

## Werk

**Titel:** Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen

**Jahr:** 1903

**Kollektion:** Mathematica

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN360709532

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360709532>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360709532>

**LOG Id:** LOG\_0509

**LOG Titel:** 31. Gefrierpunktserniedrigung

**LOG Typ:** chapter

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN360504019

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN360504019>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=360504019>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

ist gleichgültig, weil sie allerdings, je stärker sie sind, desto mehr den gelösten Stoff nach innen ziehen, aber nach dem Satz von Wirkung und Gegenwirkung dafür das Lösungsmittel den entstehenden Fehlbetrag des Druckes übernimmt.

Durch ganz ähnliche Betrachtungen sieht man, daß es für die Gesamtwirkung gleichgültig ist (was auch die Thermodynamik verlangt), welches der Mechanismus der Wand ist, ob eine einfache Siebwirkung oder eine teilweise Löslichkeit des Lösungsmittels in derselben (was auf Einführung von Kräften zwischen letzterem und der Wand hinauskommt). Man sehe auch die Untersuchungen von *Bartell* und *Tinker* über die Porengröße und Struktur der Membranen. *Bartell* fand unter Umständen negative Osmose, die er auf elektrische (elektrosmotische) Effekte an der Membran zurückführt.<sup>311)</sup>

Die Dampfdruckerniedrigung ist nach *Lorentz* auf die über die Oberfläche hinausgreifenden Anziehungskräfte der gelösten Moleküle zurückzuführen.

**31. Gefrierpunktserniedrigung.** Es war das Potential des Lösungsmittels in der Lösung nach (56')

$$(102) \quad \mu_0^{(L)} = \mu_0^0(p, T) + RT \lg(1 - x).$$

Wir fragen, bei welcher Temperatur es mit dem reinen gefrorenen Lösungsmittel *S* beim Druck *p* im Gleichgewicht ist. Ist der Gefrierpunkt des reinen Lösungsmittels  $T_0$ , so gilt

$$(91'') \quad \mu_0^{(S)}(p, T_0) = \mu_0^0(p, T_0).$$

Für die Lösung lautet die Gleichgewichtsbedingung bei Temperaturen  $T'$  in der Nähe von  $T_0$

$$\mu_0^{(S)}(p, T') = \mu_0^{(L)}(p, T') = \mu_0^0(p, T') + RT' \lg(1 - x)$$

oder

$$(103) \quad \frac{\partial \mu_0^{(S)}}{\partial T'}(T' - T_0) = \frac{\partial \mu_0^0}{\partial T}(T' - T_0) + RT' \lg(1 - x).$$

Nun ist  $\frac{\partial \mu_0^{(S)}}{\partial T'} - \frac{\partial \mu_0^0}{\partial T} = \frac{Q}{T_0}$  (*Bryan* 157), wenn + *Q* die Schmelzwärme des reinen Lösungsmittels pro Mol ist, also

$$(104) \quad \frac{T' - T_0}{T_0} = - \frac{RT' n_1}{Q(n_0 + n_1)}.$$

Diese Gefrierpunktserniedrigung ist also unabhängig von der Art des gelösten Körpers; durch Beobachtung derselben läßt sich seine Mol-

311) *G. Tammann*, Z. f. ph. Ch. 10 (1892), p. 255; *F. E. Bartell*, J. phys. chem. 15 (1911), p. 659; 16 (1912), p. 318; J. Am. Chem. Soc. 36 (1914), p. 646; *F. E. Bartell* u. *C. D. Hocker*, ebenda 38 (1916), p. 1029, 1036; *F. Tinker*, Proc. Roy. Soc. 92A (1916), p. 357; *T. Hamburger*, Z. f. ph. Ch. 92 (1916), p. 385.

zahl  $n_1$  und daher sein Molekulargewicht bestimmen, es sind hierfür zahlreiche Apparate ausgearbeitet. Dagegen läßt sich über den Molekularzustand der Flüssigkeit nichts aussagen, da bei genügender Verdünnung nur die Schmelzwärme  $Q_{n_0}$ , der wirklich in der Lösung enthaltenen Lösungsmittelmenge auftritt.  $\frac{RT_0^2}{Q_{n_0}}$  ist für Wasser zu  $1,859 \frac{\text{Grad Liter}}{\text{Mol}}$  berechnet.

