

## Werk

**Verlag:** Izd. Kazanskogo universiteta; Совет казанского университета

**Ort:** Kazan

**Kollektion:** RusDML; Mathematica

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN509860087\_0017

**PURL:** [http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN509860087\\_0017](http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN509860087_0017)

**LOG Id:** LOG\_0019

**LOG Titel:** Предельное анодное формообразование при изоляции на аноде

**LOG Typ:** article

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN509860087

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN509860087>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=509860087>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

УДК 621.9.047.7

## ПРЕДЕЛЬНОЕ АНОДНОЕ ФОРМООБРАЗОВАНИЕ ПРИ ИЗОЛЯЦИИ НА АНОДЕ

*В. В. Клоков*

В работе получено точное решение одной смешанной краевой задачи для аналитических функций, связанной с расчетом анодной границы при предельной [1] электрохимической обработке (ЭХО). В [2, 3] исследовался случай частичной изоляции катода, в настоящей работе — частичная изоляция на

аноде; оба случая применяются в практике ЭХО [4]. При местном покрытии диэлектриком анод-деталь обрабатывается не только с заглублением, но и с подтравливанием под изоляцию. Характерный вид получающейся границы показан на рис. 1. Результаты работы, связанные с расчетом анодной поверхности при ЭХО, могут быть использованы, например, при анализе питтингового травления под окисные пленки на аноде.

Рассмотрен случай плоскопараллельного анодного формообразования, толщина изоляции считается малой. Поверхность катода плоская, параллельная границе изоляции. Расстояние между изолированными участками анода велико.



Рис. 1. Сечение анодной поверхности с изоляцией на аноде.

Границу сечения ансда, получающуюся в результате ЭХО, будем называть монотонной (немонотонной), когда с ростом длины дуги координаты точек границы изменяются монотонно (немонотонно). На рис. 2 изображена схема сечения межэлектродного зазора (МЭЗ) для этих случаев.

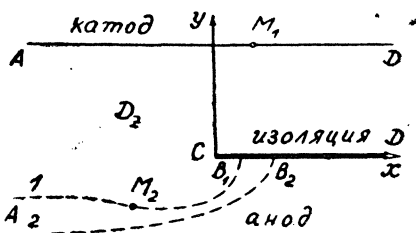


Рис. 2. Межэлектродный зазор. 1 — монотонная, 2 — немонотонная границы.

Как выясняется ниже, монотонность границы зависит от расстояния  $h$  между катодом и изоляцией.  $AD$  — граница катода, параллельная тонкому изоляционному слою  $CD$  на аноде. Изменение формы анода прекратилось с образованием искомой границы по линии  $AB_1$  (или  $AB_2$ ) в связи с достижением во всех ее точках предельной плотности тока  $i_1 = i_{1\text{пр}}$ . Граница анода и изоляция в рассматриваемом случае простирается соответственно влево и вправо до бесконечности. Примем за характерный размер длины величину  $H = x(U - \varphi_a + \varphi_k) / i_{1\text{пр}}$ . Обозначения здесь и ниже соответствуют принятым в работах [1, 2]. Размерные и безразмерные величины связаны соотношениями  $x = x_1/H$ ,  $y = y_1/H$ ,  $\psi = u - U + \varphi_a / (-\varphi_k - U + \varphi_a)$ . Здесь  $\psi$  — безразмерный потенциал электрического поля в МЭЗ. Сопряженная к нему  $\varphi$  — функция тока; образуем комплексный потенциал  $W(z) = \varphi + i\psi$ ,  $z = x + iy$ . Отыскание границы  $AB$  ( $B$  или  $B_1$ , или  $B_2$ ) сводится к решению задачи: определить неизвестный участок границы области  $D_2$  существования аналитической функции  $W$ , удовлетворяющей граничным условиям

$$\begin{aligned} \text{Im } W|_{AD} = \psi|_{AD} = 1, \quad \psi|_{AB} = 0, \\ \text{Re } W|_{BCD} = \varphi|_{BCD} = 0, \quad (\partial\psi/\partial n)|_{AB} = 1. \end{aligned} \quad (1)$$

Для решения задачи используем классическую вспомогательную функцию

$$\chi = (2/\pi) \ln(dW/dz). \quad (2)$$

Область  $D_\chi$  изменения  $\chi$ , соответствующая  $D_2$ , может быть построена (рис. 3 а1) — в случае монотонной, а2) — в случае немонотонной границы анода). Важно отметить, что углы при вершинах многоугольника, ограничивающего  $D_\chi$ , в обоих случаях одинаковы. Область  $D_W$  изменения  $W$ , соответствующая  $D_2$ , также одинакова (рис. 3 б).

