SUB | NIEDERSÄCHSISCHE STAATS- UND UNIVERSITÄTSBIBLIOTHEK GÖTTINGEN

Werk

Titel: Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen
Jahr: 1903
Kollektion: Mathematica
Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Werk Id: PPN360709532
PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360709532
OPAC: http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360709532

LOG Id: LOG_0294
LOG Titel: 2. Einfachste Berechnung des Gasdruckes
LOG Typ: chapter

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN360504019
PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360504019
OPAC: http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360504019

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.
Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.
Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

lungen, welche diese inneren Bewegungen nicht in den Kreis ihrer Betrachtung ziehen und zwar Nr. **7—21** einschliesslich auf solche, welche die Moleküle als elastische Kugeln betrachten, wogegen dieselben in den Nrn. **22—25** als Anziehungszentra angesehen werden. In den Nrn. **26—28** wird dann über Abhandlungen referiert, welche sich mit der innern Bewegung der Moleküle der Gase beschäftigen, wobei aber letztere noch immer als ideale aufgefasst werden, welche Voraussetzung dann erst in dem weiter folgenden aufgegeben wird.

A. Gasdruck.

2. Einfachste Berechnung des Gasdruckes. Der Druck der Gase entsteht nach den Vorstellungen der kinetischen Gastheorie durch die Stösse der Moleküle auf die Gefässwände. Die ersten neueren Berechnungen desselben wurden geliefert von *Herapath*[5]), *Joule*[6]), *Krönig*[7]), *Clausius*[8]), *Jochmann*[9]). Über ältere Berechnungen sowie Entwicklungen von Ansichten, welche der kinetischen Gastheorie ähnlich sind, vgl. *Clausius*[10]) und *Maxwell*[11]).

Denken wir uns ein cylindrisches Gefäss vom Querschnitt q und vertikaler Axe. Dasselbe sei oben von einem Stempel vom Gewichte P verschlossen, der einzig durch die Stösse der darunter befindlichen Moleküle schwebend erhalten werden soll. Es soll sich zunächst eine einzige sehr kleine Kugel von der Masse m und dem Durchmesser σ mit der Geschwindigkeit c zwischen dem Boden des Cylinders und dem Stempel in vertikaler Richtung hin und her bewegen und an beiden nach den Gesetzen des vollkommen elastischen Stosses abprallen. In demselben Momente, wo sie vom Boden ausgeht, soll der Stempel frei zu fallen beginnen. Wenn seine untere Fläche die Entfernung h vom Boden hat, so soll er mit der Kugel so zusammenstossen, dass sowohl seine Geschwindigkeit als auch die der Kugel gerade um-

---

5) Mathematical physics etc; by John Herapath, Esq. 2 vols, London, Whitaker and Co., and Herapath's Railway journal Office, 1847; Annals of philosophy, New series 1 (1821), p. 273, 340, 401.

6) *Joule,* Mem. of the Manchester lit. and phil. society, 2d series 9 (1851), p. 107; Phil. mag. (4) 14 (1857), p. 211.

7) *Krönig,* Ann. Phys. Chem. 99 (1856), p. 315.

8) *Clausius,* Ann. Phys. Chem. 100 (1857), p. 353; Phil. mag. (4) 14 (1857), p. 108; Ges. Abh. 2, p. 229.

9) *Jochmann,* Osterprogramm des Kölnischen Gymnasiums zu Berlin 1859; Zeitschr. f. Math. 1860, p. 24, 96; Ann. Phys. Chem. 108 (1860), p. 153.

10) *Clausius,* Ges. Abh. 2, p 230; Gastheorie, p. 2.

11) *Maxwell,* Papers 2, p. 28; Phil. Trans. 157; Phil. mag. (4) 35, p. 132.

gekehrt wird. Wiederholt sich dieser Prozess beliebig oft, so wird in der That der Stempel durch die Stösse der Kugel schwebend erhalten, und man findet leicht, dass dann

$$mc^2 = P(h - \sigma)$$

sein muss.

Wenn σ gegen h verschwindet, reduziert sich dies auf

$$mc^2 = Ph. \tag{1}$$

Bewegen sich n Kugeln von verschwindendem Durchmesser statt einer in der Axe des Cylinders, welche sich sowohl unter einander als auch mit Boden und Stempel in äquidistanten Zeiten vollkommen elastisch stossen, so wird

$$nmc^2 = Ph. \tag{2}$$

Dieselbe Gleichung gilt auch im Mittel, wenn sich die Kugeln in verschiedenen zur Axe parallelen Geraden bewegen und die Zeitintervalle zwischen den Stössen bald etwas kürzer, bald etwas länger sind.