Die Tatsache einer der Salzkonzentration proportionalen Gefrierpunktserniedrigung hatte schon *Ch. Blagden*<sup>312)</sup> entdeckt, sie wurde von *Despretz* und *Fr. Rüdorff* unabhängig untersucht. *L. C. de Coppet*<sup>313)</sup> zeigte dann, daß sie bei gleicher molarer Konzentration vom Gelösten unabhängig ist, was *Paterno* und *Nasimi* bestätigten. *F. M. Raoult*<sup>314)</sup> variierte die Versuchsbedingungen weitgehend und gewann besonders durch Verwendung organischer Substanzen einfache Resultate, während die seiner Vorgänger bei Verwendung von Salzen durch Dissoziation oft entstellt waren. Er fand auch die Parallelität mit der Siedepunkterhöhung experimentell, die *Guldberg* acht Jahre früher theoretisch abgeleitet hatte (s. Nr. 33). Aus seinen Messungen glaubte er den Schluß ziehen zu dürfen, daß für verschiedene Lösungsmittel die Siedepunkterhöhung ihrer molaren Konzentration umgekehrt proportional, sonst aber vom Lösungsmittel unabhängig sei. Diese letztere Aussage steht mit der Formel in Widerspruch und stimmt auch nicht mit der Erfahrung, wie *Eykman*<sup>315)</sup> nachher zeigte. Formel (104) wurde von *van t'Hoff* auf Grund seiner Untersuchungen über den osmotischen Druck abgeleitet.<sup>294)</sup> Seitdem hat sich eine Präzisionskryoskopie entwickelt.<sup>316)</sup>

312) *Ch. Blagden*, Phil. Trans. 78 (1788), p. 277; Ostwalds Klassiker 56, Leipzig 1894; *C. M. Despretz*, Paris C. R. 2 (1837), p. 19; Pogg. Ann. (2) 41 (1837), p. 492; *Fr. Rüdorff*, Pogg. Ann. (2) 114 (1861), p. 63; 116 (1862), p. 55; 122 (1864), p. 337; 145 (1872), p. 599.

313) *L. C. de Coppet*, Ann. chim. phys. (4) 23 (1871), p. 366; 25 (1872), p. 502; 26 (1872), p. 98; *E. Patein* u. *R. Nasimi*, Ber. d. Deutsch. chem. Ges. 19 (1886), p. 2527.

314) *F. M. Raoult*, Paris C. R. 87 (1878), p. 167; Ann. chim. phys. (5) 20 (1880), p. 217; 28 (1883), p. 133; (6) 2 (1884), p. 66, 93, 99, 115; 4 (1885), p. 401; 8 (1886), p. 289, 317; J. d. phys. (2) 3 (1884), p. 16; 5 (1886), p. 65; Cryoscopie, Scientia Nr. 13, Paris 1901.

315) *J. F. Eykman*, Z. f. ph. Ch. 3 (1889), p. 203; 4 (1889), p. 497.

316) *H. C. Jones*, Z. f. ph. Ch. 11 (1893), p. 111, 529; 12 (1893), p. 623; 18 (1895), p. 283; Phil. Mag. (5) 36 (1893), p. 465; *M. Nernst* u. *R. Abegg*, Z. f. ph. Ch. 15 (1894), p. 681; *R. Abegg*, Z. f. ph. Ch. 20 (1896), p. 207; *H. Hausrath*, Ann. d. Phys. 9 (1902), p. 322; *W. Nernst* u. *H. Hausrath*, Ann. d. Phys. (4) 17 (1905), p. 1018; *E. H. Loomis*, Diss. Straßburg 1894 Wied. Ann. (3) 51 (1894),