Отыскание искомой границы области  $D_2$  связано с нахождением из соответствия  $D_\chi$  и  $D_W$  аналитической зависимости  $\chi(W)$ , а затем по (2) связи

$$dz = -\exp(\pi\chi/2) dW. \quad (3)$$

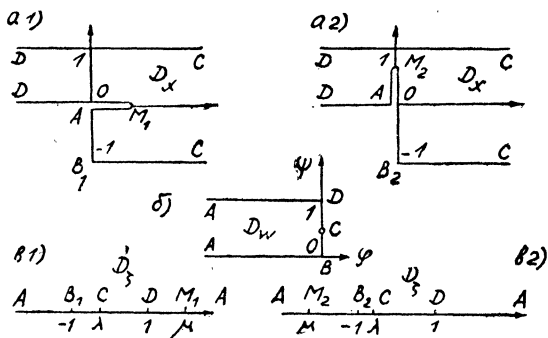


Рис. 3. Области изменения вспомогательных функций.

Для установления связи  $W$  и  $\chi$  конформно отобразим  $D_w$  и  $D_\chi$  на верхнюю полуплоскость  $D_\zeta$  изменения вспомогательной комплексной переменной  $\zeta$  (рис. 3в1), в2)). Нормировка (соответствие точек) указана на рис. 3. Отображение  $D_w$  на  $D_\zeta$  осуществляется функцией  $\zeta = -\cos \pi i W$ , при этом справедливо соотношение

$$dW/d\zeta = -1/(\pi i \sqrt{1 - \zeta^2}). \quad (4)$$

Образы точек  $M_1$  и  $M_2$  ( $M_1$  — точка максимума скорости на  $AD$  в случае монотонной границы,  $M_2$  — точка перегиба границы в случае ее немонотонности) и точки  $C$  в плоскости  $\zeta$  заранее неизвестны. Значения  $\zeta_M = \mu$ ,  $M$  или  $M_1$ , или  $M_2$ ,  $\zeta_C = \lambda$  определяются в процессе решения задачи. Будем считать их временно известными. Тогда соответствие между  $\chi$  и  $\zeta$  записывается в форме интеграла Кристоффеля—Шварца в виде

$$\chi = c_1 \int_{-1}^{\zeta} \frac{(\zeta - \mu) d\zeta}{(\zeta + 1)^{1/2} (\zeta - \lambda) (\zeta - 1)} - i. \quad (5)$$

Пределы интегрирования взяты из условия  $\zeta_B = -1, \chi_B = -i$ . Из (5) следует, что переход с  $CD$  на  $DA$  в окрестности точки  $D$ ,  $\zeta_D = 1$ , в плоскостях изменения  $\chi$  и  $\zeta$  приводит к соотношению

$$-i = -c_1 (1 - \lambda) i\pi / (\sqrt{2} (1 - \lambda)),$$

а переход с  $BC$  на  $CD$  в окрестности точки  $C$ ,  $\zeta_C = \lambda$ , — к соотношению

$$2i = -c_1 (\lambda - \mu) i\pi / ((1 + \lambda)^{1/2} (\lambda - 1)).$$

Из них получаем выражение для коэффициента

$$c_1 = \sqrt{2} (1 - \lambda) / (\pi (1 - \mu)) \quad (6)$$

и связь

$$\mu = (\sqrt{2(1 + \lambda)} - \lambda) / (\sqrt{2(1 + \lambda)} - 1). \quad (7)$$

Из (7) замечаем, что при  $-1/2 < \lambda \leq 1$ ,  $\mu \geq 1$  (случай монотонной границы), при  $-1 \leq \lambda < -1/2$ ,  $\mu \leq -1$  (случай немонотонной границы), при  $\lambda = -1/2$ ,  $\mu = \infty$ , точки  $M_1$ ,  $M_2$  и  $A$  совпадают.

