

Werk

Titel: Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen

Jahr: 1903

Kollektion: Mathematica

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN360709532

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360709532>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360709532>

LOG Id: LOG_0370

LOG Titel: 14. Gibbssche Tangentialkurven und Doppelpunktskurven

LOG Typ: chapter

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN360504019

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360504019>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360504019>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Die Figur 12 erläutert zugleich den Satz, dass die Rückkehrpunkte

(hier g'' , h'') der einen Konnodalkurve $b'' e'' h'' g'' e'' c''$ korrespondieren mit den Schnittpunkten der anderen und der (hier gebrochen gezeichneten) Spinodalkurve ¹²⁵). Auf die Einzelheiten in dem Teile $e' h' g' e'$ wird in der Figur nicht eingegangen (ein Beispiel Nr. 68a).

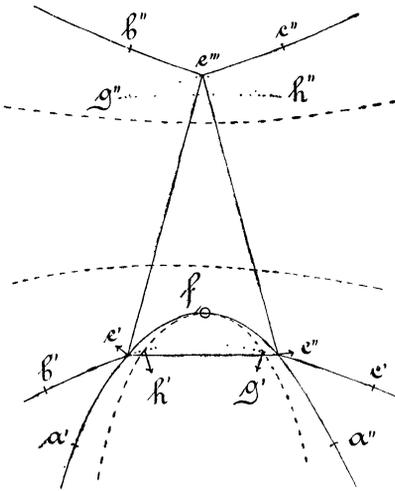


Fig. 12.

b) *Van der Waals* ¹²⁶) hat an seiner \mathfrak{F}_{vTx} , v , x -Fläche gezeigt (vergl. Nr. 68c), wie aus dem Lauf der $\partial\mathfrak{F}/\partial\alpha$ - und der $\partial\mathfrak{F}/\partial\beta$ -Linien die Spinodalkurve als Ort der Berührungspunkte einer $\partial\mathfrak{F}/\partial\alpha$ - mit einer $\partial\mathfrak{F}/\partial\beta$ -Linie, und damit das Verhalten der Falten

abzuleiten ist. Für die Konstruktion der Konnoden können dann die $\mathfrak{F}^{(III)}$ -Linien (Nr. 14c) dienen ¹²⁷) ¹²⁸).

14. Gibbs'sche Tangentialkurven und Doppelpunktskurven. a) Aus einer Tangentialfläche \mathfrak{F} , α , β lassen sich Kurven ableiten, welche man *Gibbs'sche Tangentialkurven* nennen kann, indem man auf der Fläche eine Berührungsebene mit der konstanten Neigung $\partial\mathfrak{F}/\partial\alpha = \text{konst.}$ oder $\partial\mathfrak{F}/\partial\beta = \text{konst.}$ rollen lässt, welche dann zu gleicher Zeit über die Kurve

125) Weiter erläutern die Figuren die von *D. J. Korteweg* und *F. A. H. Schreinemakers*, Amsterdam Akad. Versl. Nov. 1911 [vergl. auch *J. P. Kuenen*, Amsterdam Akad. Versl. Okt. 1911 = Leiden Comm. Suppl. Nr. 22a] abgeleiteten Sätze, dass bei der Berührung von zwei Konnodalen im Faltenpunkt der einen (f in Fig. 11) diese beiden ihre Krümmung in derselben Richtung haben (für eine numerische Beziehung zwischen diesen und der Krümmung der berührenden Spinodale vergl. den zitierten Art. von *Korteweg* und *Schreinemakers*), und dass die Projektionen der zwei in einem Eckpunkt des Dreiphasendreiecks sich schneidenden Konnodalen entweder beide in die Projektion des Dreiecks hineinlaufen (z. B. in e' Fig. 12) oder beide ausserhalb derselben bleiben (wie in e'' Fig. 12).

126) *J. D. van der Waals* [e] Febr.-Sept. 1907, Juni 1908-April 1909, Nov. 1911.

127) Figuren: *H. Kamerlingh Onnes* [e] Nr. 59a (1900), vergl. Nr. 66d, auch Nr. 68c.

