

## Werk

**Titel:** Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen

**Jahr:** 1903

**Kollektion:** Mathematica

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN360709532

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360709532>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360709532>

**LOG Id:** LOG\_0314

**LOG Titel:** 20. Vergleich mit der Erfahrung

**LOG Typ:** chapter

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN360504019

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360504019>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360504019>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

reibenden Gase eine von der *Maxwell'schen* etwas verschiedene Geschwindigkeitsverteilung herrschen muss und vermöge dieses Umstandes zum Reibungskoeffizienten Glieder hinzukommen, die von keiner geringeren Grössenordnung als die in Formel (39) berücksichtigten sind.

**19. Andere Berechnung des typischen Falles der Wärmeleitung.** Noch mannigfaltigere Resultate wurden bei Behandlung des typischen Falles der Wärmeleitung erhalten. *Clausius*<sup>83)</sup> hat denselben einer sehr umständlichen Rechnung unterzogen und dabei nachgewiesen, dass die ursprüngliche Formel *Maxwell's* nicht exakt sein kann, da aus derselben ein Massentransport durch das wärmeleitende Gas folgen würde. Es sind jedoch auch weder die *Clausius'sche* noch die andern in dieser Nummer besprochenen Formeln exakt<sup>84)</sup>. Andere Berechnungen des typischen Falles der Wärmeleitung wurden ausgeführt von *Stefan*<sup>85)</sup>, *Lang*<sup>86)</sup>, *Rühlmann*<sup>87)</sup>, *O. E. Meyer*<sup>88)</sup>, *Tait*<sup>89)</sup> u. s. w., wobei fast jedesmal ein anderer numerischer Koeffizient erhalten wurde. Die *Maxwell'sche* Geschwindigkeitsverteilung wird dabei von *Meyer* und *Tait* berücksichtigt, doch gilt von der Art und Weise dieser Berücksichtigung das bei der inneren Reibung Gesagte.

Die gleiche Formel für den Wärmeleitungskoeffizienten erhält man in sehr einfacher Weise aus den Gleichungen (36) und (37), wenn man an Stelle von  $G$  den gesamten Wärmehalt, also die gesamte Energie eines Moleküles einsetzt. Dass möglicherweise die Energie der inneren Bewegung sich in anderer Weise als die der progressiven beteiligt, wurde von *Boltzmann*<sup>90)</sup> diskutiert.

**20. Vergleich mit der Erfahrung.** Aus Formel (6) kann zunächst die Quadratwurzel  $\sqrt{\bar{c}^2}$  aus dem mittleren Geschwindigkeitsquadrate berechnet werden. Sie folgt für alle Gase beiläufig gleich der  $1\frac{1}{2}$  fachen Schallgeschwindigkeit. Daraus folgt dann mittels des *Maxwell'schen* Geschwindigkeitsverteilungsgesetzes die mittlere Geschwindigkeit  $\bar{c}$ . Aus dem experimentell bestimmbarern Werte des Reibungskoeffizienten lässt sich nach Formel (39) die mittlere Weg-

83) *Clausius*, Ann. Phys. Chem. 115 (1862), p. 1 = Ges. Abh. 2, p. 276; Gastheorie, p. 105.

84) *Kirchhoff*, Vorles. über math. Phys.: Theorie der Wärme, p. 210.

85) *Stefan*, Wien Ber. 47<sup>2</sup> (1863), p. 81.

86) *v. Lang*, Wien Ber. 64 (1871), p. 485; 65 (1872), p. 415.

87) *Rühlmann*, Handb. d. mech. Wärmetheorie, p. 198.

88) *O. E. Meyer*, Gastheorie, 1. Aufl., p. 187 u. 188; 2. Aufl. 2, p. 122

89) *Tait*, Edinb. Trans. 33, p. 261.

90) *Boltzmann*, Wien Ber. 72<sup>2</sup> (1875), p. 427.

länge eines Moleküles berechnen. Sie ergibt sich für Stickstoff beim Normalbarometerstand und 15° Celsius etwa gleich 0,00001 cm. Daraus kann der Durchmesser, also die Grösse eines Moleküles bestimmt werden, wenn man annimmt, dass sich die Moleküle in den tropfbaren Flüssigkeiten nahezu berühren, wenigstens sehr dicht gedrängt sind, wie dies *Loschmid*<sup>91)</sup>, *Lothar Meyer*<sup>92)</sup>, *Stoney*<sup>93)</sup>, *Lord Kelvin*<sup>94)</sup>, *Jeans*<sup>95)</sup> thun. Derselbe ergibt sich für Stickstoff etwa gleich dem millionten Teil eines Millimeters. Diese Werte können dann wieder in die Formel für die Wärmeleitfähigkeit eingesetzt werden, wodurch sich ein mit der Erfahrung wenigstens qualitativ übereinstimmender Wert ergibt. Aus den Formeln (38) und (39) folgt, dass der Reibungskoeffizient bei konstanter Temperatur von der Dichte unabhängig ist, und dasselbe folgt auch für die Wärmeleitungskonstante aus der für diese geltenden Formel. Beide Resultate überraschten *Maxwell* sehr, wurden jedoch später durch die Erfahrung bestätigt. Freilich können sie nicht bis zur Dichte Null gelten; hier wird die Übereinstimmung mit der Erfahrung dadurch hergestellt, dass für sehr kleine Dichten die Reibungs- und Wärmeleitungsgesetze eine Modifikation erfahren, indem im ersteren Falle erhebliche Gleitung, im letzteren ein Temperatursprung auftritt. Vgl. *Kundt* und *Warburg*<sup>96)</sup>, sowie *Smoluchowski*<sup>97)</sup>. Diese Autoren behandeln das Problem sowohl experimentell als auch theoretisch.