Выражение (5) можно проинтегрировать. Подставляя в (5) равенства (6) и (7), после интегрирования для функции  $\chi$  получаем следующее выражение:

$$\chi = \frac{2}{\pi} \ln \left[ \frac{\sqrt{1+\lambda} + \sqrt{1+\zeta}}{\sqrt{1+\lambda} - \sqrt{1+\zeta}} \left( \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1+\zeta}}{\sqrt{2} + \sqrt{1+\zeta}} \right)^{1/2} e^{-i \frac{\pi}{2}} \right]. \quad (8)$$

Вследствие (3), (4), (8) имеет место важная связь дифференциалов в областях  $D_z$  и  $D_\zeta$ , включая и их границы,

$$dz = \frac{\sqrt{1+\zeta} - \sqrt{1+\lambda}}{\sqrt{1+\zeta} + \sqrt{1+\lambda}} \left( \frac{\sqrt{2} + \sqrt{1+\zeta}}{\sqrt{2} - \sqrt{1+\zeta}} \right)^{1/2} \frac{d\zeta}{\pi \sqrt{1-\zeta^2}}. \quad (9)$$

На различных участках изменения  $\zeta$  берутся различные ветви квадратных корней.

После получения выражения (9) можно установить связь параметра  $\lambda$  с безразмерным расстоянием  $h$  между катодом и изоляцией. Переход в плоскости  $D_z$  с  $CD$  на  $DA$  в окрестности точки  $D$  равносильен обходу в  $D_\zeta$  точки  $D$ ,  $\zeta_D = 1$ , по полуокружности малого радиуса. Сомножитель  $d\zeta$  в связи (9) имеет в окрестности точки разложение

$$\frac{2}{\pi} \frac{\sqrt{1+\lambda} - \sqrt{2}}{\sqrt{1+\lambda} + \sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\zeta - 1} + \dots$$

Сравнивая приращения  $z$  и  $\zeta$  при указательном переходе с использованием этого разложения, получаем соотношение

$$ih = -i\pi \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{1+\lambda} - \sqrt{2}}{\sqrt{1+\lambda} + \sqrt{2}}.$$

Отсюда следует искомая связь

$$h = 2(\sqrt{2} - \sqrt{1+\lambda}) / (\sqrt{2} + \sqrt{1+\lambda}), \quad (10)$$

$$\lambda = 2((2 - h)/(2 + h))^2 - 1. \quad (11)$$

Из (10) устанавливается, что, когда  $\lambda$  изменяется в пределах от 1 до  $-1/2$ ,  $h$  изменяется от 0 до  $\frac{2}{3}$ , когда  $-1 \leq \lambda < -1/2$ ,

$h$  изменяется от  $\frac{2}{3}$  до 2. Следовательно, граница анода будет монотонной при  $0 \leq h \leq 2/3$  и немонотонной при  $2/3 < h < 2$ . Случай  $h > 2$  из рассмотрения исключается (отметим, что в практике электрохимической обработки анодной поверхности с ее частичной изоляцией получают углубления ниже изолятора, т. е.  $h < 1$ ).

Определим подтравливание  $d$  под изоляцию, которое характеризуется абсциссой точки  $B$ ,  $d = x_B$ . На линии  $BC$  границы  $D_\zeta$   $\zeta$  — вещественное,  $-1 \leq \zeta \leq \lambda$ , ветвь корня  $\sqrt{1+\zeta}$  имеет действительное положительное значение. Разделяя в (9) вещественную и мнимую части и интегрируя, получаем, что

$$y_B = 0, \quad x_B = \int_{-1}^{\lambda} \frac{\sqrt{1+\lambda} - \sqrt{1+\zeta}}{\sqrt{1+\lambda} + \sqrt{1+\zeta}} \left( \frac{\sqrt{2} + \sqrt{1+\zeta}}{\sqrt{2} - \sqrt{1+\zeta}} \right)^{1/2} \frac{d\zeta}{\pi \sqrt{1-\zeta^2}}.$$

После использования подстановки  $1 + \zeta = t^2$  интеграл вычисляется и выражается через элементарные функции в виде

$$x_B = \frac{2}{\pi} \left( \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1+\lambda}}{\sqrt{2} + \sqrt{1+\lambda}} \ln \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1+\lambda}}{\sqrt{2}} + \frac{2\sqrt{1+\lambda}}{\sqrt{2} + \sqrt{1+\lambda}} \ln 2 \right).$$

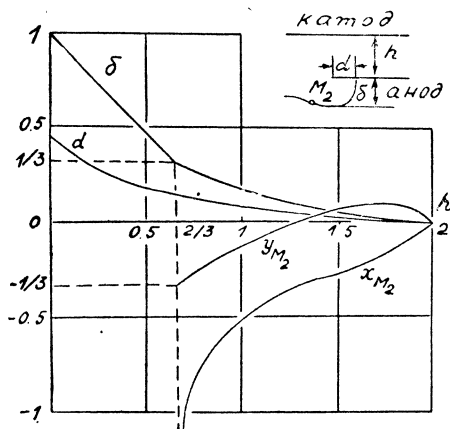


Рис. 4. Зависимости подтравливания  $d$ , заглубления  $\delta$ , положения точек перегиба от расстояния  $h$ .

