

Werk

Titel: Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen

Jahr: 1903

Kollektion: Mathematica

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN360709532

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360709532>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360709532>

LOG Id: LOG_0369

LOG Titel: 13. Falten theoretische Betrachtungen

LOG Typ: chapter

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN360504019

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360504019>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360504019>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

sich auf die Gestaltung der Fläche vor, während und nach dem Auftreten eines solchen Doppelfaltenpunktes beziehen ¹¹⁷⁾ ¹¹⁸⁾.

13. Faltentheoretische Betrachtungen. a) Korteweg [b] ¹¹⁹⁾ teilt die Falten ¹²⁰⁾ in drei Arten, von welchen aber nur zwei, die *geschlossenen Falten* (Fig. 5) und die ungeschlossenen *Ringfalten* (Fig. 9) ¹²¹⁾, für die

117) Wenn f_1 und f_2 derselben Falte angehören, entsteht eine Ringfalte (Nr. 13, Fig. 9).

118) Wie man sieht, kann in Fig. 8 ein ungestörtes Fortrollen der zweifachen Berührungsebene von dem Konnodenpaar (a', a'') zu dem Konnodenpaar (b', b'') stattfinden d. h. die koexistierenden Phasen (a', a'') können unter den Bedingungen, welche für jeden Punkt der Fläche erfüllt sein müssen (also für die *van der Waals'sche* \mathfrak{F}_{VTX} , V , X -Fläche bei konstanter Temperatur, bei der *Gibbs'schen* \mathfrak{F}_{pTXY} , X , Y -Fläche bei konstanter Temperatur und konstantem Druck), allmählich in die Phasen (b', b'') ohne Unterbrechung der Heterogenität übergehen, was bei Fig. 6 unmöglich ist. Das erste experimentelle Beispiel bei *Kuenen*, Leiden Comm. Nr. 16 (1895), vergl. Nr. 67b.

119) In dieser Arbeit behandelt Korteweg alle solche Ausnahmerecheinungen [die Knotenpunkte, ohne Bedeutung für die Thermodynamik, später: Nieuw Archief voor Wisk. 18 (1894), p. 153] erster Ordnung, welche auf das Entstehen und Verschwinden, auf das Verhalten der Falten im Allgemeinen und der thermodynamisch wichtigen vielfachen Berührungsebenen einer veränderlichen Fläche (z.B. der *van der Waals'schen* \mathfrak{F}_{vTx} , v , x -Fläche mit T) Einfluss haben können, insoweit nämlich als eine solche Fläche als eine punktallgemeine Fläche betrachtet werden kann. Dabei ist nun zu bemerken, dass dieses nicht bei allen *Gibbs'schen* Tangentialflächen der Fall ist. Wohl bei der *van der Waals'schen* \mathfrak{F}_{vTx} , v , x -Fläche, nicht aber bei der *Gibbs'schen* \mathfrak{F}_{pTxy} , x , y -Fläche. Infolge dessen können, wie uns vom Autor freundlichst mitgeteilt wurde, bei dieser letzteren Singularitäten sowie Ausnahmesingularitäten erster Ordnung auftreten, welche bei Korteweg [b] nicht angegeben sind; so z. B. können die zwei Seiten einer Falte sich zu durchschneiden anfangen, sodass unter Bildung von zwei Kehrkanten eine *dreiblättrige Falte* (*van der Waals* [e] Febr. 1902, p. 560) entsteht, oder es können zwei Blätter sich zu berühren anfangen (ohne einen kegelförmigen Knotenpunkt zu bilden), um bei weiterer Änderung der Parameter sich zu schneiden, wobei eine Ringfalte entstehen kann (vergl. *Gibbs* [c] p. 184, *van der Waals* [e] März 1902, p. 673), und das Alles ohne Auftreten von Singularitäten höherer Ordnung.

120) Die mathematische Definition einer Falte ist nicht ohne Schwierigkeit. Der übliche Begriff muss verallgemeinert und verschärft werden. Siehe Korteweg [a] p. 95. Als lehrreiches Beispiel gibt derselbe da den Fall von drei Kugeln; diesem könnte man den eines oder mehrerer Toroide an die Seite stellen. Nach Korteweg vergegenwärtigt jeder Zweig der Konnodalkurve, der sich wie in Fig. 5 verhält, eine geschlossene, jedes Paar wie in Fig. 9 (vergl. Fussn. 121) eine Ringfalte, die weitere Gestalt der Fläche möge dann sein wie sie wolle.