128) Man kann aber auch das *Maxwell'sche* Kriterium der Gleichheit von Flächenräumen (Nr. 17b) anwenden auf eine $\partial\mathfrak{F}/\partial\beta$ -Linie in einem geradlinigen $\partial\mathfrak{F}/\partial\alpha$, α -Diagramm (*van der Waals* [e] Mai 1907, p. 20, Juni 1907, p. 149, vergl. Nr. 67c).

doppelter Krümmung $\partial\mathfrak{F}/\partial\alpha = \text{konst.}$, oder $\partial\mathfrak{F}/\partial\beta = \text{konst.}$ auf der Fläche rollt, und die Umhüllende der Spur dieser Ebene $\mathfrak{F}^{(I)} = \mathfrak{F} - \alpha \partial\mathfrak{F}/\partial\alpha$ oder $\mathfrak{F}^{(II)} = \mathfrak{F} - \beta \partial\mathfrak{F}/\partial\beta$ auf der \mathfrak{F}, β - oder \mathfrak{F}, α -Koordinatenebene sucht (Beispiele das \mathfrak{F}_{vT} , v -Diagramm Nr. 60, das \mathfrak{F}_{sp} , s -Diagramm Fussn. 678). Die koexistierenden Phasen, welche als Konnoden auf der Fläche gefunden werden, sind ebenfalls die Berührungspunkte der Ebene mit der Kurve $\partial\mathfrak{F}/\partial\alpha = \text{konst.}$ oder $\partial\mathfrak{F}/\partial\beta = \text{konst.}$ ¹²⁹); sie werden auch bestimmt durch die Berührungspunkte¹³⁰) der an die $\mathfrak{F}^{(I)}, \beta$ - oder $\mathfrak{F}^{(II)}, \alpha$ -Kurve gezogenen Doppel- oder Mehrfachtangente¹³¹). Ordnet man die $\mathfrak{F}^{(I)}, \beta$ -Kurven nach dem Werte von $\partial\mathfrak{F}/\partial\alpha$, die $\mathfrak{F}^{(II)}, \alpha$ -Kurven nach demjenigen von $\partial\mathfrak{F}/\partial\beta$ als dritter rechtwinkligen Koordinate, so bekommt man zwei zu der Tangentialfläche gehörende aus Tangentialkurven in parallelen Ebenen gebaute Flächen, auf welchen die koexistierenden Phasen dadurch gefunden werden, dass man die der einen der Koordinatenebenen parallelen *Doppeltangenten* zieht (Beispiele die \mathfrak{F}_{vT} , v , T -Fläche und die \mathfrak{F}_{sp} , s, p -Fläche, Nr. 58b). Die mehrphasischen Drei- oder Vielecke reduzieren sich auf diesen Flächen immer zu einer Geraden. Das heterogene Blatt wird eine schiefe Regelfläche.

b) Die Bestimmung der koexistierenden Phasen ph' und ph'' durch die Doppeltangenten an die Tangentialkurven lässt sich allgemein schreiben¹³²) :

$$\int_{ph'}^{ph''} \left(\frac{\partial \left(\mathfrak{F}_{\alpha\beta} - \alpha \frac{\partial \mathfrak{F}_{\alpha\beta}}{\partial \alpha} \right)}{\partial \beta} \right) \frac{d\beta = (\beta'' - \beta')}{\frac{\partial \mathfrak{F}_{\alpha\beta}}{\partial \alpha} = \text{konst.}} \left[\frac{\partial \left(\mathfrak{F}_{\alpha\beta} - \alpha \frac{\partial \mathfrak{F}_{\alpha\beta}}{\partial \alpha} \right)}{\partial \beta} \right] \frac{\partial \mathfrak{F}_{\alpha\beta}}{\partial \alpha} = \text{konst.} \Big|_{ph' = ph''} \quad (3)$$

c) Sucht man (vergl. Fig. 23) die Abschnitte

$$\mathfrak{F}^{(III)} = \mathfrak{F} - \alpha \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \alpha} - \beta \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \beta} \quad (4)$$

129) Sie können auf der $\mathfrak{F}, \alpha, \beta$ -Fläche als Schattenkurven erzeugt werden durch Licht, welches der \mathfrak{F}, α - bzw. \mathfrak{F}, β -Ebene parallel und den Werten von $\partial\mathfrak{F}/\partial\alpha$ bzw. $\partial\mathfrak{F}/\partial\beta$ entsprechend geneigt ist.

130) Erstes Beispiel Gibbs [c] p. 178 (Fig. 1 ebenda). Auf die Konstruktion dieser Schlagschattenkurven führt Brunhes, Einleitung zu Gibbs [d], p. 9 die Notwendigkeit des Auftretens der Binome $\mathfrak{F} - \alpha \partial\mathfrak{F}/\partial\alpha$ zurück (vergl. Fussn. 679).

131) Die Stabilität einer homogenen Phase wird dadurch bedingt, dass die $\mathfrak{F}^{(I)}, \beta$ - bzw. $\mathfrak{F}^{(II)}, \alpha$ -Linie nach der Seite der abnehmenden \mathfrak{F} konvex gekrümmt ist (vergl. Nr. 10b).