Joule und *Krönig* nahmen nun l. c. an, dass, wenn in einem Gase die Moleküle nach allen möglichen Richtungen unregelmässig herumfliegen, der Druck derselbe ist, als ob sich ein Drittel der Moleküle parallel der Axe, ein anderes Drittel parallel einer darauf senkrechten und das dritte Drittel parallel einer zu beiden vorhergehenden senkrechten Geraden hin- und herbewegen würden. Da dann die letzten beiden Drittel nicht stossend auf den Stempel wirken würden, so wäre

$$\frac{nmc^2}{3} = Ph,$$

wenn n die Gesamtzahl der Moleküle im Cylinder ist.

Setzt man das Volumen $q \cdot h$ des Cylinders gleich V und bezeichnet mit $p = \frac{P}{q}$ den auf die Flächeneinheit wirkenden Druck des Gases, so wird

$$\frac{nmc^2}{3} = pV. \tag{3}$$

Clausius betrachtet in seiner ersten Abhandlung l. c. ein Gefäss, das die Gestalt eines sehr niedrigen geraden Cylinders von der, gegen die mittlere Weglänge der Moleküle kleinen, Höhe h hat. Darin bewegen sich n Moleküle, alle mit derselben Geschwindigkeit c, aber gleichmässig nach allen Richtungen im Raume, so dass die Bewegungsrichtungen von $\nu = n \sin \vartheta d\vartheta$ Molekülen mit der Axe des Cylinders einen Winkel bilden, welcher zwischen den Grenzen ϑ und $\vartheta + d\vartheta$ liegt. Diese, zwischen Basis und Decke hin- und herfliegenden,

ν Moleküle stossen in der Zeiteinheit $\frac{\nu c \cos\vartheta}{2h}$ mal auf die Decke des Gefässes, wobei ein stossendes Molekül jedesmal die Bewegungsgrösse $mc\cos\vartheta$ an dieselbe abgiebt und beim Zurückprallen wieder von ihr empfängt, so dass alle ν Moleküle in der Zeiteinheit der Decke des Gefässes die Bewegungsgrösse

$$\frac{nmc^2}{h}\cos^2\vartheta\sin\vartheta d\vartheta$$

mitteilen. Die gesamte an die Decke abgegebene Bewegungsgrösse erhält man durch Integration dieses Ausdruckes bezüglich ϑ von 0 bis $\frac{\pi}{2}$. *Clausius* setzt dieselbe gleich dem Gesamtdrucke pq, der auf die Decke des Gases wirkt, und erhält so wieder die Formel (3). Hierbei sind die Zusammenstösse der Moleküle unter einander und der Umstand, dass die Moleküle verschiedene Geschwindigkeiten haben, nicht berücksichtigt.

3. Allgemeinere Ableitung des Gasdruckes. In sehr allgemeiner Weise kann das Problem der Berechnung des Gasdruckes auf folgende Art gelöst werden (vgl. *Stefan*[12]), *Boltzmann*[13]), *Clausius*' Gastheorie[14]), sowie die Anmerkung, welche er der in Anm. 8 zitierten Abhandlung in den gesammelten Abhandlungen beifügt).

In einem Gefässe vom Volumen V seien beliebige Gasmoleküle vorhanden, zwischen denen sich ein stationärer Bewegungszustand herausgebildet hat. Die Summe der Wirkungssphären der Moleküle verschwinde gegenüber V. Wir betrachten ein endliches oder unendlich kleines ebenes Stück der Gefässwand vom Flächeninhalte q, welches wir den Stempel nennen, und ziehen senkrecht dazu aus dem Gefässe heraustretend die Abszissenaxe. Im Gefässe seien n_1 Moleküle (jedes von der Masse m_1), deren Schwerpunkte in den Koordinatenrichtungen die Geschwindigkeitskomponenten ξ_1, η_1, ζ_1 haben, ebenso n_2 Moleküle, je mit der Masse m_2 und den Schwerpunktsgeschwindigkeitskomponenten ξ_2, η_2, ζ_2 u. s. f. im Durchschnitte gleichförmig verteilt. Von den n_1 Molekülen stossen in der Zeiteinheit $\frac{n_1\xi_1 q}{V}$ auf den Stempel. Sie prallen jedenfalls durchschnittlich mit der gleichen Geschwindigkeit davon zurück. Bezeichnet daher X_1 die Kraft, welche der Stempel während irgendeines Momentes der Wechselwirkung auf eines dieser Moleküle in der Abszissenrichtung ausgeübt

12) *Stefan,* Wien Ber. (2) 65 (1872), p. 360.
13) *Boltzmann,* Gastheorie 1, p. 9.
14) *Clausius,* Gastheorie, p. 26.