

## Werk

**Titel:** Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen

**Jahr:** 1903

**Kollektion:** Mathematica

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN360709532

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360709532>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360709532>

**LOG Id:** LOG\_0299

**LOG Titel:** 6. Begriff des Wärmegleichgewichtes

**LOG Typ:** chapter

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN360504019

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360504019>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360504019>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

Druckkomponenten, welche auf die Seitenflächen wirken. Nach der Gastheorie entsteht diese Beschleunigung dadurch, dass der im Parallelepiped enthaltenen Gasmasse durch die von den Seitenflächen ein- und austretenden Moleküle Bewegungsmoment zugeführt wird. Der Druck, welcher auf die der *YZ*-Ebene parallele Seitenfläche des Parallelepipedes wirkt, muss also gleich dem in der Abszissenrichtung geschätzten Bewegungsmomente sein, welches die Moleküle in der Zeiteinheit durch diese Fläche hindurchtragen, wozu natürlich das entgegengesetzte Bewegungsmoment zu addieren ist, welches die austretenden Moleküle heraustragen.

*Maxwell*<sup>21)</sup> bestimmt in seiner ersten gastheoretischen Abhandlung bei Berechnung des Gasdruckes die Anzahl der auf den Stempel treffenden Moleküle, indem er jedes, wie er es bei Berechnung der Gasreibung thut, daraufhin prüft, in welcher zum Stempel parallelen Schichte es zum letztenmale mit einem andern zusammengestossen ist.

Über die Berechnung des Gasdruckes aus dem *Clausius'schen* Satze vom Virial und in dem Falle, dass die Moleküle elastische Kugeln sind, deren Wirkungssphäre nicht gegen das Volumen des Gases verschwindet, werden wir in Nr. 29 sprechen.

## B. Wärmegleichgewicht.

**6. Begriff des Wärmegleichgewichtes.** Wenn das Gefäss, welches das Gas umschliesst, absolut glatte elastische Wände und eine einfache geometrische Form, z. B. die eines Parallelepipedes hat, so werden unter entsprechenden Anfangsbedingungen allerdings Bewegungen der Moleküle möglich sein, welche ausserordentliche Regelmässigkeiten zeigen. Es können sich z. B. alle Moleküle in Geraden bewegen, welche einer Kante des parallelepipedischen Gefässes parallel sind. Allein nach allen Erfahrungen, welche sich auf Ereignisse beziehen, deren Eintreffen durch das Zusammenwirken ausserordentlich vieler sich in der mannigfaltigsten Weise durchkreuzender Wirkungen bedingt sind, können wir erwarten, dass dies nur vereinzelte Ausnahmefälle sind.

Sobald die Gestalt des Gefässes und der Anfangszustand der Moleküle keine einander angepassten Regelmässigkeiten zeigen und obendrein die Gefässwände aus Molekülen bestehen, welche ebenfalls in Wärmebewegung begriffen sind, wird sich im Gase mit der Zeit ein Zustand herausbilden, welchen wir einen molekular ungeordneten

21) *Maxwell*, Scientific papers 1, p. 389; Phil. mag. (4) 19 (1860), p. 30.

nennen wollen und in welchem die verschiedensten Geschwindigkeiten und Geschwindigkeitsrichtungen in der regellosesten Weise unter den Molekülen verteilt sind.

Sei  $do$  ein Raumteil innerhalb des Gases, so wird man für die Anzahl der Moleküle, für welche der Schwerpunkt innerhalb  $do$  liegt und dessen Geschwindigkeitskomponenten zwischen den Grenzen

$$(9) \quad \begin{array}{l} \xi \text{ und } \xi + d\xi \\ \eta \text{ und } \eta + d\eta \\ \zeta \text{ und } \zeta + d\zeta \end{array}$$

liegen, einen Ausdruck von der Form

$$f(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta do$$

erhalten. Ist das Gas an allen Stellen innerhalb des Gefässes gleichbeschaffen, so wird die Funktion  $f$  dieselbe bleiben, wie immer der Raumteil  $do$  innerhalb des Gases gewählt werden mag. Ist jedoch das Gas an verschiedenen Stellen verschieden beschaffen, wie es z. B. eintreten muss, wenn die Schwere einen erheblichen Einfluss darauf ausübt, so kann die Funktion  $f$  verschieden ausfallen, wenn der Raumteil  $do$  an verschiedenen Stellen innerhalb des Gases gewählt wird. Man kann aber, wenn die Anzahl der Gasmoleküle genügend gross ist, noch immer an jeder Stelle des Gases einen Raum  $\Omega$  von der Beschaffenheit konstruieren, dass er ausserordentlich viele Moleküle enthält, dessen Dimensionen aber noch immer sehr klein gegenüber den experimentell zugänglichen Längen sind, und von dem man annehmen kann, dass die Funktion  $f$  unverändert bleibt, wenn man den oben mit  $do$  bezeichneten Raumteil innerhalb des Raumes  $\Omega$  beliebig wählt.