Отсюда, учитывая зависимость (11), получаем следующее выражение подтравливания через расстояние  $h$ :

$$d = (1/\pi) (2 \ln 2 - h \ln((2+h)/h)). \quad (12).$$

При  $h = 0$

$$d = (2/\pi) \ln 2,$$

при  $h = 2/3$

$$d = (2/3\pi) \ln 2,$$

при  $h = 2$   $d = 0$ . Зависимость (12) представлена в таблице 1 и на рис. 4.

Таблица 1

Подтравливание в зависимости от  $h$

$h$	0	0.2	0.4	2/3	0.8	1.0	1.2	1.6	2.0
$d$	0.4412	0.2886	0.2131	0.1470	0.1222	0.0915	0.0666	0.0282	0

С увеличением  $h$  от 0 до 2 подтравливание  $d$  монотонно уменьшается. Если заданной величиной является  $d$ , то на основе (12) строится быстро сходящийся итерационный процесс нахождения  $h$ :

$$h^{(n)} = (2 \ln 2 - \pi d) / \ln(1 + (2/h^{(n-1)})), \quad 2/3 < h < 2.$$

Например,

$$d = 0.08, \quad h = 1.0878; \quad d = 0.1, \quad h = 0.9404;$$

$$d = 0.12, \quad h = 0.8131; \quad d = 0.2, \quad h = 0.4448.$$

Определим координаты точек анодной границы.

Образы точек этой границы лежат на участке  $AB$  границы  $D_\zeta$ , где  $\zeta < -1$ . Здесь ветвь квадратного корня  $\sqrt{1+\zeta}$  имеет представление  $i\sqrt{-1-\zeta}$ , а формула (9) — вид

$$dz|_{AB} = -\frac{1}{i\pi\sqrt{\zeta^2-1}} \cdot \frac{\sqrt{1+\lambda-i\sqrt{-1-\zeta}}}{\sqrt{1+\lambda+i\sqrt{-1-\zeta}}} \left( \frac{\sqrt{2+i\sqrt{-1-\zeta}}}{\sqrt{2-i\sqrt{-1-\zeta}}} \right)^{1/2} d\zeta.$$

Разделяя вещественные и мнимые части в последнем равенстве, колуцаем на  $AB$  следующую связь дифференциалов:

$$\left( \frac{dx}{dy} \right) = \left( \left( \begin{matrix} -\sin \\ \cos \end{matrix} \right) \left( \arctg \sqrt{\frac{-1-\zeta}{2}} - 2 \arctg \sqrt{\frac{-1-\zeta}{1+\lambda}} \right) \right) \frac{d\zeta}{\pi\sqrt{\zeta^2-1}},$$

потоярая после преобразований приводится к виду

$$dx = \frac{2\sqrt{2(1+\lambda)} - 2 - \lambda - \zeta}{\pi(\lambda - \zeta)(1 - \zeta)} d\zeta, \quad (13)$$

$$dy = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{2 + \lambda + \zeta - (1 + \zeta)\sqrt{2(1+\lambda)}}{(\lambda - \zeta)(1 - \zeta)} d\zeta. \quad (14)$$

На основе (13), (14) можно действительно проверить, что при возрастании  $\zeta$  на участке  $AB$   $dx > 0$ ,  $dy > 0$  при  $-1/2 < \lambda \leq 1$ ,  $dy \geq 0$  при  $-1 \leq \lambda < -1/2$  и  $\zeta \geq \zeta_p$ . Здесь

$$\zeta_p = (\sqrt{2(1+\lambda)} - 2 - \lambda) / (1 - \sqrt{2(1+\lambda)}) \quad (15)$$

