

Werk

Titel: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung

Verlag: Teubner

Jahr: 1926

Kollektion: Mathematica

Werk Id: PPN37721857X_0034

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN37721857X_0034 | LOG_0028

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Über die Kongruenz $2^{1092} \equiv 1, \text{ mod. } 1093^2$.

Von E. HAENTZSCHEL in Berlin.

Untersuchungen über den großen Fermatschen Satz hatten Herrn Wieferich auf die Kongruenz $2^{p-1} \equiv 1, \text{ mod. } p^2$, geführt (Crelles Journ. 136), und es war Herr Waldemar Meißner gelungen, zu zeigen, daß p gleich 1093 sein muß (Sitzungsberichte Berliner Akademie d. Wissenschaften 35, 10. 7. 1913). Daraus hatte Herr Meißner die Folgerung gezogen, daß schon $(2^{364} - 1)$ durch 1093^2 teilbar ist. Den Beweis führte er durch Zerlegung in komplexe Faktoren. Ich veranlaßte damals Herrn Tschöpe, durch elementares Rechnen den Beweis zu liefern. Das Resultat ist im *Jahresber. d. D. M.-V.* 25, S. 284, 1916, abgedruckt; es handelt sich um die Division einer Zahl mit 110 Ziffern durch 1093^2 .

Ich möchte nun darauf aufmerksam machen, daß Euler eine Vorarbeit für diese Aufgabe geleistet hat. In dem *Tractatus de numerorum doctrina*, Absch. 407 (Opera posthuma, Bd. 1, S. 51), zeigt Euler an 28 Beispielen, daß für gewisse Primzahlen $p = 6q + 1$ die Kongruenz $2^{6q} \equiv 1, \text{ mod. } p$, sich reduzieren läßt auf $2^{2q} \equiv 1, \text{ mod. } p$, und daß schließlich entweder $2^2 + 1$ oder $2^2 - 1$ durch p teilbar ist. Das letzte seiner Beispiele sagt für $p = 1093$ aus, es ist $(2^{182} + 1)$ durch 1093 teilbar. Daß aber $(2^{182} + 1)$ sogar durch 1093^2 teilbar ist, war eben bis jetzt unbekannt.

Es läßt sich daher der elementare Beweis bedeutend kürzen, die Rechnung auf die Division einer 28-ziffrigen Zahl durch 1093^2 herabmindern.

Es ist

$$\begin{aligned} 2^{1092} - 1 &= (2^{728} + 2^{364} + 1)(2^{364} - 1) = (2^{728} + 2^{364} + 1)(2^{182} - 1)(2^{182} + 1) \\ &= (2^{728} + 2^{364} + 1)(2^{182} - 1)(2^{91} + 2^{46} + 1)(2^{91} - 2^{46} + 1). \end{aligned}$$

Der letzte Faktor ist durch 1093^2 teilbar; er ist gleich

$$1093^2 \cdot 2\,072\,474\,909\,844\,389\,591\,465.$$

(Eingegangen am 9. 7. 25.)