NIEDERSÄCHSISCHE STAATS- UND
UNIVERSITÄTSBIBLIOTHEK GÖTTINGEN

Werk

Verlag: Izd. Akademii Nauk SSSR; Академия наук СССР. Московское математическое общество

Ort: Moskva

Kollektion: RusDML; Mathematica

Werk Id: PPN477674380_0090

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN477674380_0090|LOG_0023

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.
Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.
Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Поправки к статьям «О числе предельных циклов уравнения $\frac{dy}{dx}=\frac{P(x, y)}{Q(x, y)}$, где P и Q — многочлены 2-й степени» и «О числе предельных циклов уравнения $\frac{dy}{dx}=\frac{P(x, y)}{Q(x, y)}$, где P и Q — полиномы»

И. Г. Петровский и Е. М. Ландис (Москва)

I. В нашей статье «О числе предельных циклов уравнения $\frac{dy}{dx}=\frac{P(x, y)}{Q(x, y)}$, где P и Q — многочлены 2-й степени» (Матем. сб., **37** (**79**) (1955), 209—250) необходимо сделать следующие исправления:

1. Стр. 210, строка 14 снизу

Напечатано: $\varphi'(x) \neq \infty$ и $\varphi'(x) \neq 0$ для точек L.

Надо: $\varphi'(x) \neq \infty$ и $\varphi'(x) \neq 0$ для точек L, расположенных в окрестности (x_0, y_0).

2. Стр. 211. Лемма 3 в том виде, как она сформулирована, не доказана. В формулировке этой леммы надо слово *гомология* заменить словом *гомотопия*, сделав при этом такую же замену всюду в статье, где встречается слово «гомология». Тогда приведенное доказательство леммы 3 становится полным. (Можно не заменять в работе гомологию гомотопией. При этом надо формулировать лемму 3 не для всех $\alpha \in D$, а для $\alpha \in D - N$, где N — некоторое множество размерности 22.)

3. Стр. 213, строка 5 снизу

Напечатано: что противоречит лемме 3.

Надо: что противоречит лемме 4.

4. Стр. 213. На строке 4 снизу сказано: «Аналогично из лемм 2 и 3 получаем следующее предложение (лемму 5′)». На самом деле лемма 5′ получается из леммы 2 и леммы 3′, аналогичной лемме 3, которую следует сформулировать так:

Лемма 3′. *Пусть L_1 и L_2 — два цикла, расположенные на решении $y=\varphi(x, \alpha)$ уравнения* (1) *и гомотопные между собой. Для произвольного $\varepsilon > 0$ существует такое $\varepsilon' > 0$, что если L_1' — цикл, лежащий на некотором решении $y=\varphi(x, \alpha')$ уравнения, отвечающего точке $\alpha' \in D$, и при этом*

1) $\rho(\alpha, \alpha') < \varepsilon'$,

2) *между точками L_1 и L_1' можно установить такой гомеоморфизм, при котором расстояние* (*в смысле метрики R_4^**) *между соответствующими точками меньше ε',*

то на решении $y=\varphi(x, \alpha')$ существует цикл L_2', гомотопный L_1' и такой, что между точками L_2 и L_2' можно установить гомеоморфизм, при котором расстояние между соответствующими точками меньше ε.

Доказательство этой леммы аналогично доказательству леммы 3.

5. Стр. 214, строка 7 снизу

Напечатано: $y_1=Cx^{\lambda}$.

Надо: $y_1=Cx_1^{\lambda}$.

6. Стр. 228. В доказательстве леммы 10 сказано: «При α, достаточно близком к α_0, $L_i(\alpha)$ не гомологичен нулю (по лемме 3)». Это утверждение непосредственно из леммы 3 не следует. Его доказательство можно провести так (следуя пункту 2, мы будем вести доказательство не для гомологии, а для гомотопии):

Допустим, что найдется последовательность $\{\alpha_n\}$, $\alpha_n \in \Gamma$, $\alpha_n \to \alpha_0$, такая, что $L_i'(\alpha_n)$ — гомотопный нулю цикл. Для гомотопного нулю цикла $L_i'(\alpha)$ обозначим через $K_i(\alpha)$ ту компактную часть решения $y=\varphi(x, \alpha)$, границей которой является $L_i'(\alpha)$. По лемме 3 для $\alpha \in \Gamma$, расположенных в окрестности α_n, $L_i'(\alpha)$ гомотопен нулю. При этом $K_i(\alpha)$ меняется непрерывно при изменении α в достаточной близости от α_n. Пусть Δ_n — максимальная окрестность α_n на Γ, в которой это имеет место. Покажем, что при достаточно большом n Δ_n содержит α_0, а это приведет нас к противоречию.

Пусть это не так. $L_i'(\alpha_0)$ не содержит точек ветвления решения $y=\varphi(x, \alpha_0)$. Следовательно, при α, достаточно близком к α_0, $L_i'(\alpha)$ также обладает этим свойством. Пусть n столь велико, что это выполнено для α_n и для всех α, расположенных на Γ между α_n и α_0. Пусть α_n' — конец Δ_n, ближайший по Γ к α_0. Обозначим через Δ_n' часть Δ_n между точками α_n и α_n'. При изменении α на Δ_n' точки ветвления решения не проходят через $L_i'(\alpha)$, и, следовательно, число алгебраических точек ветвления на $K_i(\alpha)$ постоянно (если учитывать кратность) при $\alpha \in \Delta_n'$. Далее, удаляя предварительно из D множество, не разделяющее D (N_2), мы можем считать, что при $\alpha \in \Gamma$ для уравнения (1) в окрестностях особых точек имеется разложение вида $y_1=Cx_1^{\lambda}$. Следовательно, $K_i(\alpha)$ при $\alpha \in \Delta_n'$ равномерно удалены от особых точек уравнения. Поэтому семейство $\{K_i(\alpha)\}_{\alpha\in\Delta_n'}$ компактно в смысле расстояния по поверхности. Но отсюда следует, что $L_i(\alpha_n')$ — гомотопный нулю цикл, и, применяя опять лемму 3, находим, что α_n' не может быть концом Δ_n.

7. Стр. 230. На строке 9 сверху дано определение кратной алгебраической точки: кратной алгебраической точкой назван кратный корень уравнения $\varphi'(x, \alpha)=0$ или $\frac{1}{\varphi'(x, \alpha)}=0$. На самом деле в статье используется другое определение: к р а т н о й а л г е б р а и ч е с к о й т о ч к о й называется такой корень уравнения $\varphi'(x, \alpha)=0$ или $\frac{1}{\varphi'(x, \alpha)}=0$, в котором меняется кратность при изменении α.

II. В нашей статье «О числе предельных циклов уравнения $\frac{dy}{dx} = \frac{P(x, y)}{Q(x, y)}$, где P и Q — полиномы» (Матем. сб., **43** (85) (1957), 149—168) в соответствии с пунктом 2 также следует всюду слово *гомология* заменить словом *гомотопия*.

На необходимость основных из этих поправок нам указал И. М. Гельфанд, за что мы приносим ему глубокую благодарность.

(Поступило в редакцию 19/III 1959 г.)