образ точки  $P$ , максимально удаленной от катода. Величина  $\delta = |y_p|$  характеризует заглубление. Точка  $M_1$  перегиба немоотонной границы  $AB$  характеризуется параметром  $\zeta_M = \mu$ , де  $\mu$  определено (7). Интегрируя выражения (13) и (14) и учитывая (11), (12), получаем параметрические уравнения границы анода в виде

$$x = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{h-2}{2} \ln \left( \frac{1}{4} - \frac{1+\zeta}{8} \left( \frac{2+h}{2-h} \right)^2 \right) - \frac{h}{2} \ln \frac{(1-\zeta)(2+h)^2}{8h^2} \right], \quad (16)$$

$$y = \frac{2}{\pi} \left[ \frac{h-2}{2} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{-1-\zeta}{2} \left( \frac{2+h}{2-h} \right)^2} + \frac{h}{2} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{-1-\zeta}{2}} \right]. \quad (17)$$

Придавая значения  $\zeta$  при известной величине  $h$ , можно вычислить координаты точек анода. Из (17), (15), (11) находится выражение величины заглубления  $\delta$  в зависимости от  $h$  в виде

$$\delta = \frac{1}{\pi} \left[ (2-h) \operatorname{arctg} \frac{2+h}{\sqrt{(3h-2)(2+h)}} - h \operatorname{arctg} \frac{2-h}{\sqrt{(3h-2)(2+h)}} \right] \quad (18)$$

при  $2/3 < h \leq 2$ . При  $0 \leq h \leq 2/3$  заглубление определяется величиной координаты  $y_A$ . Из (17) следует, что при  $\zeta \rightarrow -\infty$   $y \rightarrow y_A = h - 1$ , отсюда имеем

$$\delta = 1 - h \text{ при } 0 \leq h \leq 2/3. \quad (19)$$

Зависимости (18) и (19) представлены в таблице 2 и на рис. 4.

Таблица 2

Заглубление в зависимости от  $h$

$h$	0	2/3	0.7	0.8	0.9	1.0	0.8	2
$\delta$	1	1/3	0.3060	0.2460	0.2017	0.1666	0.0199	0

С увеличением  $h$  от 0 до 2 заглубление  $\delta$  монотонно уменьшается. Выражения для координат точки перегиба  $M_2$  немонотонной анодной границы, где  $\zeta = \mu$ , получаются из (16), (17) с учетом (7) и (11) в виде

$$x_{M_2} = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{h}{2} \ln \frac{2h^2}{4-h^2} - \ln \frac{4h}{(3h-2)(2-h)} \right],$$

$$y_{M_2} = \frac{2}{\pi} \left[ \frac{h-2}{2} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{(2+h)(3h+2)}{(2-h)(3h-2)}} + \right.$$

$$\left. + \frac{h}{2} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{(2-h)(3h+2)}{(2+h)(3h-2)}} \right], \quad (20)$$

$$2/3 < h < 2.$$

Зависимость (20) представлена в таблице 3 и на рис. 4.

Таблица 3

Координаты точки перегиба в зависимости от  $h$

$h$	2/3	0.7	0.8	0.9	1.0	1.4	1.6	1.8	2.0
$x_{M_2}$	$-\infty$	-1,1192	-0.7267	-0.5879	-0.5058	-0.3144	-0.2317	-0.1371	0
$y_{M_2}$	-1/3	-0.3046	-0.2354	-0.1786	-0.1293	0.0205	0.0708	0.0968	0



Из выражений (16), (17) невозможно найти в явном виде  $\zeta$  через  $x$  и  $y$ . Однако может быть построен итерационный процесс нахождения  $\zeta$  при заданном  $x$  в виде

$$\zeta^{(n)} = A\zeta^{(n-1)},$$

где  $A$  — оператор сжатия, зависящий от  $x$  и  $h$ . Оператор имеет вид

$$A\zeta = -1 - 8 \left( \frac{2-h}{2+h} \right)^2 \left[ \exp \left( -x\pi + \frac{h}{2} \ln \left( \left( \frac{2-h}{2+h} \right)^2 \times \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \times \frac{1}{2(1-\zeta)} - \frac{1+\zeta}{4(1-\zeta)} \right) \right) - \frac{1}{4} \right], \quad 0 \leq h < 2.$$

После нахождения  $\zeta$  по заданному  $x$  координаты  $y$  вычисляются по формуле (17).