121) Hier sind a', a'' ; b', b'' ; c', c'' ; d', d'' Konnodenpaare; die doppelt berührende Ebene kehrt zuletzt in ihre ursprüngliche Lage zurück. Wenn die doppelt berührende Ebene von a' nach $b' d'$, und von a'' nach $b'' d''$ rollte, hätte man zwei geschlossene Falten.

abgeleitete Fläche in Betracht kommen. Daneben kann es selbstverständlich auch vorkommen, dass eine Falte, ohne sich zu schliessen, nach ∞ geht oder die Ränder der Fläche erreicht.

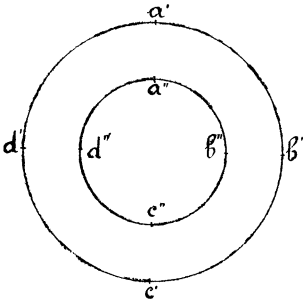


Fig. 9.

Von den Ausnahmeerscheinungen erster Ordnung erwähnen wir nur solche, die sich auf der Fläche der zerstreuten Energie (Nr. 11b) abspielen, weil sie die einzigen sind, die zur Bildung stabiler oder neutraler Zustände Veranlassung geben können¹²²⁾.

Von diesen verdeutlichen wir durch die Fig. 10—12 die Entstehung eines dreiphasischen Dreiecks dadurch, dass der Faltenpunkt f einer ersten Falte (a', a'') die Konnodalkurve (b', b'') (c', c'') einer zweiten Falte erreicht¹²³⁾. In Fig. 12 sind die Konnodalkurven streckenweise auf das metastabile und labile Gebiet übergetreten. Diese Teile sind punktirt¹²⁴⁾.

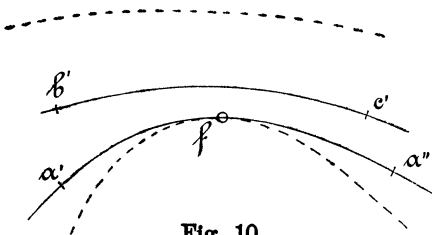
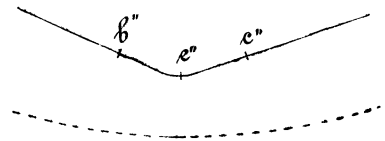
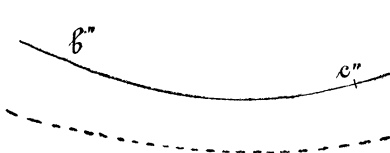


Fig. 10.

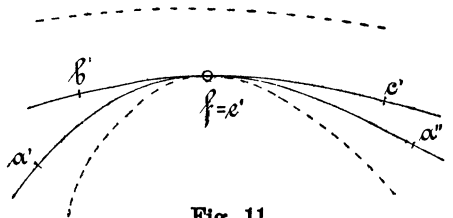


Fig. 11.

122) Dabei ist aber zu erwähnen, dass Ereignisse, die sich im metastabilen oder labilen Teil der Primitivfläche abgespielt haben, späterhin, d. h. bei fortgesetzter Änderung der Parameter, ihren Einfluss auf den stabilen Teilen fühlbar machen können (so z. B. beim Übergang von einer *Seitenfalte* in eine *Hauptfalte*, Nr. 68a, und umgekehrt, Korteweg [b] p. 315, van der Waals [e] März 1905, p. 625). Vergl. Fussn. 115.

123) Ausnahmeerscheinung 1er Ordnung, denn die Fig. 11 fordert zu ihrer Entstehung nur, dass die Berührungsebene des Faltenpunktes eine zweite Berührung mit der Fläche bekommt (im Punkt e'' der Figur).

124) Weiteres für dreiphasische Gebiete Gibbs [c] p. 181—182, Korteweg [b] p. 313—314, für das Auftreten einer vierfachen Berührungsebene Gibbs [c] p. 185—188 (dort vollständiger als Korteweg [b]).

