

## Werk

**Titel:** Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen

**Jahr:** 1903

**Kollektion:** Mathematica

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN360709532

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360709532>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360709532>

**LOG Id:** LOG\_0358

**LOG Titel:** 3. Thermische Zustandsgleichung, kalorische Grundgleichung und fundamentale Zustandsgleichungen

**LOG Typ:** chapter

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN360504019

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360504019>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360504019>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

zen der Temperatur und des Volumens, innerhalb welcher die verschiedenen Phasen bei unveränderter Zusammensetzung in diesen verschiedenen Arten des Gleichgewichts (vergl. auch Fussn. 101) sich befinden, bestimmen die *absolut stabilen*, *relativ stabilen* und *metastabilen* (Beispiel Nr. 17c) *Existenzgebiete*. Labile Gleichgewichtszustände, die bei unveränderter Zusammensetzung mit der Natur der Phase vereinbar sind, bilden das *labile Existenzgebiet* (Beispiel Nr. 17c). Die Existenzgebiete der verschiedenen Phasen eines Stoffes bilden zusammen das entsprechende *homogene Existenzgebiet* dieses Stoffes. Es wird durch Werte der Temperatur und des Volumens abgegrenzt, die im Allgemeinen verschieden sein werden je nachdem man für die Beurteilung, ob die Zusammensetzung der Phase sich ändert, die Existenz von Komponenten oder von Bestandteilen ins Auge fasst.

b) Die heterogenen Gleichgewichte von gesättigt *koexistirenden* (Enc. V 3, Art. *Bryan*, Nr. 24) Phasen (vergl. Nr. 3c), welche Gleichgewichte *neutral* (Enc. V 3, Art. *Bryan*, Nr. 17, vergl. auch Fussn. 101) sind, werden nach den gleichen Merkmalen wie die einzelne Phase (vergl. a) in lokal stabile, relativ stabile, absolut stabile unterschieden.

3. Thermische Zustandsgleichung, kalorische Grundgleichung und fundamentale Zustandsgleichungen. a) Die *thermische Zustandsgleichung für einen Stoff*<sup>56)</sup><sup>57)</sup> nennen wir die Gleichung<sup>58)</sup>, welche erlaubt, den Druck zu bestimmen, unter dem dieser Stoff mit bestimmten  $x, y, \dots$  bei gegebenem Volumen, gegebener Temperatur und gegebenen etwaigen Kristallparametern in ruhenden (vergl. Fussn. 35), homogenen (vergl. Fussn. 176 und Fussn. 37), aequilibrirt Phasen bestehen kann, abgesehen von der Frage, ob dieser Gleichgewichtszustand experimentell erhalten bleiben kann oder nicht (vergl. c).

Eine *kalorische Grundgleichung* nennen wir eine solche, welche

56) Dem entsprechend nennen wir nach *van der Waals* [b] p. 51, [d] p. 3 *thermische Grössen* die, welche aus  $p, v, T$  aufzubauen sind, wie  $dp/dT, dv/dT$  u.s.w. und in welchen  $\partial u/\partial T$  nicht eingeht. Aus den *thermischen Grössen* ableitbare *kalorische* sind z. B. isotherme Energiedifferenzen, latente Wärmen, Unterschiede verschiedener spezifischer Wärmen. Gleichungen für diese sowie für jene sind als Teile der Zustandsgleichung aufzufassen. Ist z. B.  $\lambda$  gegeben, so bedeutet dies, dass  $dp/dT, (v' - v'')$  [Enc. V 3, Art. *Bryan*, Gl. (138)] bekannt ist.

57) Über den Beweis der Existenz einer solchen mit Hilfe der beiden Hauptsätze der Thermodynamik und gewisser auf elektromagnetische Vorgänge im Vakuum bezüglicher Tatsachen siehe *A. Byk*, Ann. d. Phys. (4) 19 (1906), p. 441.

58) Wir verstehen hierunter auch einen etwaigen Komplex von Gleichungen, Nr. 51b, Nr. 48, vergl. auch Fussn. 60.

für eine zusammenhängende, das ganze Temperaturgebiet durchlaufende Reihe von Zuständen eines einkomponentigen Stoffes die Energiedifferenzen mit einem Nullzustand anzugeben erlaubt. Eigentümlichkeiten derselben, durch welche sich verschiedene Stoffe unterscheiden, können (Nr. 43) mit solchen der thermischen Zustandsgleichung in Beziehung gebracht werden. Es sind beide Gleichungen also nicht mehr, wie früher üblich, als voneinander unabhängig zu behandeln und werden für die Ableitung der thermischen Zustandsgleichung die Beziehungen der kalorischen Grundgleichung zu der Konstitution (Abschn. IIb und d, Nr. 57) von besondrem Interesse.

Aus den kalorischen Grundgleichungen der Komponenten sind für alle Zustände eines eventuell mehrkomponentigen Stoffes, letzterenfalls unter der Nr. 54e erwähnten Voraussetzung (vergl. Nr. 66b und 53c), mit Hilfe der thermischen Zustandsgleichung (Nr. 54) die Energiedifferenzen mit demselben als Ausgangspunkt gewählten Zustand, also die *kalorische Zustandsgleichung*, abzuleiten.