Если заданной величиной является заглубление  $\delta$ , то на основе (18) строится итерационный процесс нахождения  $h$

$$h^{(n)} = B h^{(n-1)},$$

где

$$B h = 2 - \left( \left( h \operatorname{arctg} \frac{2-h}{V(3h-2)(2+h)} + \pi\delta \right) / \operatorname{arctg} \frac{2+h}{V(3h-2)(2+h)} \right), \\ 2/3 < h < 2.$$

Например,  $d = 0.02$ ,  $h = 1.80$ ;  $d = 0.25$ ,  $h = 0.7921$ . Все построенные итерационные процессы быстро сходятся и легко реализуются на ЭВМ. Зависимости (16), (17) представлены в таблице 4 и на рис. 5.

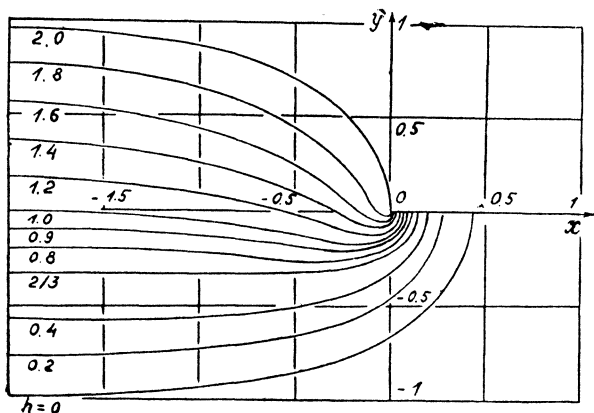


Рис. 5. Границы анода при различных значениях  $h$ .

Координаты точек анодной границы для различных значений

$h = 0$	$x$	0.4412	0.2	0	-0.4	-1.0	-2.0
	$y$	0	-0.5199	-0.6666	-0.8281	-0.9337	-0.9862
$h = 0.2$	$x$	0.2886	0.2	0	-0.4	-1.0	-2.0
	$y$	0	-0.2716	-0.4602	-0.6313	-0.7356	-0.7866
$h = \frac{2}{3}$	$x$	0.1470	0.1	0	-0.4	-1.0	-2.0
	$y$	0	-0.1361	-0.2222	-0.3172	-0.3323	-0.3333
$h = 0.8$	$x$	0.1222	0.1	0	-0.4	-1.0	-2.0
	$y$	0	-0.0859	-0.1815	-0.2459	-0.2247	-0.2053
$h = 1$	$x$	0.0915	0.05	0	-0.4	-1.0	-2.0
	$y$	0	-0.0967	-0.1328	-0.1454	-0.0648	-0.0137
$h = 1.8$	$x$	0.0131	0	-0.1	-0.4	-1.0	-2.0
	$y$	0	-0.0160	0.0471	0.3745	0.6429	0.7676
$h = 2$	$x$	0	-0.05	-0.1	-0.4	-1.0	-2.0
	$y$	0	0.2488	0.3475	0.6417	0.8666	0.9724

При  $h = 0$  уравнения (16), (17) принимают соответственно вид  $x = -(1/\pi) \ln((1 - \zeta)/8)$ ,  $y = -(2/\pi) \operatorname{arctg} \sqrt{(-1 - \zeta)/2}$ ; исключая из них  $\zeta$ , получим выражение

$$y = (2/\pi) \ln(2 \cos((\pi/2)x)). \quad (21)$$

Выражение (21) при переобозначении осей совпадает с уравнением (19) [1] (см. там же табл. 1, 2) предельной анодной границы около полубесконечной пластинки-катада. Анодная граница в этом случае совпадает со свободной границей струи около полубесконечной пластинки [5, с. 335].

Полученные в работе результаты полезны для обоснования достоверности состояния предельной электрохимической обработки.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Клоков В. В. Обратные задачи предельной электрохимической обработки.—Труды семинара по краевым задачам. Вып. 13. Изд-во Казанского ун-та, 1976, с. 151—162.
2. Клоков В. В. Анодное формообразование при изоляции на катоде.—Труды семинара по краевым задачам. Вып. 14. Изд-во Казанского ун-та, 1977, с. 129—136.
3. Клоков В. В. Одна смешанная краевая задача в случае предельного электрохимического формообразования.—Труды семинара по краевым задачам. Вып. 15. Изд-во Казанского ун-та, 1978, с. 77—85.
4. Смоленцев В. П., Садыков З. Б. Способ электрохимической обработки. Авт. свид. № 537782. Бюлл. изобр. и откр. № 45, 1976.
5. Гуревич М. И. Теория струй идеальной жидкости. М., Физматгиз, 1961.

*Доложено на семинаре 6 декабря 1978 г.*