Werk

Titel: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung

Verlag: Teubner

Jahr: 1926

Kollektion: Mathematica

Werk Id: PPN37721857X_0034

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN37721857X_0034|LOG_0028

Über die Kongruenz $2^{1092} \equiv 1$, mod. 1093^2.

Von E. Haentzschel in Berlin.

Untersuchungen über den großen Fermatschen Satz hatten Herrn Wieferich auf die Kongruenz $2^{p-1} \equiv 1$, mod. p^2, geführt (Crelles Journ. **136**), und es war Herrn Waldemar Meißner gelungen, zu zeigen, daß p gleich 1093 sein muß (Sitzungsberichte Berliner Akademie d. Wissenschaften **35**, 10. 7. 1913). Daraus hatte Herr Meißner die Folgerung gezogen, daß schon $(2^{364} - 1)$ durch 1093^2 teilbar ist. Den Beweis führte er durch Zerlegung in komplexe Faktoren. Ich veranlaßte damals Herrn Tschöpe, durch elementares Rechnen den Beweis zu liefern. Das Resultat ist im *Jahresber. d. D. M.-V.* **25**, S. 284, 1916, abgedruckt; es handelt sich um die Division einer Zahl mit 110 Ziffern durch 1093^2.

Ich möchte nun darauf aufmerksam machen, daß Euler eine Vorarbeit für diese Aufgabe geleistet hat. In dem Tractatus de numerorum doctrina, Absch. 407 (Opera posthuma, Bd. 1, S. 51), zeigt Euler an 28 Beispielen, daß für gewisse Primzahlen $p = 6q + 1$ die Kongruenz $2^{6q} \equiv 1$, mod. p, sich reduzieren läßt auf $2^{2q} \equiv 1$, mod. p, und daß schließlich entweder $2^q + 1$ oder $2^q - 1$ durch p teilbar ist. Das letzte seiner Beispiele sagt für $p = 1093$ aus, es ist $(2^{182} + 1)$ durch 1093 teilbar. Daß aber $(2^{182} + 1)$ sogar durch 1093^2 teilbar ist, war eben bis jetzt unbekannt.

Es läßt sich daher der elementare Beweis bedeutend kürzen, die Rechnung auf die Division einer 28-ziffrigen Zahl durch 1093^2 herabmindern.

Es ist

$$2^{1092} - 1 = (2^{728} + 2^{364} + 1)(2^{364} - 1) = (2^{728} + 2^{364} + 1)(2^{182} - 1)(2^{182} + 1)$$
$$= (2^{728} + 2^{364} + 1)(2^{182} - 1)(2^{91} + 2^{46} + 1)(2^{91} - 2^{46} + 1).$$

Der letzte Faktor ist durch 1093^2 teilbar; er ist gleich

$$1093^2 \cdot 2\,072\,474\,909\,844\,389\,591\,465.$$

(Eingegangen am 9. 7. 25.)