Vorwort.

In der Mathematik wie in aller wissenschaftlichen Forschung treffen wir zweierlei Tendenzen an: die Tendenz zur Abstraktion — sie sucht die *logischen* Gesichtspunkte aus dem vielfältigen Material herauszuarbeiten und dieses in systematischen Zusammenhang zu bringen — und die andere Tendenz, die der Anschaulichkeit, die vielmehr auf ein lebendiges Erfassen der Gegenstände und ihre *inhaltlichen* Beziehungen ausgeht.

Was insbesondere die Geometrie betrifft, so hat bei ihr die abstrakte Tendenz zu den großartigen systematischen Lehrgebäuden der algebraischen Geometrie, der RIEMANNschen Geometrie und der Topologie geführt, in denen die Methoden der begrifflichen Überlegung, der Symbolik und des Kalküls in ausgiebigem Maße zur Verwendung gelangen. Dennoch kommt auch heute dem *anschaulichen* Erfassen in der Geometrie eine hervorragende Rolle zu, und zwar nicht nur als einer überlegenen Kraft des Forschens, sondern auch für die Auffassung und Würdigung der Forschungsergebnisse.

Wir wollen hier die Geometrie in ihrem gegenwärtigen Zustand von der Seite des Anschaulichen aus betrachten. An Hand der Anschauung können wir uns die mannigfachen geometrischen Tatsachen und Fragestellungen nahebringen, und darüber hinaus lassen sich in vielen Fällen auch die Untersuchungs- und Beweismethoden, die zur Erkenntnis der Tatsachen führen, in anschaulicher Form andeuten, ohne daß wir auf die Einzelheiten der begrifflichen Theorien und der Rechnung einzugehen brauchen. Z. B. läßt sich der Beweis dafür, daß eine Kugel mit noch so kleinem Loch stets verbogen werden kann, oder daß zwei verschiedene Ringflächen im allgemeinen nicht konform aufeinander abgebildet werden können, in einer solchen Form behandeln, daß auch derjenige einen Einblick in die Durchführbarkeit des Beweises erhält, der die Einzelheiten der analytischen Entwicklung nicht selbst verfolgen will.

Wegen der Vielseitigkeit der Geometrie und ihrer Beziehungen zu den verschiedensten Zweigen der Mathematik gewinnen wir auf diesem Wege auch einen Überblick über die Mathematik überhaupt und einen Eindruck von der Fülle ihrer Probleme und dem in ihr enthaltenen Reichtum an Gedanken. So erweist sich eine Vorführung der Geometrie in großen Zügen, an Hand der anschaulichen Betrachtungsweise, auch als geeignet, zu einer gerechteren Würdigung der Mathematik in weiteren Kreisen des Publikums beizutragen. Denn im allgemeinen erfreut sich die Mathematik, wenn auch ihre Bedeutung anerkannt wird, keiner Beliebtheit. Das liegt an der verbreiteten Vorstellung, als sei die Mathematik eine Fortsetzung oder Steigerung der Rechenkunst. Dieser Vorstellung soll unser Buch entgegenwirken, indem es an Stelle der Formeln vielmehr anschauliche Figuren bringt, die vom Leser leicht durch Modelle zu ergänzen sind. Das Buch soll dazu dienen, die Freude an der Mathematik zu mehren, indem es dem Leser erleichtert, in das Wesen der Mathematik einzudringen, ohne sich einem beschwerlichen Studium zu unterziehen.

Bei einer solchen Zielsetzung kann wegen der Fülle des Stoffes keine Rede von Systematik und Vollständigkeit sein, und auch die einzelnen Gegenstände konnten nicht erschöpfend behandelt werden. Ferner ist es unmöglich, in allen Abschnitten des Buches beim Leser das gleiche Maß mathematischer Vorkenntnisse vorauszusetzen. Während im allgemeinen die Darstellung völlig elementar ist, lassen sich manche schönen geometrischen Betrachtungen nur dem etwas Geschulten voll verständlich machen, wenn man ermüdende Längen vermeiden will.

Die Anhänge zu den einzelnen Kapiteln setzen alle eine gewisse Vorbildung voraus. Sie sind durchweg Ergänzungen, nicht Erklärungen des Textes.

Die verschiedenen Zweige der Geometrie stehen alle miteinander in enger und oft überraschender Wechselbeziehung. Das tritt in unserem Buche sehr häufig zutage. Bei der großen Mannigfaltigkeit des Stoffes war es trotzdem geboten, jedem einzelnen Kapitel eine gewisse Abgeschlossenheit zu geben und in den späteren Kapiteln nicht die vollständige Kenntnis der früheren vorauszusetzen; durch einige kleinere Wiederholungen hoffen wir erreicht zu haben, daß jedes Kapitel für sich, zuweilen sogar ein einzelner Abschnitt für sich dem Interesse und Verständnis des Lesers Genüge tut. Der Leser soll gleichsam in dem großen Garten der Geometrie spazieren geführt werden, und jeder soll sich einen Strauß pflücken können, wie er ihm gefällt.

Die Grundlage dieses Buches bildet eine vierstündige Vorlesung „Anschauliche Geometrie", die ich im Winter 1920/21 in Göttingen gehalten habe und die von W. Rosemann ausgearbeitet worden ist. Im wesentlichen ist der Aufbau und Inhalt ungeändert geblieben. Im einzelnen hat S. Cohn-Vossen vieles umgearbeitet und manches ergänzt.

Alle Strichzeichnungen sind von K. H. Naumann und H. Bödeker (Göttingen) entworfen worden. Die Photographien hat W. Jentzsch (Göttingen) aufgenommen; die photographierten Modelle gehören zur Modellsammlung des Göttinger Mathematischen Instituts. W. Fenchel, H. Lewy, H. Schwerdtfeger, H. Heesch und besonders A. Schmidt haben beim Lesen des Manuskripts und der Korrekturen viele wertvolle Anregungen gegeben. Für die Redaktion trägt S. Cohn-Vossen die Verantwortung.

Göttingen, im Juni 1932.

David Hilbert.