132) Verallgemeinertes Maxwell'sches Kriterium. Siehe Nr. 61.

der Berührungsebene (für bestimmte $\partial\mathfrak{F}/\partial\alpha$, bzw. $\partial\mathfrak{F}/\partial\beta$) an der \mathfrak{F} , α , β -Fläche auf der \mathfrak{F} -Achse, so sind die $\partial\mathfrak{F}/\partial\alpha$ -Linien ⁷¹⁾ im $\mathfrak{F}^{(III)}$, $\partial\mathfrak{F}/\partial\beta$ -Diagramm und die $\partial\mathfrak{F}/\partial\beta$ -Linien ⁷¹⁾ im $\mathfrak{F}^{(III)}$, $\partial\mathfrak{F}/\partial\alpha$ -Diagramm Linien, welche für koexistirende Phasen einen Doppelpunkt aufweisen, und die man *Gibbs'sche Doppelpunktskurven* nennen kann (Beispiel das \mathfrak{F}_{pT} , p -Diagramm Fig. 28); die Doppelpunkte reihen sich zu doppelpointigen Grenzlinien $\mathfrak{F}^{(III)} = f(\partial\mathfrak{F}/\partial\alpha)$ oder $\mathfrak{F}^{(III)} = f(\partial\mathfrak{F}/\partial\beta)$ aneinander ¹³³⁾.

II. Thermische Zustandsgleichung für den fluiden Zustand ¹³⁴⁾.

a) Die Hauptzustandsgleichung von *van der Waals*, **Historisches und Allgemeines.**

15. Untersuchungen über die Eigenschaften von Gasen, Dämpfen und Flüssigkeiten vor *Andrews* und *van der Waals*. Die Unterscheidung des gasförmigen und des tropfbar flüssigen Zustandes als zweier, obgleich durch das *Pascal'sche* Gesetz vereinter, dennoch wesentlich verschiedener, Aggregatzustände entstammt der Zeit, als der Unterschied zwischen den durch Druck wenig kompressibelen und durch Wärme wenig ausdehnbaren Flüssigkeiten und ihren gasigen Dämpfen, besonders aber zwischen ersteren und den Gasen, für welche die nach *Boyle* ¹³⁵⁾ und *Charles* ¹³⁶⁾

133) Dies entspricht der Eigenschaft, dass die $\mathfrak{F}^{(III)}$, $\partial\mathfrak{F}/\partial\alpha$, $\partial\mathfrak{F}/\partial\beta$ - und die \mathfrak{F} , α , β -Fläche polarreziprok sind, sodass einer zweifachen Berührungsebene in der einen ein Doppelpunkt in der anderen entspricht (Nr. 59b).

Die heterogenen Blätter von $\mathfrak{F}^{(III)}$, $\partial\mathfrak{F}/\partial\alpha$, $\partial\mathfrak{F}/\partial\beta$ fallen zusammen zu Schnittlinien von den homogenen.

Der Spinodalen in \mathfrak{F} , α , β entspricht eine Kehrkante in $\mathfrak{F}^{(III)}$, $\partial\mathfrak{F}/\partial\alpha$, $\partial\mathfrak{F}/\partial\beta$, einem Faltenpunkt auf der \mathfrak{F} -Fläche der Endpunkt einer Schnittlinie von zwei Blättern von $\mathfrak{F}^{(III)}$, vergl. Nr. 61, einem isophasischen Dreieck in \mathfrak{F} der Schnittpunkt dreier stabiler Blätter, zugleich von drei Schnittlinien von $\mathfrak{F}^{(III)}$ (vergl. Nr. 71b und 72a). Beispiel die \mathfrak{F}_{pT} , p , T -Fläche Nr. 58c, vergl. auch Fig. 29.

134) Wir behandeln bis Nr. 25 nur einkomponentige Stoffe. Auch beschränken wir uns hier auf normale Stoffe (siehe Nr. 35). Für assoziierte Stoffe vergl. Nr. 35c. 135) Siehe Enc. V 3, Art. *Bryan*, Fussn. 64.

136) Siehe Enc. V 3, Art. *Amontons*, Paris. Mém. de l'Acad. 1699 (éd. Amsterdam 1706) p. 154 und 1702 (éd. Amsterdam 1707), p. 204, sprach schon auf Grund seiner Messungen für Luft den Satz aus, dass die Druckzunahme durch „denselben Wärmegrad“ bei konstantem Volumen unabhängig ist vom Anfangsvolumen, aber proportional mit dem Anfangsdruck. *J. Dalton*, Manchester memoirs, vol. 5, part 2 (London 1802), p. 595; *Gilb. Ann. Phys.* 12 (1803), p. 310 und *Gay-Lussac*, Ann. de chim. 43 (1802), p. 137; *Gilb. Ann. Phys.* 12 (1803), p. 257, fanden fast gleichzeitig und unabhängig von einander, dass die verschiedenen Gase sich bei konstantem Volumen alle pro Grad gleich viel ausdehnen. Nach *Gay-Lussac*,