Sowohl die Reibungskonstante als auch die Wärmeleitungskonstante ergeben sich der Quadratwurzel aus der absoluten Temperatur proportional, und zwar ist dieses Resultat unabhängig von den Ungenauigkeiten der besprochenen Rechnung, sobald die Moleküle als undeformierbare vollkommen elastische Körper betrachtet werden, wie sich durch blosser Betrachtung der Dimensionen der betreffenden Grössen zeigen lässt. Die Erfahrung lehrt, dass beide Koeffizienten mit wachsender Temperatur rascher ansteigen. Dies kann aus der Annahme erklärt werden, dass die Moleküle nicht starr sind, sondern um so tiefer in einander eindringen, je heftiger sie auf einander stossen<sup>98)</sup>.

91) *Loschmid*, Wien Ber. 52 (1865), p. 395.

92) *L. Meyer*, Ann. Chem. Pharm., 5. Suppl.-Bd. (1867), p. 129.

93) *Stoney*, Phil. Mag. (4) 46 (1873), p. 463; Pap. 2 p. 372.

94) *Kelvin*, Nature, März 1870; Sill. J. 5 (50), p. 33, 258; Rep. Brit. Ass. 84.

95) *Jeans*, Phil. mag. (6) 8 (1904), p. 692.

96) *Kundt* u. *Warburg*, Ann. Phys. Chem. 155 (1875), p. 337, 525; 156 (1875), p. 171.

97) *v. Smoluchowski*, Ann. Phys. Chem. 64 (1898), p. 101; Wien Ber. 108<sup>2a</sup> (1899), p. 5.

98) *Stefan*, Wien Ber. 65<sup>2</sup> (1872), p. 339.

In der That zeigt sich ein anderes Gesetz der Abhängigkeit von der Temperatur, wenn man die Moleküle als sich abstossende Kraftzentra betrachtet (vgl. Nr. 25).

### 21. Andere Berechnung des typischen Falles der Diffusion.

Die Rechnungen *Maxwell's* über den typischen Fall der Diffusion zweier Gase ohne poröse Scheidewände wurden von *Meyer*<sup>99)</sup> vervollständigt. Derselbe gelangt jedoch zu einer Veränderlichkeit der Diffusionskonstante, bei wechselndem Mischungsverhältnisse der Gase, welche jedenfalls weit grösser ist, als es die Experimente zulassen. *Tait*<sup>100)</sup> hat ebenfalls die Diffusion ohne poröse Scheidewände unter Berücksichtigung des *Maxwell's*chen Geschwindigkeitsverteilungsgesetzes untersucht.

*Stefan*<sup>101)</sup> stellte eine Theorie der Gasdiffusion ohne poröse Scheidewände auf, welche nur teilweise auf dem Boden der kinetischen Gastheorie steht, indem er den Satz, dass jedes Gas bei der Diffusion durch das andere einen Widerstand erfährt, welchen *Maxwell* aus seiner später zu besprechenden Theorie (Nr. 24) kinetisch begründet, einfach unbewiesen als Axiom hinstellt. Daraus ergibt sich dann der Diffusionskoeffizient unabhängig vom Mischungsverhältnisse, wie es auch *Maxwell* in jener später zu betrachtenden Theorie findet. Aus einem ähnlichen Axiome entwickelt *Stefan* eine kinetische Theorie der Diffusion durch poröse Scheidewände. Eine Kritik der verschiedenen Theorien der Gasdiffusionen sowie eine Berechnung aus seinen Anschauungen giebt *Sutherland*<sup>102)</sup>.

Unter der Voraussetzung, dass die Moleküle undeformierbare, vollkommen elastische Körperchen seien, ergibt sich der Diffusionskoeffizient verkehrt proportional dem Gesamtdrucke, und direkt proportional der  $\frac{3}{2}$ ten Potenz der absoluten Temperatur. Erstere Konsequenz wurde durch die Erfahrung bestätigt. Auch der absolute Wert der Diffusionskonstante verschiedener Gaspaare, wie ihn die kinetische Gastheorie liefert, stimmt wenigstens beiläufig mit der Erfahrung.

Aus der Beziehung der Reibungs-, Wärmeleitungs- und Diffusionskonstanten chemisch zusammengesetzter Gase mit denen der Bestandteile lassen sich Schlüsse über die Volumina, Querschnitte und Durchmesser der Moleküle ziehen<sup>103)</sup>.

99) *O. E. Meyer*, Gastheorie, 1. Aufl., p. 327; 2. Aufl., p. 116.

100) *Tait*, Edinb. Trans. 33 (1887), p. 266.

101) *Stefan*, Wien. Ber. 63<sup>2</sup> (1871), p. 63; 65<sup>2</sup> (1872), p. 323.

102) *Sutherland*, Phil. mag. (5) 38 (1894), p. 1.

103) *O. E. Meyer*, Gastheorie, 1. Aufl., § 104; 2. Aufl., § 119.