Die Figur 12 erläutert zugleich den Satz, dass die Rückkehrpunkte

(hier g'' , h'') der einen Konnodalkurve $b'' e'' h'' g'' e'' c''$ korrespondieren mit den Schnittpunkten der anderen und der (hier gebrochen gezeichneten) Spinodalkurve ¹²⁵). Auf die Einzelheiten in dem Teile $e' h' g' e'$ wird in der Figur nicht eingegangen (ein Beispiel Nr. 68a).

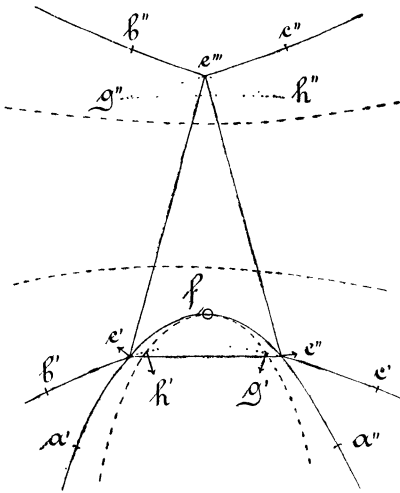


Fig. 12.

b) Van der Waals ¹²⁶) hat an seiner \mathfrak{F}_{vTx} , v , x -Fläche gezeigt (vergl. Nr. 68c), wie aus dem Lauf der $\partial\mathfrak{F}/\partial\alpha$ - und der $\partial\mathfrak{F}/\partial\beta$ -Linien die Spinodalkurve als Ort der Berührungspunkte einer $\partial\mathfrak{F}/\partial\alpha$ - mit einer $\partial\mathfrak{F}/\partial\beta$ -Linie, und damit das Verhalten der Falten

abzuleiten ist. Für die Konstruktion der Konnoden können dann die $\mathfrak{F}^{(III)}$ -Linien (Nr. 14c) dienen ¹²⁷) ¹²⁸).

14. Gibbs'sche Tangentialkurven und Doppelpunktskurven. a) Aus einer Tangentialfläche \mathfrak{F} , α , β lassen sich Kurven ableiten, welche man Gibbs'sche Tangentialkurven nennen kann, indem man auf der Fläche eine Berührungsebene mit der konstanten Neigung $\partial\mathfrak{F}/\partial\alpha = \text{konst.}$ oder $\partial\mathfrak{F}/\partial\beta = \text{konst.}$ rollen lässt, welche dann zu gleicher Zeit über die Kurve

¹²⁵) Weiter erläutern die Figuren die von D. J. Korteweg und F. A. H. Schreinemakers, Amsterdam Akad. Versl. Nov. 1911 [vergl. auch J. P. Kuenen, Amsterdam Akad. Versl. Okt. 1911 = Leiden Comm. Suppl. Nr. 22a] abgeleiteten Sätze, dass bei der Berührung von zwei Konnodalen im Faltenpunkt der einen (f in Fig. 11) diese beiden ihre Krümmung in derselben Richtung haben (für eine numerische Beziehung zwischen diesen und der Krümmung der berührenden Spinodale vergl. den zitierten Art. von Korteweg und Schreinemakers), und dass die Projektionen der zwei in einem Eckpunkt des Dreiphasendreiecks sich schneidenden Konnodalen entweder beide in die Projektion des Dreiecks hineinlaufen (z. B. in e' Fig. 12) oder beide ausserhalb derselben bleiben (wie in e'' Fig. 12).

¹²⁶) J. D. van der Waals [e] Febr.-Sept. 1907, Juni 1908-April 1909, Nov. 1911.

¹²⁷) Figuren: H. Kamerlingh Onnes [e] Nr. 59a (1900), vergl. Nr. 66d, auch Nr. 68c.

¹²⁸) Man kann aber auch das Maxwell'sche Kriterium der Gleichheit von Flächenräumen (Nr. 17b) anwenden auf eine $\partial\mathfrak{F}/\partial\beta$ -Linie in einem geradlinigen $\partial\mathfrak{F}/\partial\alpha$, α -Diagramm (van der Waals [e] Mai 1907, p. 20, Juni 1907, p. 149, vergl. Nr. 67c).