Исправление к статье «Об искажении расстояний при однолистных отображениях замкнутых односвязных областей»

Г. Д. Суворов (Томск)

Заключения в последнем абзаце на странице 166 моей работы «Об искажении расстояний при однолистных отображениях замкнутых односвязных областей» (Матем. сб., **45** (87) (1958), 159—180) не являются вполне обоснованными. Для устранения этого недостатка и сохранения общности результатов работы следует определение 3 (стр. 165) сформулировать так:

Определение 3. Через C_k' обозначим класс отображений $T(z) \equiv f_1(x, y) + if_2(x, y)$ со следующим свойством:

Для любого натурального n отображение $T(z)$ принадлежит классу BL на открытом множестве точек $D_n \subset D$, в которых $|T(z)| < n$ и

$$\iint\limits_{D_n} \frac{\sum\limits_{i=1}^{2} \operatorname{grad}^2 f_i}{\left[1 + \sum\limits_{i=1}^{2} (f_i)^2\right]^2} dxdy \leqslant K.$$

После этого, начиная с последнего абзаца на стр. 166 до замечания 3 на стр. 167 изложение надо заменить следующим:

Из теоремы 1 и замечания 2 следует, что для почти всех значений t (и всех натуральных n) из некоторого интервала его изменения функции $f_i(x_0 + t\cos\theta,\ y_0 + t\sin\theta)$ ($i = 1, 2;\ z_0 = x_0 + iy_0$) будут абсолютно непрерывны по θ на каждой замкнутой компоненте открытого множества $\Gamma_t^{(n)} \equiv \Gamma_t \cap D_n$. (Заметим, что Γ_t может содержать ∞ только для одного значения t. Это значение мы исключаем из рассмотрения.) Отсюда следует, что для почти всех значений t и всех n линейная мера множества открытых дуг $T(\Gamma_t^{(n)})$ в сферической метрике (r) конечна и дается выражением

$$L_r[T(\Gamma_t^{(n)})] = \int\limits_{\Gamma_t^{(n)}} \frac{\sqrt{E\sin^2\theta - 2F\sin\theta\cos\theta + G\cos^2\theta}\, td\theta}{1 + \sum\limits_{i=1}^{2}\left(\frac{f_i}{2r}\right)^2}, \tag{4}$$

где

$$E = \sum_{i=1}^{2}\left(\frac{\partial f_i}{\partial x}\right)^2, \quad F = \sum_{i=1}^{2}\frac{\partial f_i}{\partial x}\frac{\partial f_i}{\partial y}, \quad G = \sum_{i=1}^{2}\left(\frac{\partial f_i}{\partial y}\right)^2.$$

Обозначим еще для краткости:

$$I(T,\ D;\ r)=\iint\limits_{D}\frac{\sum\limits_{i=1}^{2}\operatorname{grad}^2 f_i}{\left[1+\sum\limits_{i=1}^{2}\left(\frac{f_i}{2r}\right)^2\right]^2}dxdy=\lim_{n\to\infty}\iint\limits_{D_n}\frac{\sum\limits_{i=1}^{2}\operatorname{grad}^2 f_i}{\left[1+\sum\limits_{i=1}^{2}\left(\frac{f_i}{2r}\right)^2\right]^2}dxdy. \tag{5}$$

Предел в (5) существует, в силу определения 3.

Легко доказывается (ср. [3]) следующая

Лемма 3. *При* $0<\tau_1<\tau_2\leqslant\delta_R$

$$\int\limits_{\tau_1}^{\tau_2} L_r^2\,[T\,(\Gamma_t^{(n)})]\,\frac{dt}{t}<2\pi I\,(T,\ D;\ r). \tag{$*$}$$

Из неравенства $(*)$, пользуясь леммой Фату, заключаем:

$$\int\limits_{\tau_1}^{\tau_2} \lim_{n\to\infty} L_r^2\,[T\,(\Gamma_t^{(n)})]\,\frac{dt}{t}\leqslant 2\pi I\,(T,\ D;\ r).$$

С другой стороны, из геометрического смысла формулы (4) сразу следует, что $\lim\limits_{n\to\infty} L_r\,[T\,(\Gamma_t^{(n)})]=L_r\,[T\,(\Gamma_t)]$ (этот предел, очевидно, конечен для почти всех t), где $L_r\,[T\,(\Gamma_t)]$ — линейная мера множества $T\,(\Gamma_t)$ в сферической метрике (r). Таким образом, мы имеем:

$$\int\limits_{\tau_1}^{\tau_2} L_r^2\,[T\,(\Gamma_t)]\,\frac{dt}{t}\leqslant 2\pi I\,(T,\ D;\ r). \tag{6}$$

Нетрудно дать обоснование и точной формулы (4) (стр. 166) для $L_r\,[T(\Gamma_t)]$, однако эта формула в дальнейшем не используется.

Все остальное в моей работе остается без изменений.

(Поступило в редакцию 19/II 1959 г.)