

## Werk

**Titel:** Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen

**Jahr:** 1903

**Kollektion:** Mathematica

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN360709532

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360709532>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360709532>

**LOG Id:** LOG\_0305

**LOG Titel:** 12. Konsequenzen des H-Theorems

**LOG Typ:** chapter

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN360504019

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360504019>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360504019>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

$$(23) \quad ff_1 = f_2 f_3$$

sein muss, wozu für ein Gasgemisch noch analoge Gleichungen für die Zusammenstöße verschiedener Moleküle treten. Dieser Minimumwert von  $H$  entspricht dem Wärmegleichgewicht. Das  $H$ -Theorem wird entwickelt von *Boltzmann*<sup>47)</sup> und *Lorentz*<sup>48)</sup>.

**12. Konsequenzen des  $H$ -Theorems.** Aus der Gleichung (23) folgt unmittelbar das *Maxwell*'sche Geschwindigkeitsverteilungsgesetz und für ein Gasgemisch die Gleichheit der mittleren lebendigen Kraft der Moleküle je zweier Gasarten.

Sobald äussere Kräfte wirken, folgt zudem aus der Gleichung (21), in welcher für den Fall des Wärmegleichgewichtes  $\frac{\partial f}{\partial t} = 0$  wird und welche für alle möglichen Werte von  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  erfüllt sein muss, dass die Dichte in jedem Volumelement denjenigen Wert annimmt, welcher den gewöhnlichen aerostatischen Gleichungen entspricht (für ein schweres Gas der Formel für das barometrische Höhenmessen), und dass sich bei einem Gasgemische jedes Gas unabhängig vom andern verteilt. In jedem Volumelemente aber ist unabhängig von den äusseren Kräften jede Bewegungsrichtung eines Moleküles gleich wahrscheinlich, und es herrscht die *Maxwell*'sche Geschwindigkeitsverteilung, wobei die mittlere lebendige Kraft eines Moleküles (die Temperatur) an allen Stellen des Gases und für alle Moleküle gleich ist. In einem speziellen Falle wurde dies schon von *Maxwell*<sup>49)</sup> nachgewiesen. Über die Berechnung des Wärmegleichgewichtes in einem schweren Gase vom Standpunkte der kinetischen Gastheorie ist eine ausgebreitete Litteratur vorhanden<sup>50)</sup>.

Die Sätze über das Wärmegleichgewicht von Gasen hat *Bryan*<sup>51)</sup> benützt, um den gastheoretischen Beweis des *Avogadro*'schen Gesetzes zu vervollständigen. Er denkt sich zwei ebene Wände  $A$  und  $B$ . Zwischen beiden befindet sich ein Gemisch zweier Gase.  $B$  übt auf

47) *Boltzmann*, Wien. Ber. (2) 66 (1872), p. 296; Gastheorie 1, p. 124.

48) *Lorentz*, Wien. Ber. (2) 95 (1887), p. 127; Amsterd. Versl. 5 (1896), p. 252.

49) *Maxwell*, Papers 2, p. 75; Phil. mag. (4) 35 (1868), p. 215.

50) *Loschmidt*, Wien. Ber. 73 (1876), p. 128 und 136; 75 (1877), p. 287; 76 (1878), p. 209; *Robida*, Zeitschr. Math. Phys. 1864, p. 218; *Clausius*, Zeitschr. Math. Phys. 1864, p. 376; *Guthrie*, Nature 8 (1873), p. 67, 486; *Hansemann*, Ann. Phys. Chem. Suppl. 6 (1874), p. 417; *Murphy*, Nature 12, p. 26; *Houllévigie*, Journ. de phys. (3) 4 (1895), p. 130; *Ritter*, Zahlreiche Monographien und Abhandl. in Ann. Phys. Chem. speziell über die Atmosphären der Himmelskörper; *F. M. Exner*, Ann. Phys. 7 (1902), p. 688.

51) *Bryan*, Wien. Ber. (2) 103, p. 1127.

die Moleküle des einen und  $A$  auf die Moleküle des anderen Gases eine bei unendlicher Annäherung unendlich gross werdende Abstossung aus, so dass rechts von  $B$  nur Moleküle der zweiten und links von  $A$  nur solche der ersten Gasart vorhanden sein können, während  $B$  für die Moleküle der zweiten und  $A$  für die der ersten Gasart permeabel ist. Die Schicht zwischen  $A$  und  $B$  ist dann ein mechanisches Bild einer zwei Gase trennenden wärmeleitenden Wand, für welche die Gleichheit der mittleren lebendigen Kraft beider Molekül-gattungen aus den gastheoretischen Sätzen bewiesen werden kann.

**13. Die Entropie.** Berechnet man den Ausdruck  $H$  für ein im Wärmegleichgewicht befindliches einfaches oder zusammengesetztes Gas, so findet man, abgesehen von einem konstanten negativen Faktor und einem konstanten Addenden, einen Ausdruck, welcher mit der Grösse identisch ist, die man in der Wärmetheorie als die Entropie des betreffenden Gases bezeichnet. Der Satz also, dass durch alle Naturvorgänge die Entropie eines abgeschlossenen Systems nur zunehmen kann, ist vom gastheoretischen Standpunkte aus identisch mit dem Satze, dass die Grösse  $H$  für beliebige in Bewegung begriffene und diffundierende, fest umgrenzte Systeme von Gasen nur abnehmen kann.

Dieser Satz erhält noch eine Illustration durch die folgenden Betrachtungen<sup>52)</sup>. Wir nehmen an, wir hätten eine gegebene, sehr grosse, aber endliche lebendige Kraft  $L$  unter eine sehr grosse, aber endliche Zahl  $N$  von Molekülen (materiellen Punkten oder nicht rotierenden Kugeln) zu verteilen. Wir betrachten es als gleich mögliche Fälle, dass die Komponenten der Geschwindigkeit eines bestimmten Moleküles in den Koordinatenrichtungen zwischen den Grenzen

$$0 \text{ und } \varepsilon, \quad 0 \text{ und } \varepsilon, \quad 0 \text{ und } \varepsilon$$

oder

$$0 \text{ und } \varepsilon, \quad 0 \text{ und } \varepsilon, \quad \varepsilon \text{ und } 2\varepsilon \text{ u. s. w.}$$

liegen. Die Anzahl der Moleküle, die sich im ersten Falle befinden, bezeichnen wir mit  $\omega_{000}$ , die Anzahl derjenigen, welche sich im zweiten Falle befinden, mit  $\omega_{001}$  u. s. w. Sind die Werte von  $\omega_{000}$ ,  $\omega_{001}$  gegeben, so sagen wir, es ist eine bestimmte Geschwindigkeitsverteilung  $G$  im Gase gegeben.

Jede Geschwindigkeitsverteilung kann in verschiedener Weise hergestellt werden, je nachdem sich die einen oder anderen Moleküle

52) Vgl. Boltzmann, Wien. Ber. (2) 76, Oktober 1877; Gastheorie 1, p. 38; Wien. Ber. (2) 76 (1877), p. 373; vgl. auch das zit. Lehrbuch von Jeans.