Nimmt man noch an, dass der Weg, den ein Molekül von einem Zusammenstosse bis zum nächsten zurücklegt, gross ist gegenüber der Distanz zweier Nachbarmoleküle, so werden die Verhältnisse an der Stelle, wo es das erstemal zum Zusammenstoss gelangte, vollkommen unabhängig sein von denen an der Stelle, wo es das nächstemal zum Zusammenstoss gelangt. Man kann daher die Anzahl der Zusammenstösse, welche im Gase innerhalb einer gegebenen Zeit in gegebener Weise stattfinden, mit genügender Annäherung nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung berechnen. Durch alle diese Umstände ist derjenige Zustand des Gases bestimmt, welchen wir einen molekular ungeordneten nennen.

Sein Eintreten lässt sich aus den allgemeinen Bewegungsgleichungen der Mechanik nicht mit mathematischer Notwendigkeit beweisen, ja er lässt sich vielleicht nicht einmal scharf gegen andere

Zustände abgrenzen, in denen noch gewisse Regelmässigkeiten vorhanden sind, welche molekular geordnet sind. Dagegen sind die Versuche, zu zeigen, dass der definierte Zustand des Gleichgewichtes der lebendigen Kraft auf Widersprüche führe oder mit den Gesetzen der Mechanik unvereinbar sei, ebenfalls erfolglos geblieben.

Die Voraussetzung dieses Zustandes muss also vorläufig als eine Hypothese betrachtet werden, welche mathematisch einwandfrei ist, deren Zulässigkeit nach allen Erfahrungen über Anwendbarkeit der Wahrscheinlichkeitsrechnung sehr plausibel ist und deren praktische Brauchbarkeit durch die mannigfaltigen Übereinstimmungen des mit ihrer Hilfe konstruierten Bildes mit der Erfahrung bewiesen wird.

Nimmt man aber einmal an, dass ein Gas unter unveränderten äusseren Bedingungen während sehr langer Zeit in einem molekular ungeordneten Zustande bleibt, so lässt sich beweisen (vgl. Nr. 12 und 13), dass sich die Funktion  $f$  einer gewissen Form immer mehr nähern muss, welche sie dann unverändert beibehält. Den durch diese Form bedingten Zustand, der sich also gemäss den Wahrscheinlichkeitsgesetzen im Gase stationär erhält, nennt man den des Gleichgewichtes der lebendigen Kraft oder des Wärmegleichgewichtes.

**7. Erster Beweis Maxwell's für sein Geschwindigkeitsverteilungsgesetz.** Die Form dieser Funktion wurde zuerst von *Maxwell* bestimmt. Derselbe setzte bei seiner ersten Ableitung<sup>22)</sup> der Form dieser Funktion voraus, dass sich das Gas nach allen Richtungen im Raume vollkommen gleich verhält, dass daher für die Richtung der Geschwindigkeit eines Moleküles jede Richtung im Raume gleich wahrscheinlich ist. Diese Voraussetzung ist wohl unbedenklich, wenn der Einfluss der Schwere oder sonstiger äusserer Kräfte auf das Gas vernachlässigt werden kann. Berücksichtigt man jedoch den Einfluss der Schwere, so bedarf sie eines besonderen Beweises.

*Maxwell* nimmt hierzu noch die zweite Annahme, dass die Wahrscheinlichkeit, dass die  $x$ -Komponente der Geschwindigkeit eines Moleküles zwischen bestimmten Grenzen liegt, vollkommen unabhängig ist von der  $y$ - und  $z$ -Komponente der Geschwindigkeit desselben Moleküles. Letztere Annahme, von welcher später ausführlicher gesprochen werden soll, wollen wir die Annahme A nennen. Aus ihr folgt, dass sich der Ausdruck für die Anzahl der Moleküle, deren Schwerpunkte in den Richtungen der Koordinatenachsen Geschwindigkeitskomponenten haben, welche zwischen den in voriger Nummer mit (9) bezeichneten Grenzen liegen, in der Form darstellt

22) *Maxwell*, Phil. mag. (4) 19 (1860), p. 22; Papers 1, p. 380.