An experimentellen Ergebnissen über die Gültigkeit von (104) ist folgendes anzuführen: Die Resultate an Rohrzucker ergeben Proportionalität mit der Konzentration von unendlicher Verdünnung bis zu solcher von  $0,03 \frac{\text{Mol}}{\text{Liter}}$  auf  $1\%$ , ob man mit *Raoult-Beckmann*  $\frac{n_1}{n_0}$  oder mit *Arrhenius*  $\frac{n_1 v_0}{V}$  schreibt (der Unterschied beider Ausdrücke geht über die Genauigkeit unserer Entwicklungen hinaus). Die Konstante ist hierbei 1,86. Bei einer Reihe von Alkoholen, Aceton, Acetamid, Chloralhydrat, Salizin und Glyzerin stimmt die Abhängigkeit bis etwa  $0,2 \frac{\text{Mol}}{\text{Liter}}$  auf  $1\%$ . Die Konstante liegt hierbei zwischen 1,83 und 1,885 gegen 1,859 berechnet. Bei höheren Rohrzuckerkonzentrationen nimmt die Abweichung zu, sie beträgt bei  $0,8 \frac{\text{Mol}}{\text{Liter}}$ , je nachdem man  $\frac{n_1 v_0}{V}$  oder  $\frac{n_1}{n_0}$  setzt, 30 oder  $10\%$ . Schließlich sei erwähnt, daß *G. Tammann*<sup>317)</sup> sowie *Heycock* und *Neville* auch Amalgame untersucht haben und hierbei das gelöste Metall meist einatomig fanden, wenn auch die Fehler ziemlich groß waren.

**32. Siedepunktserhöhung, Dampfdruckerniedrigung.** Formell genau gleich wie die Gefrierpunktserniedrigung läßt sich die Siedepunktserhöhung ableiten, indem man an Stelle des Potentials der festen Phase  $\mu^{(s)}$  das des Dampfes  $\mu^{(g)}$  setzt. Nur ist jetzt  $\frac{\partial \mu^{(g)}}{\partial T} - \frac{\partial \mu_0^g}{\partial T} = -\frac{Q}{T_0}$ , wo  $Q$  die (positive) Verdampfungswärme bedeutet. Also gilt

$$(105) \quad \frac{T' - T_0}{T_0} = \frac{R T'}{Q n_0} n_1,$$

wobei die Diskussion genau so zu führen ist wie bisher. An Stelle der Temperaturdifferenz bei gleichem Dampfdruck kann man auch nach der Druckdifferenz bei gleicher Temperatur fragen, d. h. nach dem Dampfdruck der Lösung bei  $T_0$ . Er folgt aus der *Clausius-Clapeyronschen* Gleichung (13a)

$$\Delta p = \frac{Q}{V_G - V_L} \frac{\Delta T}{T'}$$

p. 500; 57 (1896), p. 514; Z. f. ph. Ch. 32 (1900), p. 578; 37 (1901), p. 407; *P. B. Lewis*, Z. f. ph. Ch. 15 (1894), p. 365; *M. Wildermann*, Z. f. ph. Ch. 15 (1894), p. 337; 19 (1896), p. 63; 25 (1898), p. 699; 30 (1899), p. 508, 577; *H. Hausrath*, Ann. d. Phys. (4) 9 (1902), p. 543; *T. G. Bedford*, Proc. Roy. Soc. 83 A (1910), p. 454; *Th. W. Richards*, Z. f. ph. Ch. 44 (1903), p. 563; *F. Flügel*, Diss. Berlin 1911; Z. f. ph. Ch. 79 (1912), p. 577.

<sup>317)</sup> *G. Tammann*, Z. f. ph. Ch. 3 (1889), p. 441; *C. T. Heycock* u. *F. H. Neville*, J. of Chem. Soc. 55 (1889), p. 666; 57 (1890), p. 376.