieraus ergeben sich zwei Werte für den gesuchten Winkel  $hh'$ ; der Anblick des Krystalls entscheidet, welcher von ihnen in Betracht kommt. —

Die Kenntnis der Axenelemente wird bei der Berechnung von Indices vorausgesetzt in folgenden Fällen.

Gehört eine Fläche  $h''$  einer Zone an, in der nur zwei Flächen  $h, h'$  bekannt sind, und ist ihre Neigung gegen  $h$  oder  $h'$  gemessen, so kann man zunächst das Teilungsverhältnis jener Fläche (S. 420) und darauf ihre Indices ermitteln:

$$\tau = - \frac{\sin hh''}{\sin h'h''} \cdot \sqrt{\frac{\varphi(\bar{h})}{\varphi(h')}},$$

$$h_1'' : h_2'' : h_3'' = h_1 + \tau h_1' : h_2 + \tau h_2' : h_3 + \tau h_3'.$$

Um die Indices einer Fläche  $h$  zu berechnen, wenn zwei der Winkel bekannt sind, die sie mit den Axenebenen einschliesst (Fig. 12), beachte man die Beziehung S. 424:

$$\frac{h_2 a_3}{h_3 a_2} = \frac{\sin \mu \nu_1 \nu_3}{\sin \mu \nu_1 \nu_2} = \frac{\sin[(\nu_1) + \mu \nu_1 \nu_2]}{\sin \mu \nu_1 \nu_2}$$

und die analogen Gleichungen. Wird auf beiden Seiten die Einheit addiert und subtrahiert, so erhält man durch Division:

$$\tan\left[\mu \nu_1 \nu_2 + \frac{(\nu_1)}{2}\right] = \tan \frac{(\nu_1)}{2} \tan(135^\circ - \vartheta_1),$$

$$\tan \vartheta_1 = \frac{h_2 a_3}{h_3 a_2}.$$

Sind z. B.  $\mu \nu_2$  und  $\mu \nu_3$  gegeben, so findet man im Dreieck  $\mu \nu_2 \nu_3$  die Winkel  $\mu \nu_2 \nu_3$ ,  $\mu \nu_3 \nu_1$  und darauf die Werte von  $\vartheta_2$ ,  $\vartheta_3$ , so dass für die gesuchten Indices gilt:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{a_1}{a_2} \tan \vartheta_3, \quad \frac{h_1}{h_3} = \frac{a_1}{a_3} \cot \vartheta_2.$$

Bei dieser Berechnung ist auf den Sinn der mit ihren Scheiteln in  $\nu_2$  und  $\nu_3$  liegenden Winkel zu achten<sup>44)</sup>.

**19. Berechnung der Flächenwinkel und Kantenwinkel.** Die Berechnung der *Flächenwinkel* und *Kantenwinkel* eines Krystalls, von dem die Axenelemente und die Indices der Flächen gegeben sind,

44) *Th. Liebisch*, Geom. Kryst. 1881, p. 181.