Die *fundamentalen Zustandsgleichungen*, abgekürzt *Fundamentalgleichungen*, von Gibbs werden aus der thermischen Zustandsgleichung und der kalorischen Grundgleichung gebildet und geben geeignete thermodynamische Größen, jede als Funktion der dabei geeigneten unabhängigen Variablen<sup>59)</sup>, in der Weise, dass man aus einer solchen Funktion alle thermischen und kalorischen Größen ableiten kann. Man kann (vergl. c) die Fundamentalgleichungen, wenn sie sich über alle homogenen Zustände desselben Stoffes erstrecken, als die *vollständigen Zustandsgleichungen* betrachten<sup>60)</sup>.

b) Die thermische Zustandsgleichung für den fluiden Zustand normaler (Nr. 35b) einkomponentiger Stoffe bildet, dem Stande der molekulartheoretischen Forschung entsprechend, den Hauptgegenstand unsrer Betrachtungen (in Abschn. II und VI). Der fluide Zustand geht aber kontinuirlich in den glasigen über. Auch aus anderen Gesichtspunkten muss weiterhin bei dem Studium der Zustandsgleichung auf

59) Gibbs [c] p. 142. Die vier ersten der dort p. 143 genannten 5 einander vollständig äquivalenten Arten von Gleichungen bestimmen je eine der Größen  $\mathfrak{F}_{sv} \dots$ ,  $\mathfrak{F}_{vT} \dots$ ,  $\mathfrak{F}_{sp} \dots$ ,  $\mathfrak{F}_{pT} \dots$ . Sind diese Größen in den zugehörigen unabhängigen Variablen explizite dargestellt, so nennen wir dieselben Fundamentalgrößen (vergl. Nr. 10a).

60) Für  $\text{CO}_2$  findet sich Nr. 18a die Hauptzustandsgleichung von van der Waals, die (vergl. Nr. 18c) z. B. mit der Zustandsgleichung des Moleküls Nr. 48 zusammen annähernd die thermische Zustandsgleichung für das Fluidgebiet gibt; Nr. 56a weiter

die Eigenschaften des festen Zustandes geachtet werden (vergl. Nr. 5c). Um diesem Gedanken Ausdruck zu verleihen, haben wir die Flächen-darstellungen der Fundamentalgleichungen für die einkomponentigen Stoffe (Nr. 8a), welche für die übersichtliche und heuristische Darstellung der Ergebnisse betreffs der kristallinischen Zustände in ihrer Beziehung zu denen für den fluiden und den glasigen Zustand recht geeignet sind, besonders berücksichtigt (Abschn. IVa).

c) Sind die homogenen Gleichgewichte durch die Zustandsgleichung (vergl. a) dargestellt, so können die heterogenen Gleichgewichte der betrachteten Stoffmenge in gesättigt koexistirenden (vergl. Nr. 2b) Phasen auf thermodynamischem Wege mit der Bedingung, dass  $p, T, \mu_a, \dots$  für sämtliche Phasen gleich sind, daraus abgeleitet werden. Für diejenigen Grössen, deren Gesamtwert die Summe der Werte für die einzelnen Phasen ist (Nr. 8d, 9c)<sup>61)</sup>, kann der Wert dieser Grössen auch für alle Werte der unabhängigen Variabeln, für welche heterogene Gleichgewichte vorkommen, den von der Zustandsgleichung direkt gegebenen zugefügt werden.

**4. Experimentelle und empirische Zustandsgleichungen.** Von den meisten Stoffen ist nur ein kleiner Teil des Existenzgebietes experimentell durchforscht. Die Resultate bilden die *experimentelle* Zustandsgleichung. Einzelne Gruppen dieser Resultate sind gewöhnlich in empirischen, nur jene Gruppe umfassenden und die Fehler der experi-

---

eine kalorische Grundgleichung für dasselbe, und Nr. 72 endlich für die 4 jetzt bekannten Aggregatzustände dieses Stoffes die fundamentale  $u, s, v$ -Gleichung dargestellt durch die  $u, s, v$ -Fläche, welche, wenn derselben noch die Gleichungen, die für jeden kristallinischen Zustand die Verhältnisse der Längen in verschiedenen Richtungen im Kristall als Funktion von  $v$  und  $T$  darstellen, zugefügt sind, die vollständige Zustandsgleichung ergibt.

Indem wir die allgemeinen Beziehungen zwischen Deformationen und gerichteten Spannungen (vergl. Fussn. 36), wie gewöhnlich geschieht, noch zur Thermoelastizität rechnen (siehe Enc. V 3, Art. *Bryan*, Nr. 21), beschränken wir uns auf eine engere Auffassung als die von *Gibbs* [c] p. 362, bei dessen Auffassung der Zustandsgleichung auch die Deformationen als unabhängige Variablen in die *Gibbs'*schen Fundamentalgleichungen eingehen. Es ist die *Gibbs'*sche Auffassung nicht nur umfassender, sondern auch rationeller, da jene Beziehungen mit der Zustandsgleichung für spannungsfreie Zustände einen zusammenhangenden Komplex von Gleichungen bilden, deren molekulartheoretische Interpretation nicht voneinander getrennt werden kann (vergl. Nr. 47b). Für den Zweck der Enzyklopädie scheint unsere Beschränkung aber vorläufig noch erwünscht.

61) Es setzt dies voraus, dass der Beitrag der Kapillarschicht vernachlässigt werden darf.

Für die Einstellung des heterogenen Gleichgewichts vergl. Fussn. 804 und Nr. 88b.